科技与情报1977年专刊

气体激光理论专辑

南京航空学院
藏書
圖書館

第三机械工业部三〇三研究所

需要全本请访问 www.ertongbook.com

毛主席语录

鼓足干劲，力争上游，多快好省地建设社会主义。

外国一切好的经验，好的技术，都要吸收过来，为我所用。学习外国必须同独创精神相结合。采用新技术必须同群众性的技术革新和技术革命运动相结合。

古为今用，洋为中用。

我们一定要把党内党外、国内国外的一切积极因素，直接的、间接的积极因素，全部调动起来，把我国建设成为一个强大的社会主义国家。

抓革命，促生产，促工作，促战备。

30314256

科技与情报

1977年 专刊 （总第十九期）

目 录

一、光学激光理论 ---------- 5
1、前 言 ---------- 5
2、计标基础 ---------- 5
3、电磁场方程 ---------- 6
4、介质极化 ---------- 9
5、运动的积分方程 ---------- 12
6、一阶理论 ---------- 13
7、三阶项 ---------- 20
8、单频振荡 ---------- 23
9、多模振荡 ---------- 27
10、二频率振荡 ---------- 34
11、二模振荡的强度和频率 ---------- 39
12、标准三频振荡 ---------- 40
13、复合音 ---------- 41
14、频率牵引现象 ---------- 43
15、总体变化与波动 ---------- 45
16、与前面计标的关係 ---------- 47
17、关于多普勒频带加宽讨论 ---------- 50
18、孔穴燃烧 ---------- 53

南京航空學院 藏書 圖書館

311494

19、关于单模振荡的近似高阶理论 ---------- 55
20、高激光状态的自然衰减激励低激光能级 --- 55
21、其它激带加宽源 ---------- 56
二、行波激光理论 ---------- 58
1、前 言 ---------- 58
2、Lamb 样机的改型 ---------- 59
3、电磁场方程 ---------- 59
4、介质极化 ---------- 62
5、单模极化计标 ---------- 65
6、粒子数反转 ---------- 66
7、三级极化 ---------- 69
8、一个同位素的稳定性 ---------- 69
9、稳定性 ——— 二同位素情况 ---------- 71
10、综合讨论 ---------- 75
附录 I ---------- 77
〃 II ---------- 78
〃 III ---------- 81
〃 IV ---------- 83
三、激光陀螺中的功率与比例因子修正的关系 --- 89
1、简 介 ---------- 89
2、前 言 ---------- 89
3、实 验 ---------- 89
4、理 论 ---------- 95
5、计 算 ---------- 105

毛主席语录

鼓足干劲，力争上游，多快好省地建设社会主义。

外国一切好的经验，好的技术，都要吸收过来，为我所用。学习外国必须同独创精神相结合。采用新技术必须同群众性的技术革新和技术革命运动相结合。

古为今用，洋为中用。

我们一定要把党内党外、国内国外的一切积极因素，直接的、间接的积极因素，全部调动起来，把我国建设成为一个强大的社会主义国家。

抓革命，促生产，促工作，促战备。

需要全本请访问 www.ertongbook.com

30314256

科技与情报

1977年 专刊 （总第十九期）

目 录

一、光学激光理论 ---------- 5
1、前 言 ---------- 5
2、计标基础 ---------- 5
3、电磁场方程 ---------- 6
4、介质极化 ---------- 9
5、运动的积分方程 ---------- 12
6、一阶理论 ---------- 13
7、三阶项 ---------- 20
8、单频振荡 ---------- 23
9、多模振荡 ---------- 27
10、二频率振荡 ---------- 34
11、二模振荡的强度和频率 ---------- 39
12、标准三频振荡 ---------- 40
13、复合音 ---------- 41
14、频率牵引现象 ---------- 43
15、总体变化与波动 ---------- 45
16、与前面计标的关係 ---------- 47
17、关于多普勒频带加宽讨论 ---------- 50
18、孔穴燃烧 ---------- 53

南京航空學院 藏書 圖書館

311494

19、关于单模振荡的近似高阶理论 ---------- 55
20、高激光状态的自然衰减激励低激光能级 --- 55
21、其它激带加宽源 ---------- 56
二、行波激光理论 ---------- 58
1、前 言 ---------- 58
2、Lamb 样机的改型 ---------- 59
3、电磁场方程 ---------- 59
4、介质极化 ---------- 62
5、单模极化计标 ---------- 65
6、粒子数反转 ---------- 66
7、三级极化 ---------- 69
8、一个同位素的稳定性 ---------- 69
9、稳定性 ——— 二同位素情况 ---------- 71
10、综合讨论 ---------- 75
附录 I ---------- 77
〃 II ---------- 78
〃 III ---------- 81
〃 IV ---------- 83
三、激光陀螺中的功率与比例因子修正的关系 --- 89
1、简 介 ---------- 89
2、前 言 ---------- 89
3、实 验 ---------- 89
4、理 论 ---------- 95
5、计 算 ---------- 105

光学激光理论

本文介绍光学激光器性能的理论。电磁场按类处理，激活介质由热运动原子组成，热运动原子根据量子力学定律在电磁场的作用下获得非线性电偶极运动。相对应的介质的宏观电极化作为电磁场源。准稳定场应被导出的极化所维持的这一独立要求，导出确定多模振荡振幅和频率与表示激光特征的各种参数的函数关系的方程。所取得的结果有：阈值条件，作为谐振腔调谐函数的单模输出，频率推挽，包括频率闭锁的模竞争现象，复合音的产生，粒子数波动。本文提出运用速率方程对激光作用进行更接近的研究，其中"孔穴燃烧"起到一定的作用。

1、前　　言

本文从理论上叙述多模激光振荡器的操作。这种方法特别适用于Schawlow和Townes提出的，并被Javan、Bennett和Herriott用试验实现的那种气体光学激光器，但这些方程也应用于叙述固体光学激光器的某些特征。

2、计算基础

我们研究有对材料介质起作用的一定古典电磁场的高Q多模谐振腔，该材料介质包括量子力学定律说明的原子集合。不想研究因自然放射及热、密度或量子波动所产生的噪声。Javan和合作的工作人员所观察到的光谱的高纯度，提出这些良好的近似法。

电磁场对谐振腔中原子的影响是使介质产生宏观电极化

$P(r,t)$。它起一个与Marwell方程一致的电磁场源作用。独立条件（产生的电磁场应等于假设的电磁场）决定可能振荡的振幅与频率。计标包括非线性效应，以便能叙述频率推挽、模竞争、频率闭锁等现象。

原子在自然衰变时间的热运动带着它通过电磁场驻波图几个波长。结果，看到这个原子按其轨道的多普勒频移光学频率。这个重要情况极大地影响Javan-Bennett-Herriott激光器的性能。然而在热运动被忽略时，本文中的方程可以用于理想的固体光学激光器的计标。

我们假设只有二个原子状态a，b构成激光运动。为简化起见，电磁场的矢量特征（极化）将被忽略。为保证我们的分析适用，最好用光学结构支撑一个极化面，如同用布鲁斯特角型的窗一样。一般状态极化的更复杂的问题在其它文章中讨论。

Javan，Bennett和Herriott所用的Fabry-Perot型谐振腔当然有连续模，因为它未被反射壁封闭。然而，从Fox和Li的工作推定当然有管的衍射耗散小的不连续准模组。最高Q的谐振腔模都是对称模，其角频率用下式标出：

$$\Omega n = \pi nc/L \qquad (1)$$

c是光速，L是反射板之间的距离（$L\sim 100\,cm$），n是大整数，典型的为2×10^6。Fox和Li已经指出，下一组最高Q模是奇数径向对称模，几何形状与上一组模相差约1兆赫。我们讨论的目的在于特殊地，但可以避免地最高Q模。

3、电磁场方程

用mks（米-千克-秒）单位写出Maxwell方程：

$$\begin{aligned} &div\,D=0 \quad curl\,E=-\partial B/\partial t \\ &div\,B=0 \quad curl\,H=J+\partial D/\partial t \end{aligned} \qquad (2)$$

其中，　$D = \epsilon_0 E + D$ ，　$B = \mu_0 H$ ，　$J = \sigma E$　　(2a)

对于近似值来说（其确实性在其它文章中讨论），被激励原子排列可以作为电状态被宏观极化 $P(r,t)$（电偶极子瞬间密度）说明的介质为避免氨器的波腰位问题，假设存在欧姆电导率调节至所要求的标准模阻尼的损耗介质。电场就遵守波动方程：

$$curl\ curl\ E + \mu_0\sigma\partial E/\partial t + \mu_0\epsilon_0\partial^2 E/\partial t^2 = -\mu_0\partial^2 P/\partial t^2 \quad (3)$$

在以下的计算中，空间关係 $E(x,y,z,t)$ 的主要效应来源于受激原子通过电场的运动，导致由原子发现的电场振幅调制。Fox和Li对均匀对称模的分析指出，电场並不通过管径迅速变化。因此我们仅考虑E的轴向变化。当 curl curl E 用 $-\partial^2 E/\partial z^2$ 代替时，z是轴向座标，E是横电场。对于有第n标准模（未标准化）有特征函数：

$$U_n(z) = \sin K_n z \quad (4)$$

波数为　　$K_n = n\pi/L$　　(5)

n是一个大整数。

出现一定极化 $P(z,t)$ 时，电场往静止受迫振荡能用标准模特征函数展开式：

$$E(z,t) = \Sigma_n A_n(t) U_n(z) \quad (6)$$

式中，振幅 $A_n(t)$ 遵守受迫阻尼简单谐波发生器微分方程：

$$\frac{d^2 A_n}{dt^2} + \left(\frac{\sigma}{\epsilon_0}\right)\frac{dA_n}{dt} + \Omega_n^2 A_n = -\left(\frac{1}{\epsilon_0}\right)\frac{d^2 P_n(t)}{dt^2} \quad (7)$$

$P_n(t)$ 为空间傅里叶函数 $P(z,t)$ 的分量

$$P_n(t) = \frac{2}{L}\int_0^L dz\, P(z,t)\sin K_n z \quad (8)$$

由于 $P_n(t)$ 在光学频率（0.f）为V时几乎是单色的，我们就用

需要全本请访问 www.ertongbook.com

$-\nu^2 P_n$ 代替方程(7)右边的二阶导数。调节假设的导电率 σ 至 n 模所要求的 Q_n，就得出下式：

$$\sigma = \epsilon_0 \nu / Q_n \qquad (9)$$

则 $A_n(t)$ 符合下式：

$$\frac{d^2 A_n}{dt^2} + \left(\frac{\nu}{Q_n}\right)\frac{dA_n}{dt} + \Omega_n^2 A_n = \left(\frac{\nu^2}{\epsilon_0}\right) P_n \qquad (10)$$

在典型的气体激光中，主模间距 $\Delta \sim 150$ 兆赫，比谐振腔模带宽 $\nu/Q \sim 1$ 兆赫要大得多。因此我们希望可能忽略时间的傅里叶分量 $A_n(t)$ 和 $P_n(t)$，两个分量的频率与谐振腔谐振频率 Ω_n 相差极大，写成下式：

$$A_n(t) = E_n(t)\cos(\nu_n t + \varphi_n(t)) \qquad (11)$$

和

$$P_n(t) = C_n(t)\cos(\nu_n t + \varphi_n(t)) + S_n(t)\sin(\nu_n t + \varphi_n(t)) \qquad (12)$$

式中，振幅 $E_n(t)$、相位 $\varphi_n(t)$ 以及同相和 90° 相移系数 $C_n(t)$、$S_n(t)$ 是 t 的缓慢变化函数，t 与频率 ν_n 一起仍待确定。将方程(11)和(12)代入方程(10)，只保留 $E_n(t)$ 和 $\varphi_n(t)$ 的一阶导数。分别使系数 $\cos(\nu_n t + \varphi_n)$ 和 $\sin(\nu_n t + \varphi_n)$ 等于 0，并且忽略不计包括 $\nu_n \dot{E}_n/Q_n$、$\dot{\varphi}_n \dot{E}_n$，$\nu_n \dot{\varphi}_n E_n/Q_n$ 小项，让 $\nu_n + \dot{\varphi}_n$ 极接近于 Ω_n，就得出独立方程：

$$(\nu_n + \dot{\varphi}_n - \Omega_n)E_n = -\frac{1}{2}(\nu/\epsilon_0)C_n \qquad (13)$$

$$\dot{E}_n + \frac{1}{2}(\nu/Q_n)E_n = -\frac{1}{2}(\nu/\epsilon_0)S_n \qquad (14)$$

在 $E_n(t)$ 项已知介质的极化状态时，用这二式确定光学频率辐

射的振幅、频率与相位。

4. 介质极化

构成介质的原子的二受激状态 a，b 负温度分布的确定就出现激光作用，如图 1 所示。远低于 a 和 b 的基态在图中未示出。考虑到原子在 t_0 时被某种过程（电子轰击、第二种碰撞、谐振辐射吸收，从高激励状态衰减等）激励到高激光状态 a 会发生什么情况，设原子在 t_0 时在位置 $\mathbf{r}_0$、速度为 $\mathbf{v}$。我们暂且忽略碰撞，在时间 $t > t_0$ 时原子在 $\mathbf{r} = \mathbf{r}_0 + \mathbf{v}(t - t_0)$ 处。如果在谐振腔中有光频电场 $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$，在 $t > t_0$ 时原子就看到随时间而变化的电场 $\mathbf{E}(\mathbf{r}_0 + \mathbf{v}t - \mathbf{v}t_0, t)$。与这个电场相联的是随时间而变化的扰动能量，其矩阵元为：

$$\hbar V(t) = -\wp \mathbf{E}(\mathbf{r}_0 + \mathbf{v}t - \mathbf{v}t_0, t) \qquad (15)$$

$\wp$（假设是实数的）是原子在 a，b 状态之间的电偶极子矩的矩阵元。扰动使得原子波动函数变成随时间而变化的线性组合 $a(t)\psi_a + b(t)\psi_b$。适用于原子的量子力学平均值的电偶极子标符为 $(a^* b + a b^*)\wp$。

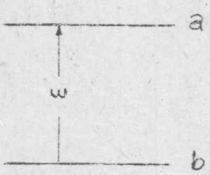


图 1

图 1，在其间产生激光作用的二激励能级 a，b。二能级的谐振过渡频率 $\omega > 0$，并给予现象上的衰变常数 γ_a 和 γ_b。激励状态用方程 (22) 中的函数 $\Lambda_a(\mathbf{r}_0, t_0, \mathbf{v})$ 说明。

按照随时间而变的波动函数（在子空间 ψ_a 和 ψ_b 中），我们从随时间而变的扰动理论方程开始，

$$\begin{aligned} i\dot{a} &= W_a a + V(t) b - \frac{1}{2} i\gamma_a a \\ i\dot{b} &= W_b b + V(t) a - \frac{1}{2} i\gamma_b b \end{aligned} \qquad (16)$$

其中，状态 a、b 的辐射衰变由包括二状态的衰变常数 γ_a，γ_b 的现象项说明。$\hbar W_a$，$\hbar W_b$ 是状态 a，b 的未扰动能量，扰动的矩阵元素 $V(t)$ 从方程(15)求出。

如果原子运动被忽略，激光在单偕振模工作，则 $V(t)$ 就是单色的，旋转波近似值将允许方程(16)被精确地积分。既使这样，回顾在 $t_0 < t$ 的所有时间内产生的一定种类原子总体的密度矩阵叙述就获得极大的代数简化。在这种情况下，已产生激光作用理论，它在信号强到足以使跃迁 $a \longleftrightarrow b$ 完全饱和时才能成立。多模工作就不再能取得这样精确的解答。然而更简单的理论有助于解释相当复杂的方程式，这在16～20节中讨论。

考虑原子在电磁场的运动，一个原子既使在单模工作时也看不到单色扰动，只有用 $E_n(t)$ 的离解的扰动展开式才能解该方程。由于首先只考虑那些原子的 a，γ_0，t_0，V 特性，运用密度矩阵法仍然是有利的。密度矩阵

$$\rho(a,\gamma_0,t_0,V,t) = \begin{pmatrix} |a|^2 & ab^* \\ a^*b & |b|^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \rho_{aa} & \rho_{ab} \\ \rho_{ba} & \rho_{bb} \end{pmatrix} \qquad (17)$$

符合运动方程

$$\dot{\rho} = -i[\mathcal{H},\rho] - \frac{1}{2}(\Gamma\rho + \rho\Gamma) \qquad (18)$$

Γ 是对角矩阵

$$\Gamma = \begin{pmatrix} \gamma_a & 0 \\ 0 & \gamma_b \end{pmatrix} \qquad (19)$$

Hamiltonian 矩阵 $\mathcal{H}$ 为

$$\mathcal{H} = \begin{pmatrix} W_a & V(t) \\ V(t) & W_b \end{pmatrix} \qquad (20)$$

用方程(13)获得的 $V(t)$，由于原子运动，有复杂的随时间而变

化关係，要求满足初始条件的方程(18)的解

$$\rho(a,\mathbf{r}_0,t_0,\mathbf{v},t_0)=\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix} \qquad (21)$$

与密度矩阵ρ相对应的平均电偶极矩为$\wp(\rho_{ab}+\rho_{ba})$。

为获得宏观极化$P(\mathbf{r},t)$，必须将在时间t达到$\mathbf{r}$的所有原子的作用（无论这些原子在何时或在何位置被激励至a）及最初被激励至b的原子的类似作用合并。设$\lambda_\alpha(\mathbf{r}_0,t_0,\mathbf{v})$为激励至$\alpha=a$，$b$单位时间·单位体积的原子数目，就得出下式：

$$P(\mathbf{r},t)=\wp\sum_{\alpha=a,b}\int_{-\infty}^{t}dt_0\int d\mathbf{r}_0\int d\mathbf{v}\lambda_\alpha(\mathbf{r}_0,t_0,\mathbf{v})$$

$$\times[\rho_{ab}(\alpha,\mathbf{r}_0,t_0,\mathbf{v},t)+\rho_{ba}(\alpha,\mathbf{r}_0,t_0,\mathbf{v},t)]$$

$$\times\delta[\mathbf{r}-\mathbf{r}_0-\mathbf{v}(t-t_0)] \qquad (22)$$

实际上，$\lambda_\alpha(\mathbf{r}_0,t_0,\mathbf{v})$就是$\mathbf{r}_0$缓慢变化函数，所以可以用$\lambda_\alpha(\mathbf{r},t_0,\mathbf{v})$代替。在$\mathbf{r}_0$积分后，

$$P(\mathbf{r},t)=\wp\sum_{\alpha=a,b}\int_{-\infty}^{t}dt_0\int d\mathbf{v}$$

$$\times\lambda_\alpha(\mathbf{r},t_0,\mathbf{v})[\rho_{ab}(\alpha,\mathbf{r}-\mathbf{v}(t-t_0),t_0,\mathbf{v},t)+conj] \qquad (23)$$

同样，我们将用密度矩阵说明在时间t以速度$\mathbf{v}$到达$\mathbf{r}$（不管其位置$\mathbf{r}_0$，时间t_0及激励状态$\alpha=a,b$）的原子总体。这可以用下式表示：

$$\rho(\mathbf{r},\mathbf{v},t)=\sum_{\alpha=a,b}\int_{-\infty}^{t}dt_0\int d\mathbf{r}_0\lambda_\alpha(\mathbf{r}_0,t_0,\mathbf{v})$$

$$\times\rho(\alpha,\mathbf{r}_0,t_0,\mathbf{v},t)\delta(\mathbf{r}-\mathbf{r}_0-\mathbf{v}t+\mathbf{v}t_0) \qquad (24)$$

从方程(24)在所有速度的积分获得的密度矩阵可以用$\rho(\mathbf{r},t)$

表示。

5、运动的积分方程

密度矩阵 $\rho(\alpha, r_0, t_0, V, t)$ 的运动的矩阵方程有下面几个分量：

$$\dot{\rho}_{ab} = -i\omega\rho_{ab} - \gamma_{ab}\rho_{ab} + iV(t)(\rho_{aa} - \rho_{bb})$$

$$\dot{\rho}_{aa} = -\gamma_a\rho_{aa} + iV(t)(\rho_{ab} - \rho_{ba}) \qquad (25)$$

$$\dot{\rho}_{bb} = -\gamma_b\rho_{bb} - iV(t)(\rho_{ab} - \rho_{ba})$$

$$\rho_{ba} = \rho_{ab}^* \qquad (26)$$

这里

$$\gamma_{ab} = \frac{1}{2}(\gamma_a + \gamma_b) \qquad (26a)$$

$$\omega = W_a - W_b > 0 \qquad (27)$$

首先研究激励至高激光状态 a 的情况，$t = t_0$，$\rho_{aa} = 1$，$\rho_{bb} = \rho_{ab} = \rho_{ba} = 0$。可以用迭代法获得扰动函数 $V(t)$ 所要求的任意阶解。对一阶和三阶的 $\rho_{ab} = \rho_{ba}^*$，二阶的 ρ_{bb}，零阶和二阶的 ρ_{aa} 都有作用。所以在零阶时，

$$\rho_{aa}^{(0)}(a, r_0, t_0, V, t) = \exp -\gamma_a(t - t_0) \qquad (28)$$

对一阶 ρ_{ab} 的作用为

$$\rho_{ab}^{(1)}(a, r_0, t_0, V, t)$$

$$= i\int_{t_0}^{t} dt' V(t') \exp[(\gamma_{ab} + i\omega)(t' - t) + \gamma_a(t_0 - t')] \qquad (29)$$

三阶作用为

$$\rho_{ab}^{(3)}(a, r_0, t_0, V, t) = i\int_{t_0}^{t} dt' V(t')[\rho_{aa}^{(2)}(a, r_0, t_0, V, t') - \rho_{bb}^{(2)}$$

$$(a, r_0, t_0, V, t')] \exp(\gamma_{ab} + i\omega)(t' - t) \qquad (30)$$

式中，$\rho_{aa}^{(2)}(a,\mathbf{r}_0,t_0,\mathbf{v},t') = -\int_{t_0}^{t'}dt''\int_{t_0}^{t''}dt'''V(t'')V(t''')$

$$\times\{\exp[\gamma_a(t''-t')+(\gamma_{ab}+i\omega)(t'''-t'')+\gamma_a(t_0-t''')]+conj\} \tag{31}$$

同样，$\rho_{bb}^{(2)}(a,\mathbf{r}_0,t_0,\mathbf{v},t') = +\int_{t_0}^{t'}dt''\int_{t_0}^{t''}dt'''V(t'')V(t''')$

$$\times\{\exp[\gamma_b(t''-t')+(\gamma_{ab}+i\omega)(t'''-t'')+\gamma_a(t_0-t''')]+conj\} \tag{32}$$

6. 一阶理论

为将$\rho_{ab}^{(1)}$方程(29)转变成宏观极化，像方程(24)那样，我们首先必须计标

$$\rho_{ab}^{(1)}(a,\mathbf{r},\mathbf{v},t)=\int_{-\infty}^{t}dt_0\rho_{ab}^{(1)}(a,\mathbf{r}_0=\mathbf{r}-\mathbf{v}t+\mathbf{v}t_0,t_0,\mathbf{v},t) \tag{33}$$

在时间t'作用于$\mathbf{r}_0$，t_0，$\mathbf{v}$所规定的原子上的扰动函数$V(t')$为$-(\wp/\hbar)\mathbf{E}(\mathbf{r}_0+\mathbf{v}(t'-t_0),t')$，对于方程(33)，我们要求它作为有$\mathbf{r}_0=\mathbf{r}-\mathbf{v}t+\mathbf{v}t_0$，$\mathbf{v}$，$t_0$特点的原子，其中有效扰动函数

$$V(t')=-(\wp/\hbar)E(\mathbf{r}-\mathbf{v}(t-t'),t') \tag{34}$$

并不依赖t_0。如果把λ_a作为t_0的缓慢变化函数，并在t时求它的值，则可以在t_0进行上述积分。对于一阶项，必须处理表达式

$$\int_{-\infty}^{t}dt_0\int_{t_0}^{t}dt'F(t,t')e^{\gamma_a(t_0-t')}$$

交换积分阶，该式就变为

需要全本请访问 www.ertongbook.com