

非定常空气动力学讲义

陈劲松 王良益

南京航空学院六〇一教研室

1990.7.

前 言

当弹性物体在空气中运动或受到空气流动的作用时，弹性物体上会受到气动力的作用。于是，弹性物体会产生变形或振动，与此同时气动力也会发生变化。非定常空气动力学的任务就是研究飞行器和高层建筑、桥梁等弹性体的运动随时间变化而产生的空气动力问题。随着飞行器等弹性结构优化设计的出现和对气动弹性过程进行主动控制，非定常空气动力学这门学科的知识已成为设计和制造先进飞行器和各种弹性建筑物所必备的基础。

根据现代飞行器工程实践的需要，参考国内、外有关书籍和文献，并吸收航空航天部门科研工作成果和我院六系杨永生等老师在教学中的经验，我们编了这本书。书中主要内容是那些与飞行器的升力面结构振动有密切联系的非定常气动力问题。这些内容主要为航空航天工业院校研究生和本科高年级学生选修课教学之用，也可作为从事飞行器设计和空气动力学计算工作的科技人员学习和参考。本书有四章和一个附录，教学时数约为 40 学时。

第一章一维非定常流动，主要内容有两部分。第一部分是连续流，研究等熵流动波的产生、运动、反射和干扰的规律；第二部分是间断流，研究波的产生、运动、反射和干扰的规律。最后对激波管原理作了简要介绍。第二章叙述了控制非定常流的基本方程、边界条件，及其三维亚、超音速线性化方程的基本解，这是后面两章的基础知识。第三章和第四章分别论述二维和三维谐振机翼的亚音速、超音速和高超音速非定常气动力理论及其计算方法。附录介绍了非定常气动力的实验方法。

第一章和附录由王良益编写，其余由陈劲松编写。

由于编者水平有限，书中错误和不妥之处难免，恳切希望读者批评指正。

目 录

第一章	一维非定常流动.....	1
§ 1-1	一维非定常连续流动.....	1
〔一〕	气体一维非定常等熵流的基本方程.....	2
〔二〕	一维非定常等熵流的特征线方法.....	5
	一、特征线方程.....	5
	二、相容方程式.....	5
〔三〕	简单波流.....	7
〔四〕	等熵波的反射和相交.....	13
	一、膨胀波在固壁上的反射.....	13
	二、膨胀波在敞口端的反射.....	14
	三、膨胀波之间的干扰.....	15
§ 1-2	一维非定常间断流动.....	17
〔一〕	一维运动激波.....	17
〔二〕	运动激波的基本关系式.....	18
	一、运动激波的基本关系式.....	19
	二、激波强度极强时和极弱时的基本关系.....	21
〔三〕	运动激波的反射和相交.....	23
	一、激波在固壁上的反射.....	23
	二、激波在敞口端的反射.....	24
	三、异向运动激波的干扰.....	25
	四、同向运动激波的干扰.....	25
§ 1-3	激波管的原理.....	28
〔一〕	激波管的基本原理.....	29
〔二〕	激波管的计算方法.....	30
	参考资料.....	34
第二章	非定常流基本方程和线性化方程的基本解.....	35
§ 2-1	基本方程.....	35

§ 2-2	全速度势方程和压强系数公式	36
§ 2-3	速度势线化方程	38
§ 2-4	加速度势	42
〔一〕	加速度势	42
〔二〕	小扰动速度势与加速度势的积分关系式	43
§ 2-5	边界条件	45
〔一〕	物面边界条件	45
〔二〕	边界条件的线化	46
〔三〕	边界条件小结	48
§ 2-6	线化速度势方程的基本解	49
〔一〕	固定的源点和偶极子点	49
〔二〕	在固定坐标系下等速运动的源点和偶极子点	51
〔三〕	坐标系与源、偶极子一起运动时源点和偶极子点	54
一、	亚音速源点和偶极子点	54
二、	超音速源点和偶极子点	57
〔四〕	加速度势偶极子	59
〔五〕	小结	60
	参 考 资 料	61
第三章 二维谐振机翼的非定常气动力		62
§ 3-1	不可压缩流中二维谐振机翼	62
〔一〕	积分方程及其解法	62
〔二〕	谐和沉浮和旋转振动的非定常气动力	66
一、	沉浮振动	66
二、	旋转振动	67
三、	沉浮和旋转振动	69
四、	准定常流结果	70
§ 3-2	亚音速二维谐振机翼	72
〔一〕	二维加速度势方程和边界条件	72
〔二〕	联系载荷分布与下洗分布的积分方程	73
§ 3-3	超音速二维谐振机翼	80
〔一〕	源脉冲法	80

〔二〕拉普拉斯变换法.....	87
〔三〕超音速二维机翼非定常气动力.....	89
§ 3-4 高超音速二维谐振机翼.....	92
〔一〕二阶速度势理论概述.....	92
〔二〕活塞理论.....	93
参考资料.....	96
第四章 三维谐振机翼的非定常气动力.....	97
§ 4-1 联系下洗速度幅值和载荷幅值的积分方程.....	97
〔一〕亚音速流的积分方程.....	97
〔二〕超音速流的积分方程.....	102
§ 4-2 核函数.....	104
〔一〕亚音速核函数.....	104
一、平面核函数.....	104
二、非平面核函数.....	106
〔二〕超音速平面核函数.....	112
§ 4-3 计算亚音速机翼载荷分布的偶极子网格法.....	116
〔一〕偶极子网格法的气动模型.....	116
〔二〕影响系数的运算格式.....	118
〔三〕偶极子网格法的应用.....	120
一、复线性代数方程.....	120
二、气动载荷系数的数值算例.....	120
§ 4-4 计算亚音速机翼载荷分布的核函数配置法.....	123
〔一〕积分方程.....	123
〔二〕载荷幅值 Δp^* 的多项式近似.....	124
〔三〕下洗配置点和积分点的最佳位置和数值积分技术.....	126
一、弦向积分时下洗配置点和积分点的最佳位置.....	126
二、展向积分时下洗弦的最佳位置和数值积分技术.....	129
〔四〕三维薄翼定常载荷的数值计算方法及示例.....	133
一、核函数法的积分方程.....	133
二、沿弦向的积分.....	135

三、沿展向的积分	138
四、确定载荷级数多项式系数 a_{nm} 的代数方程组	138
五、关于展向和弦向控制点和积分点的数量比的选择问题	139
§ 4-5 计算超音速机翼载荷分布的核函数配置法	140
〔一〕 积分方程	140
〔二〕 载荷幅值 Δp^* 的多项式近似	141
一、亚音速前后缘机翼的权函数	142
二、超音速前后缘机翼的权函数	143
〔三〕 核函数积分方程的数值积分技术	144
〔四〕 三维薄翼定常载荷的数值计算方法	146
一、沿弦向积分	148
二、沿展向积分	149
三、数值例子	153
〔五〕 三维薄翼非定常谐振载荷幅值的数值计算方法简解	154
参考资料	156
附录 非定常空气动力的实验方法	157

第一章 一维非定常流动

在绝大多数气动力计算问题中，是可以把流谱看成定常的，或者可以认为是准定常的。但是，也有许多情况，流体运动的非定常特征却起着重要的作用。

大家最熟悉的空气作非定常运动的例子，可能是声学这门学科，即声音以极微弱的压强扰动形式在空气中传播。飞机在空气中运动，通常也不是完全定常的，例如，气动弹性问题的产生，就是非定常气动力作用的结果。发动机的工作状态，通常远不是完全定常的，例如，燃烧的进行很不定常，燃烧室的出口温度和压强等时时变化。还有一些设备，它本身的正常工作就是非定常流动，例如，暂冲式风洞、激波风洞、脉动式发动机等。最后，研究非定常流动及其计算，对求解定常流问题也是有帮助的，这时，定常流的解是非定常流动在时间无限延续时的渐近解。

造成流场中任意一点是非定常的流动状态，使气流参数随时间而变化，归根到底是流场中的某些变化，或者称为扰动，在流场中传播所引起的。因此，研究非定常流动就归结为研究扰动的传播规律，这包括有扰动的传播速度、扰动前后气流参数的变化、扰动到达各种不同边界时的反应、多处多种扰动的综合和相互作用、扰动强度在传播中的变化规律等。

一维非定常流动是一般非定常流动的简单情况，亦是进一步讨论一般非定常流动的基础。在激波管中，在脉冲喷气发动机中，以及在爆炸过程中，气体的运动可以简化为一维非定常运动，即仅包含 x 和 t 两个自变量。一维非定常运动方程组，在不计粘性情况下，主要是描写各种波的运动和传播过程。为了便于揭示波传播运动的原理，本章分两部分讨论，第一部是连续流，研究等熵波的产生、运动、反射和干扰的规律，第二部分是间断流，研究激波的产生、运动、反射和干扰的规律。

本章着重于讨论平面一维流，略去粘性和热传导的作用。我们将发现，一维非定常流动的处理方法可以和定常二维超音速流动相比拟，要善于抓住这两者方法上的共性，但是，要分清这两者物理本质上的区别。

§ 1-1 一维非定常连续流动

真正的一维流动是流动参数仅依赖于一个空间坐标 x 和时间 t 的流动。这时，流线微团的轨线是直线。据此，在等截面管中的平面流动、柱对称流动和球对称流动均属于一维流动。管道横截面积变化缓慢，而且管高与管轴曲率半径相比很小的管流叫做准一维流动。我们这里讨论的“一维”，包含了上述两种情况。

在这一节中，我们将研究不受小扰动限制的一维非定常流动，假设所有的流体微团性质相同，摩擦略去不计，并把流体看成是理想气体，接受流体连续性的含意。

〔一〕 气体一维非定常等熵流的基本方程

图 1-1-1 表示用于一维流动的笛卡儿坐标、柱坐标和球坐标系。在这三个情况中， x 均表示空间坐标， u 表示流动速度。

我们在推导一维非定常等熵流的基本方程中，引入两项主要假设：（1）流动是“一维”的，所有有关的变量只取决于 x 和 t ；（2）流动是等熵的。

理想气体的一维非定常等熵流必须满足下列三个方程，即

连续方程 连续方程是根据质量守恒原理导出的，流出控制面的净质量流量等于控制面内质量的减少率。在给定瞬时，由左边流入控制体的质量流量为 $\rho A u$ ，而控制体内的质量是 $\rho A dx$ （图 1-1-2）。因此，可以写出

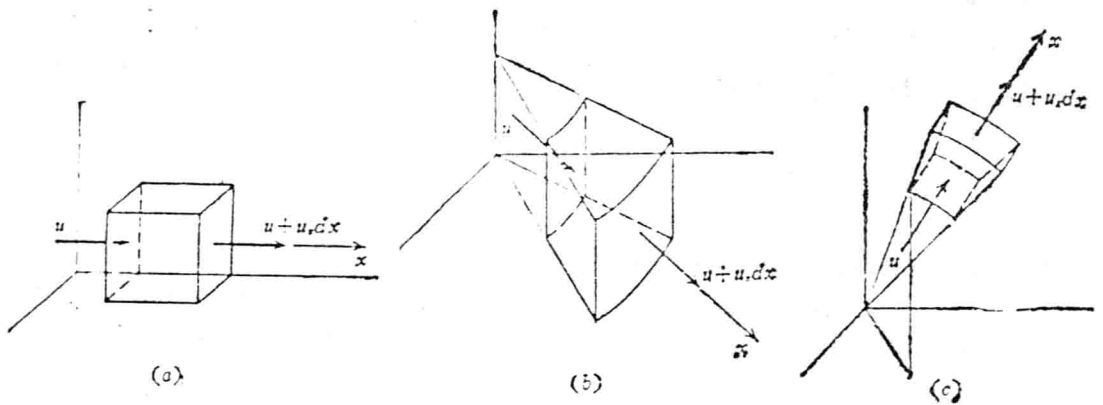


图 1-1-1 用于非定常一维流动的坐标系

(a) 笛卡儿坐标系； (b) 柱坐标系； (c) 球坐标系

$$\frac{\partial (\rho A u)}{\partial x} dx = - \frac{\partial}{\partial t} (\rho A dx)$$

(1-1-1)

展开此式，并注意截面积 A 只与空间坐标 x 有关，于是得到

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + u \frac{\partial \rho}{\partial x} + \rho \frac{\partial u}{\partial x} + \rho u \frac{dA/dx}{A} = 0$$

(1-1-2)

在认为 $dA/dx = 0$ 时，得到笛卡儿坐标系下的一维非定常均熵流的连续方程为

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} (\rho u) = 0 \quad (1-1-3)$$

同理，可得柱坐标系和球坐标系下的一维非定常等熵流的连续方程分别为

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} (\rho u) + \frac{\rho u}{x} = 0 \quad (1-1-4)$$

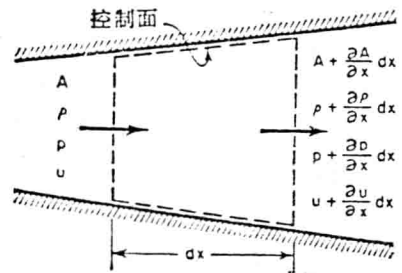


图 1-1-2 通过控制面的流动

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} (\rho u) + 2 \frac{\rho u}{x} = 0 \quad (1-1-5)$$

如果，把这三个坐标系下的连续方程表达成一个统一的形式，则可写成

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} (\rho u) + \epsilon \frac{\rho u}{x} = 0 \quad (1-1-6)$$

其中 ϵ 是系数，对于平面一维流， $\epsilon = 0$ ；对于轴对称一维流， $\epsilon = 1$ ；对于球对称一维流， $\epsilon = 2$ 。

动力学方程 把动量定理应用于上述控制面，作用在控制面内流体上的净作用力，等于控制面内动量随时间的变化率加上流出的动量通量与流入的动量通量之差，这句话可写成

$$\begin{aligned} pA + p dA - (A + \frac{dA}{dx} dx) (p + \frac{\partial p}{\partial x} dx) \\ = \frac{\partial}{\partial t} (\rho A dx u) + \frac{\partial}{\partial x} (\rho A u^2) dx \end{aligned}$$

或将此式简化为

$$-\frac{\partial p}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial t} (\rho u) + u \frac{\partial}{\partial x} (\rho u) + \frac{\rho u}{A} \frac{\partial}{\partial x} (A u)$$

展开右端，并由此式减去式(1-1-2)，得

$$-\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} = \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} \quad (1-1-7)$$

这就是非定常运动的欧拉方程。右端是速度对时间的实质导数，即某个质量恒定的流体微团的加速度。

压强 - 密度的等熵关系式 因为所有的流体状态的熵值相同，我们可以写出

$$\left(\frac{\partial p}{\partial \rho}\right)_s = \frac{d p}{d \rho} = a^2 = \gamma \frac{p}{\rho} \quad (1-1-8)$$

因此

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} = \frac{1}{\rho} \frac{d p}{d \rho} \frac{\partial \rho}{\partial x} = \frac{a^2}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial x} \quad (1-1-9)$$

在等熵条件下，可把动力学方程(1-1-7)写成

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{u^2}{2} + P\right) = 0 \quad (1-1-10)$$

其中 $P = \int \frac{d p}{\rho}$ ，利用理想气体的等熵关系式

$$p \left(\frac{1}{\rho}\right)^\gamma = C \quad (1-1-11)$$

和(1-1-8)式，可得

$$P = \frac{1}{\gamma - 1} a^2 = \frac{\gamma}{\gamma - 1} \frac{p}{\rho} \quad (1-1-12)$$

并找出其导数为

$$\frac{\partial P}{\partial x} = \frac{a^2}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial x} \quad (1-1-13a)$$

$$\frac{\partial P}{\partial t} = \frac{a^2}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial t} \quad (1-1-13b)$$

再把连续方程 (1-1-6) 写成 (各项乘以 a^2/ρ)

$$\frac{a^2}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial t} + u \frac{a^2}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial x} + a^2 \frac{\partial u}{\partial x} + \epsilon \frac{a^2 u}{x} = 0$$

代入式 (1-1-13a) 和 (1-1-13b), 得

$$\frac{\partial P}{\partial t} + u \frac{\partial P}{\partial x} + a^2 \frac{\partial u}{\partial x} + \epsilon \frac{a^2 u}{x} = 0$$

或者写成

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{u^2}{2} + P \right) + u \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{u^2}{2} + P \right) - u \frac{\partial u}{\partial t} + (a^2 - u^2) \frac{\partial u}{\partial x} + \epsilon \frac{a^2 u}{x} = 0 \quad (1-1-14)$$

由此得到基本方程组 (1-1-10) 与 (1-1-14)。也可以把这两式合并为

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{u^2}{2} + P \right) - 2u \frac{\partial u}{\partial t} + (a^2 - u^2) \frac{\partial u}{\partial x} - \epsilon \frac{a^2 u}{x} = 0 \quad (1-1-15)$$

在基本方程中, 有两个待定的函数为 u 和 $(\frac{u^2}{2} + P)$ 。

为了简化形式, 还可以引入一个位函数代替两个待定函数。根据 (1-1-10) 式, 必存在位函数 φ , 满足:

$$u = \frac{\partial \varphi}{\partial x}, \quad \frac{u^2}{2} + P = -\frac{\partial \varphi}{\partial t}$$

代入 (1-1-15) 式, 得

$$(a^2 - u^2) \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} - 2u \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x \partial t} - \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} = -\epsilon \frac{a^2 u}{x} \quad (1-1-16)$$

该运动方程是非线性的, 即方程内含有未知量的乘积。非线性偏微分方程是难解的, 因为解线性方程所广泛使用的方法已不适用, 而且其解也不可能叠加。对于求解非线性方程来说, 可用的方法通常是: (1) 直接数值解法; (2) 在另一个更方便的物理系统上进行模拟实验; (3) 特征线法。

可以把 (1-1-16) 式看成是一个二阶拟线性偏微分方程, 可令:

$$A = (a^2 - u^2), \quad B = -2u, \quad C = -1, \quad D = -\epsilon \frac{a^2 u}{x}$$

由于

$$B^2 - AC = a^2 > 0$$

可知基本方程 (1-1-16) 是双曲型的。在下一节, 我们将采用特征线方法来求解这个方程。

〔二〕 一维非定常等熵流的特征线方法

特征线是一个数学名词, 在数学上, 只要偏微分方程是双曲型的, 就有特征线存在。因此, 在空气动力学上, 只要描述流动的偏微分方程是双曲型的, 就有特征线存在。

根据〔一〕中的分析, 由于一维非定常等熵流的基本方程 (1-1-16) 是双曲型的偏微分方程, 所以, 解这个方程可以采用特征线方法。对于一维非定常流问题来说, 此法的基本点仍然是: 首先确定出物理平面上两族特征线方程式和沿此两族特征线的两个相容方程式, 利用这两组方程式计算出物理平面上新的待求点, 然后求出该点的气动参数。如此逐点求定, 以达到求解在所研究的全部时间和空间范围内的气流参数。

一、特征线方程

把方程 (1-1-16) 式与二维超音速定常等熵流的特征线法对比, 相当于把 y 换成 t , 于是, (1-1-16) 式的特征线性方程为

$$\frac{dt}{dx} \Big|_{I, II} = \frac{C}{B \pm \sqrt{B^2 - AC}} = \frac{1}{u \pm a}$$

或写成

$$\frac{dx}{dt} \Big|_I = u + a, \quad \frac{dx}{dt} \Big|_{II} = u - a \quad (1-1-17)$$

现在来说明一维非定常流中特征线的含义。我们知道, 由扰动引起的等熵波相对于运动气体质点的传播速度为当地音速 a 。如果相对于运动气体质点, 波向右传播 (x 轴的正向指向右), 则传播速度为 $+a$, 这种波为右行波; 同理, 左行波的传播速度为 $-a$ 。左行波与右行波是相对于气体质点来说的, 与气体运动速度的大小和方向均无关。

如果我们在绝对坐标中来观察等熵波的运动, 那就要计入气体质点的速度 u 。右行波的绝对运动速度为 $u + a$, 左行波的绝对运动速度为 $u - a$ 。由于计入了 u , 右行波可能向左运动, 左行波也可能向右运动。

从上可知, 在 $x-t$ 图上的特征线表达了等熵波的位置随时间变化的关系, 第一族特征线对应着右行波, 第二族特征线对应着左行波。

二、相容方程式

同样, 与二维超音速定常等熵流的特征线法对比, 可求出一维非定常等熵流的一阶偏导数沿特征线的变化规律, 又名相容性条件或相容方程式为

$$d\left(\frac{\partial\varphi}{\partial x}\right) = -\frac{C}{B \pm \sqrt{B^2 - AC}} d\left(\frac{\partial\varphi}{\partial t}\right) + \frac{D}{A} dx$$

代入

$$d\left(\frac{\partial \varphi}{\partial t}\right) = d u$$

$$d\left(\frac{\partial \varphi}{\partial t}\right) = -d\left[\frac{u^2}{2} + \frac{1}{\gamma-1} a^2\right] = -u du - \frac{2}{\gamma-1} a da$$

经简化后, 得

$$\left. \begin{aligned} \text{沿特征线 I:} \quad & du + \frac{2}{\gamma-1} da = \epsilon \frac{au}{u-a} \frac{dx}{x} \\ \text{沿特征线 II:} \quad & du - \frac{2}{\gamma-1} da = \epsilon \frac{au}{u-a} \frac{dx}{x} \end{aligned} \right\} \quad (1-1-18)$$

今后我们限于讨论平面一维流, $\epsilon = 0$, 相容关系与物理平面上特征线的具体分布情况无关, 可简化为

$$\left. \begin{aligned} \frac{da}{du} \Big|_I &= -\frac{\gamma-1}{2} \\ \frac{da}{du} \Big|_{II} &= \frac{\gamma-1}{2} \end{aligned} \right\} \quad (1-1-19)$$

或者可积分为

$$\left. \begin{aligned} \text{沿 I:} \quad & u + \frac{2}{\gamma-1} a = C_1 \\ \text{沿 II:} \quad & u - \frac{2}{\gamma-1} a = C_2 \end{aligned} \right\} \quad (1-1-20)$$

其中 C_1 和 C_2 称为黎曼不变量。

从(1-1-19)和(1-1-20)式可知: 相容关系在 $u-a$ 平面上为两族直线, 对于空气, 其斜率分别为 -0.2 和 $+0.2$, 这两族直线称为状态平面上的特征线, 见图 1-1-3。这些状态平面上的特征线表示了不同扰动波通过气体之后, 在气体内引起质点参数 u 和 a 的变化关系, 它们具有通用性, 不受具体运动条件影响。

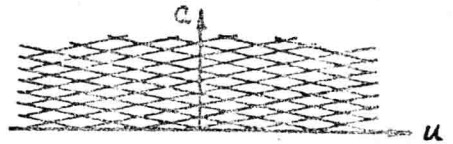


图 1-1-3 状态平面上的特征线

如果用足标“1”表示气体受扰动前的参数, 那么
只要求出扰动后的速度 u , 其他参数如温度, 压力, 密度等, 都可根据等熵关系求出为

$$\left(\frac{T}{T_1}\right)_{I, II} = \left(\frac{a}{a_1}\right)^2 = \left[1 \pm \frac{\gamma-1}{2} \left(\frac{u_1}{a_1} - \frac{u}{a_1}\right)\right]^2 \quad (1-1-21)$$

$$\left(\frac{p}{p_1}\right)_{I, II} = \left(\frac{a}{a_1}\right)^{\frac{2\gamma}{\gamma-1}} = \left[1 \pm \frac{\gamma-1}{2} \left(\frac{u_1}{a_1} - \frac{u}{a_1}\right)\right]^{\frac{2\gamma}{\gamma-1}} \quad (1-1-22)$$

$$\left(\frac{\rho}{\rho_0}\right)_{I, II} = \left(\frac{a}{a_0}\right)^{\frac{2}{\gamma-1}} = \left[1 \pm \frac{\gamma-1}{2} \left(\frac{u_1}{a_1} - \frac{u}{a_1}\right)\right]^{\frac{2}{\gamma-1}} \quad (1-1-23)$$

以上各式中右侧项中的 \pm 号，分别对应于左侧项的附标 I, II，即第 I、第 II 两族特征线。右侧项中的 u_1 和 u ，具有正负值，当质点向右运动时，其值为正，反之，当质点向左运动时，其值为负。

最后，我们把平面一维等熵波的特征线方程与相容关系综列于下：

$$\frac{dx}{dt} = u + a$$

第 I 族: $u + \frac{2}{\gamma-1} a = u_1 + \frac{2}{\gamma-1} a_1 = C_1 \quad (1-1-24)$

$$\frac{dx}{dt} = u - a$$

第 II 族: $u - \frac{2}{\gamma-1} a = u_1 - \frac{2}{\gamma-1} a_1 = C_2 \quad (1-1-25)$

如果我们仅仅对小振幅波感兴趣的话，这里所描述的需要作逐步数值计算的特征线法就没有多大价值，因为声学理论中已有解析法可供使用。但是，我们的主要目的是要计算有限振幅波，解析方法通常是不能用的。然而，一则由于特征线法能说明我们在后面即将遇到的概念与方法；二则还由于这是一种有用的预备知识，它能够迅速地估算出从大振幅波的更精确的解中所能预料的结果，所以，进一步探讨特征线法的应用是有价值的。

〔三〕简单波流

在本节中，我们将讨论最简单的等熵波运动。所谓简单波流，从物理上说，当扰动仅从一个方向，向着均匀流区域里传播的时候，就产生了简单波；亦即只有单向膨胀波和单向压缩波（在未汇集成激波之前）的流动。例如，假设管道中有一个不变的定常流动；在某一瞬时的某一点 a 上，用关闭一个阀门的方法（图 1-1-4），引进一个扰动（不一定是小扰动），顺流传播的一些声波把扰动带入均匀的流动区域里，这就是一种简单波流。

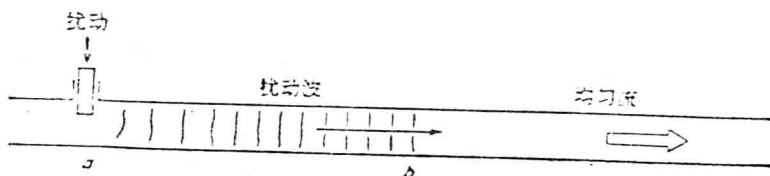


图 1-1-4 简单波的物理说明

简单波流在工程计算中是经常出现的，同时，把简单波流研究清楚了，亦是了解复杂波流的基础。为了进一步说明简单波的产生与传播机理，现以活塞运动引起的扰动传播为例。

假设一圆柱形直管道，其左端有一个可移动的活塞，其右端伸至无穷远，管内充满着气体（图 1-1-5）。在初始时刻，活塞静止不动，气体也处于静止状态。设活塞突然向左移动，使它在很短时间内，速度增至微量 δu 。此后，活塞以匀速 δu 向左运动。由于活塞的突然移动，使紧靠活塞的气体首先膨胀，然后这个扰动逐渐向右传播。如果活塞的扰动是极其微小的，那么扰动将以音波（膨胀波）向右传播，气体在音波过后，流动参数均发生微量变化，压力和密度下降，速度由零变成向左的微速度 δu （与活塞速度相等）。这种运动可以形象地表示在 $x-t$ 图上，与理论力学中的运动图类似。图 1-1-5 中的虚线表示音波在不同时刻的位置，有时称为小扰动波波面运动“迹线”。在线的右侧为未扰动区，线的左侧是扰动区。图中的点划线表示任意一气体质点 M 在不同时刻的位置，实线表示活塞在不同时刻的位置。在 $x-t$ 图上，波的迹线的斜率愈大，表示其传播速度愈小。

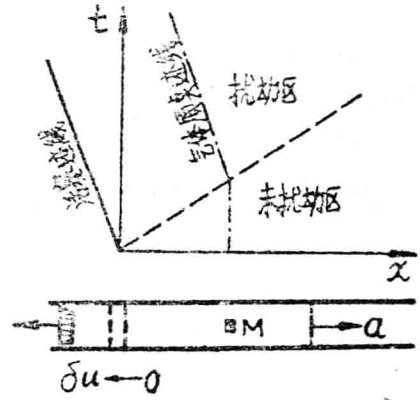


图 1-1-5 膨胀波流例子

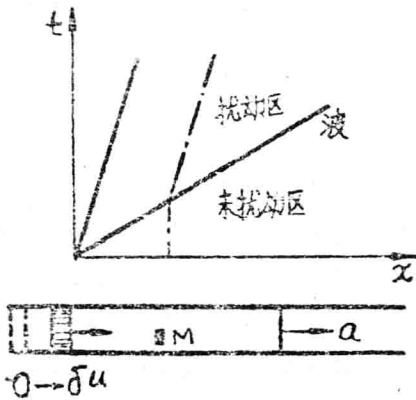


图 1-1-6 压缩波流例子

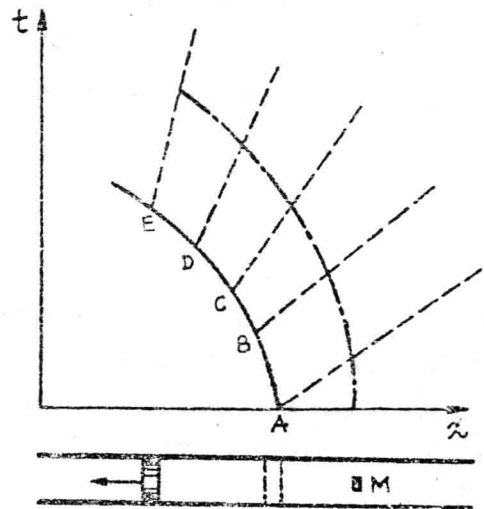


图 1-1-7 大扰动膨胀波流

同理，可以讨论小扰动压缩波的传播过程（见图 1-1-6）。

以上讲的是小扰动情况，下面再讲大扰动情况。

设活塞以加速度向左运动，其速度不断增大。活塞的迹线见图 1-1-7 所示的

ABCDE 曲线。当活塞速度改变时，气体不断受到膨胀扰动，产生膨胀波。气体在通过第一道膨胀波后，温度有所降低，因此第二道膨胀波的传播速度（即等于当地音速） a_2 将小于第一道膨胀波的传播速度 a_1 ，此后 a_3 又小于 a_2 ，以此类推。再由于气体速度方向是向左的，取负值，在第二道膨胀波前的速度 $|u_2|$ 大于第一道膨胀波前的速度 $|u_1|$ ，于是第二道膨胀波的绝对运动速度 $|u_2 + a_2|$ ，将小于第一道膨胀波的绝对运动速度 $|u_1 + a_1|$ ，以此类推。在 $x-t$ 图上各道膨胀波的斜率不同，成为发散形状。气体通过这一组的膨胀波后，物理量将发生有限量的变化。图 1-1-7 上的点划线表示某一气体质点的迹线。

如果活塞以加速度向右移动，将产生压缩波（图 1-1-8）。由于与膨胀相反的理由，后面的压缩波的绝对运动速度大于前面压缩波的运动速度，后面的压缩波能赶上前面的压缩波，最后迭加为激波，在 $x-t$ 图上表现为后面压缩波的斜率小于前面的，呈汇合状，当这些波相交后，汇集成激波。

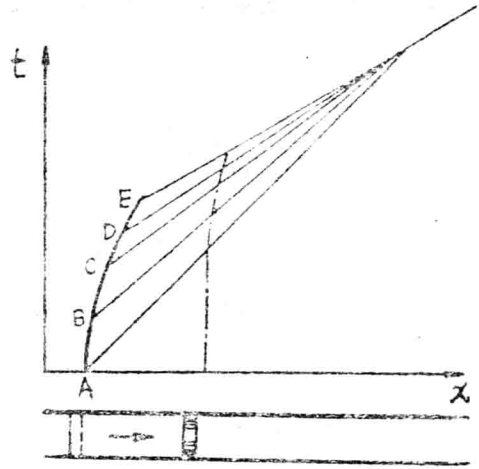
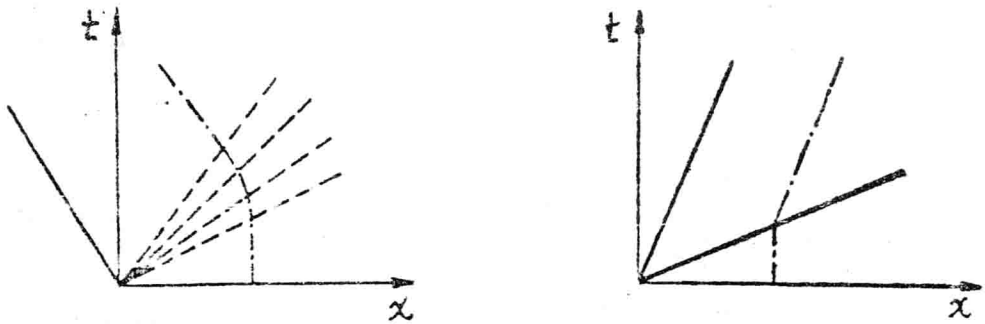


图 1-1-8 大扰动压缩波流

如果对气体的有限强度的扰动是在瞬间发生的，例如炸药的爆炸过程是在几十万分之一秒或几百分之一秒内完成，又如激波管的破膜时间也是极短的，我们可设想活塞的速度是在瞬间由零增加到有限值

u ，然后以速度 u 等速运动。如果活塞向左运动，将产生一束集中膨胀波（图 1-1-9 a）；如果活塞向右运动，将产生一道激波（图 1-1-9 b）。



(a)

(b)

图 1-1-9 瞬时有限强度扰动的传播

综上所述，波产生的原因是由于介质受到扰动，此扰动依靠介质的弹性，以波的形式把扰动传播到介质的其他部分。因此必须把波的传播速度与质点的流速分清楚。对于

介质扰动的形式是很多的，但是归总起来不外乎是速度不平衡和压力不平衡。前面所举各例都是设想由活塞运动引起的速度不平衡而产生了波，后面将要谈到，激波管中是由压力不平衡而产生波的。从前面所举例子中可见，扰动除了产生波，引起介质的热力学参数发生变化外，还产生了介质本身的运动。

由于略去了气体的粘性和热传导性，在不产生激波的情况下，气体质点的运动是等熵的，尽管流场不一定是均熵的，这是连续流的情况。如果产生了激波，就出现不等熵过程，这是间断流的情况。

类似于平面定常超音速流的简单波情况那样，我们假定黎曼不变量之一 C_2 (或 C_1) 沿着任一条第 I 族特征线都是同一常数 C_{20} ，那么把相容关系 (1-1-20) 改写为

$$\left. \begin{aligned} u &= \frac{C_1 + C_{20}}{2} \\ a &= \frac{\gamma - 1}{2} \frac{C_1 - C_{20}}{2} \end{aligned} \right\} \quad (1-1-26)$$

可见沿着任一条第 I 族特征线，所有流动参数 u ， a 等都等于常数，从

$$\left. \frac{dx}{dt} \right|_I = u + a = \text{常数}$$

中，可断定第 I 族特征线是直线，也就是单向直线波，称为简单波。

总之，简单波流具有下列特点：

1. 简单波流中只有单向波存在，或是左行波，或是右行波。

2. 在 $x-t$ 图上有一族特征线是直线，沿着这一族特征线的任一条线，流动参数都保持不变。简单波流的参流沿着 $u-a$ 平面上的一条特征线变化。

简单波的关系式为：

对于右行波，

$$\left. \begin{aligned} x &= (u + a)t + f(u) \\ u - \frac{2}{\gamma - 1} a &= C_{20} \end{aligned} \right\} \quad (1-1-27)$$

对于左行波，

$$\left. \begin{aligned} x &= (u - a)t + f(u) \\ u + \frac{2}{\gamma - 1} a &= C_{10} \end{aligned} \right\} \quad (1-1-28)$$

式中 $f(u)$ 是速度的任意函数。

简单波大致可以分为四类：右行膨胀波，右行压缩波，左行膨胀波和左行压缩波。这四类波如图 (1-1-10) 所示。

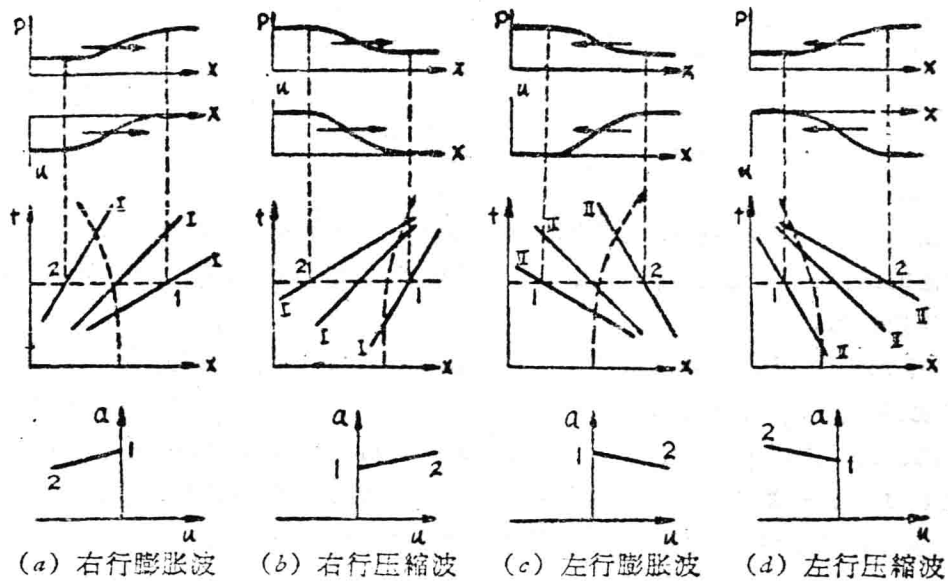


图 1-1-10 简单波的分类

例 1. 已知右行集中膨胀波波前的参数为 $u_0 = 0$, a_0 等, 又知波后的温度 T_2 , 求膨胀波的范围, 并求膨胀波中任一 (x, t) 处的参数。(参考图 1-1-10)。

解: 集中膨胀波在 $x-t$ 图上的特征线是从一点 (设是坐标原点) 发出来的射线 ($x/t = \text{const}$), 因此任意函数 $f(u) = 0$, 于是右行集中膨胀波的关系式为

$$\left. \begin{aligned} \frac{x}{t} &= u + a \\ u - \frac{2}{\gamma - 1} a &= C_2 a_0 = -\frac{2}{\gamma - 1} a_0 \end{aligned} \right\} \quad (1-1-29)$$

先来决定集中膨胀波的范围。头一条膨胀波的位置为 $(\frac{x}{t})_1 = a_0$, 按给定条件求出膨胀波最后的音速为

$$a_2 = \sqrt{\gamma R T_2}$$

又从式 (1-1-29) 的第二式算出

$$u_2 = \frac{2}{\gamma - 1} (\sqrt{\gamma R T_2} - a_0)$$

于是末一条膨胀波的位置为

$$\left(\frac{x}{t}\right)_2 = u_2 + a_2 = \frac{\gamma + 1}{\gamma - 1} \sqrt{\gamma R T_2} - \frac{2}{\gamma - 1} a_0$$

再来决定膨胀波内任一 x/t 处的参数, 从 (1-1-29) 式可算出