高等学校教材经典同步辅

# 数字电路逻辑设计

## 同步辅导及习题全解

华腾教育教学与研究中心
丛书主编　清华大学　刘艳玲

中国矿业大学出版社

# 高等学校教材
# 经典同步辅导丛书编委会

# 前 言

# PREFACE

数字电子技术是通信、电力、电子、自动化等专业重要的课程之一，也是报考上述专业硕士研究生的考试课程。

王毓银主编的《数字电路逻辑设计》(脉冲与数字电路 第三版)以体系完整、结构严谨、层次清晰、深入浅出的特点成为这门课程的经典教材，被全国许多院校采用。

数字电子技术是一门工程应用非常广泛的基础课程，所讲述的是数字电子技术的基本原理。并且，这门课程的是实践性较强。在修读本课程之前应掌握高等数学、电路理论、模拟电子技术等课程的相关知识。同时，数字电子技术是微机原理、单片机技术、计算机控制技术、电力电子技术等课程最重要的先修课程。

为了帮助读者更好地学习这门课程，掌握更多的知识，我们根据多年的教学经验编写了这本与此教材配套的《数字电路逻辑设计同步辅导及习题全解》(脉冲与数字电路 第三版)。本书旨在使广大读者理解基本概念，掌握基本的知识，学会基本的解题方法与解题技巧，进而提高应试能力。

本书作为一种辅助性的教材，具有较强的针对性、启发性、指导性和补充性。

考虑到数字电子技术这门课程的特点，我们在内容上作了以下安排：

**1. 知识点精析**　串讲概念，总结性质和定理，使知识全面系统，便于掌握。

**2. 课后习题全解**　给出了王毓银主编的《数字电路逻辑设计》(脉冲与数字电路 第三版)各章习题的答案。我们不仅给出了详细的解题过程，而且对有难度或综合性较强的习题做了分析和小结，从而更好地帮助学生理解掌握每一知识点。

本书在编写时参考了大量的优秀教材和权威考题。在此，谨向有

关作者和所选考试、考研试题的命题人以及对本书的出版给予帮助和指导的所有老师、同仁表示衷心的感谢！

由于编者水平有限，本书难免出现不妥之处，恳请广大读者批评指正。

**联系我们**

华腾教育网：http://www.huatengedu.com.cn

电子邮件：huateng@huatengedu.com

**华腾教育教学与研究中心**

# 目 录

# CONTENTS

# 第一章

# 绪　　论

## 知识点精析

### 1. 数字信号的基本概念及表示方法

数字量 —— 在时间上和数量上不连续(离散)的物理量。

二进制的数字量采用 **0,1** 两种数字表示。

### 2. 数制及各种数制的相互转换

(1) 数制的概念

① 数制的三要素是基数、数符和位权。

以任意进制($R$ 进制)为例:

基数:$R$($R \geqslant 2$ 的整数)。

数符(条数):$0,1,\cdots,(R-1)$ 共 $R$ 个数符。

位权:$R^i$,其中 $i = n-1,n-2,\cdots,2,1,0,-1,-2,\cdots,-(m-1),-m$($n,m$ 为正整数)。

② 十进制、二进制、八进制和十六进制。

设任意进制($R$ 进制)数 $N$ 的整数部分有 $n$ 位,小数部分有 $m$ 位,则均可按位权展开为:

$$
\begin{aligned}
(N)_R &= (a_{n-1}\cdots a_1 a_0 .\, a_{-2}\cdots a_{-m})_R \\
&= a_{n-1}\times R^{n-1} + \cdots + a_1 R^1 + a_0 R^0 + a_{-1}\times R^{-1} + \cdots + a_{-m}\times R^{-m} = \sum_{i=-m}^{n-1} a_i \times R^i
\end{aligned}
$$

经过求和运算,最终转换为大众所习惯的十进制数。各种进制数的特点如表 1-1 所示。

**表** 1-1

| 进制 | 系数数符 | 进 / 借位规则 | 按位权展开 |
|---|---|---|---|
| 十 | $0\sim9$(10 个) | 逢十进一,借一当十 | $\sum_{i=-m}^{n-1} a_i \times 10^i$ |
| 二 | 0,1(2 个) | 逢二进一,借一当二 | $\sum_{i=-m}^{n-1} a_i \times 2^i$ |
| 八 | $0\sim7$(8 个) | 逢八进一,借一当八 | $\sum_{i=-m}^{n-1} a_i \times 8^i$ |
| 十六 | $0\sim9$,$A\sim F$(16 个) | 逢十六进一,借一当十六 | $\sum_{i=-m}^{n-1} a_i \times 16^i$ |

(2) 各种数制的相互转换

① 任意进制($R$ 进制)数转换为十进制数。

只要将 $R$ 进制按位展开,再按十进制运算规则运算,即可得到十进制数。

② 十进制数转换成任意进制($R$ 进制)数。

将十进制数转换为 $R$ 进制数,需将十进制数的整数部分和小数部分分别进行转换,然后将它们合并起来。

十进制数整数转换成 $R$ 进制数,采用逐次除以基数 $R$ 取余数的方法,其步骤如下:

① 将给定的十进制整数除以 $R$,余数作为 $R$ 进制数的最低位;

② 把前一步的商再除以 $R$,余数作为次低位;

③ 重复 ② 步骤,记下余数,直至最后商为 **0**,最后的余数即为 $R$ 进制的最高位。

(3) 二进制数、八进制数与十六进制数之间的相互转换

以数点为界,向左及向右转换。

1 位八进制数可以展开为 3 位二进制数,反之,3 位二进制数可以写为 1 位八进制数。

1 位十六进制数可以展开为 4 位二进制数,反之,4 位二进制数可以写为 1 位十六进制数。

### 3. 二 - 十进制代码(BCD 代码)

BCD代码是采用二进制码表示一个十进制数的代码。由于十进制数只有 0,1,2,…,9 十个数码,因此,至少需要 4 位二进制码来表示 1 位十进制数。

BCD 代码分为有权码和无权码两大类。常见的 BCD 码如表 1-2 所示。

**表** 1-2

| BCD 码 / 十进制数码 | 8421 码 | 余 3 码 | 余 3 循环码 |
|---|---|---|---|
| 0 | **0000** | **0011** | **0010** |
| 1 | **0001** | **0100** | **0110** |
| 2 | **0010** | **0101** | **0111** |
| 3 | **0011** | **0110** | **0101** |
| 4 | **0100** | **0111** | **0100** |
| 5 | **0101** | **1000** | **1100** |
| 6 | **0110** | **1001** | **1101** |
| 7 | **0111** | **1010** | **1111** |
| 8 | **1000** | **1011** | **1110** |
| 9 | **1001** | **1100** | **1010** |

## 课后习题全解

**1. 把下列二进制数转换成十进制数:**

**①11000101　②101101　③0.01101　④1010101.0011　⑤101001.10010**

**解**　①$(\mathbf{11000101})_2 = 1\times 2^7 + 1\times 2^6 + 0\times 2^5 + 0\times 2^4 + 0\times 2^3 + 1\times 2^2 + 0\times 2^1 +$

$1\times 2^0$

$=(197)_{10}$

②$(\mathbf{101101})_2=1\times 2^5+0\times 2^4+1\times 2^3+1\times 2^2+0\times 2^1+1\times 2^0=(45)_{10}$

③$(\mathbf{0.01101})_2=0\times 2^{-1}+1\times 2^{-2}+1\times 2^{-3}+0\times 2^{-4}+1\times 2^{-5}=(0.40625)_{10}$

④$(\mathbf{1010101.0011})_2=1\times 2^6+0\times 2^5+1\times 2^4+0\times 2^3+1\times 2^2+0\times 2^1+1\times 2^0+0\times 2^{-1}+0\times 2^{-2}+1\times 2^{-3}+1\times 2^{-4}$

$=(85.1875)_{10}$

⑤$(\mathbf{101001.10010})_2=1\times 2^5+0\times 2^4+1\times 2^3+0\times 2^2+0\times 2^1+1\times 2^0+1\times 2^{-1}+0\times 2^{-2}+0\times 2^{-3}+1\times 2^{-4}$

$=(41.5625)_{10}$

**2.** 把下列十进制数转换成二进制数：

①51　②136　③12.34　④0.904　⑤105.375

**解**　①51

$$
\begin{array}{r|l l}
2 & 51 & \\
2 & 25 & \mathbf{1} \\
2 & 12 & \mathbf{1} \\
2 & 6 & \mathbf{0} \\
2 & 3 & \mathbf{0} \\
2 & 1 & \mathbf{1} \\
 & 0 & \mathbf{1}
\end{array}
$$

$$(51)_{10}=(\mathbf{110011})_2$$

②136

$$
\begin{array}{r|l l}
2 & 136 & \\
2 & 68 & \mathbf{0} \\
2 & 34 & \mathbf{0} \\
2 & 17 & \mathbf{0} \\
2 & 8 & \mathbf{1} \\
2 & 4 & \mathbf{0} \\
2 & 2 & \mathbf{0} \\
2 & 1 & \mathbf{0} \\
 & 0 & \mathbf{1}
\end{array}
$$

$$(136)_{10}=(\mathbf{10001000})_2$$

③12.34

整数部分

$$\begin{array}{r|l} 2 & 12 \\ \hline 2 & 6 \quad\quad \mathbf{0} \\ \hline 2 & 3 \quad\quad \mathbf{0} \\ \hline 2 & 1 \quad\quad \mathbf{1} \\ \hline & 0 \quad\quad \mathbf{1} \end{array}$$

要注意小数部分的是小数部分的转换要保证原来十进制小数的有效精度，本题中原来$(0.34)_{10}$的最低位的值是4/100，则根据有效数概念，转换后的数与原来的数之间的误差应小于1/100的一半即5/1000，可取误差为1/256，即$2^{-8}$，即转换后取8位二进制小数，具体实现方法如下：

$$0.34\times2=0.68\quad b_{-1}=\mathbf{0}$$
$$0.68\times2=1.36\quad b_{-2}=\mathbf{1}$$
$$0.36\times2=0.72\quad b_{-3}=\mathbf{0}$$
$$0.72\times2=1.44\quad b_{-4}=\mathbf{1}$$
$$0.44\times2=0.88\quad b_{-5}=\mathbf{0}$$
$$0.88\times2=1.76\quad b_{-6}=\mathbf{1}$$
$$0.76\times2=1.52\quad b_{-7}=\mathbf{1}$$
$$0.52\times2=1.04\quad b_{-8}=\mathbf{1}$$

则有 $$(0.34)_{10}=(\mathbf{0.01010111})_2$$

将整数部分和小数部分相加，得到

$$(12.34)_{10}=(\mathbf{1100.010\ 101\ 11})_2$$

④$(0.904)_{10}$

方法和步骤同上题，转换后的小数要精确到二进制小数十一位。

$$0.904\times2=1.808\quad b_{-1}=\mathbf{1}$$
$$0.808\times2=1.616\quad b_{-2}=\mathbf{1}$$
$$0.616\times2=1.232\quad b_{-3}=\mathbf{1}$$
$$0.232\times2=0.464\quad b_{-4}=\mathbf{0}$$
$$0.464\times2=0.928\quad b_{-5}=\mathbf{0}$$
$$0.928\times2=1.856\quad b_{-6}=\mathbf{1}$$
$$0.856\times2=1.712\quad b_{-7}=\mathbf{1}$$
$$0.712\times2=1.424\quad b_{-8}=\mathbf{1}$$
$$0.424\times2=0.848\quad b_{-9}=\mathbf{0}$$
$$0.848\times2=1.696\quad b_{-10}=\mathbf{1}$$
$$0.696\times2=1.392\quad b_{-11}=\mathbf{1}$$

则有 $$(0.904)_{10}=(\mathbf{0.111\ 001\ 110\ 11})_2。$$

⑤$(105.375)_{10}$。

整数部分

$$\begin{array}{r|ll}
2 & 105 & \\
2 & 52 & 1 \\
2 & 26 & 0 \\
2 & 13 & 0 \\
2 & 6 & 1 \\
2 & 3 & 0 \\
2 & 1 & 1 \\
 & 0 & 1
\end{array}$$

同上题，小数部分转换后的小数要精确到二进制小数十一位。

$$0.375 \times 2 = 0.75 \qquad b_{-1} = \mathbf{0}$$
$$0.75 \times 2 = 1.5 \qquad b_{-2} = \mathbf{1}$$
$$0.5 \times 2 = 1.0 \qquad b_{-3} = \mathbf{1}$$

则 $$(0.375)_{10} = (\mathbf{0.011\ 000\ 000\ 00})_2$$

将整数部分和小数部分相加，得到

$$(105.375)_{10} = (\mathbf{110\ 1001.011\ 000\ 000\ 00})_2$$

**3.** 把下列各位数转换成十进制数(小数取 3 位)：

①$(78.8)_{16}$　②$(3FCA)_{16}$　③$(101.1)_8$　④$(74.32)_8$

**解**　①$(78.8)_{16} = 7 \times 16^1 + 8 \times 16^0 + 8 \times 16^{-1} = (120.500)_{10}$

②$(3FCA)_{16} = 3 \times 16^3 + 15 \times 16^2 + 12 \times 16^1 + 10 \times 16^0 = (16330)_{10}$

③$(101.1)_8 = 1 \times 8^2 + 0 \times 8^1 + 1 \times 8^0 + 1 \times 8^{-1} = (65.125)_{10}$

④$(74.32)_8 = 7 \times 8^1 + 4 \times 8^0 + 3 \times 8^{-1} + 2 \times 8^{-2} = (60.40625)_{10} = (60.406)_{10}$

**4.** 完成数制转换：

①$(3AB6)_{16} = (?)_2 = (?)_8$　　②$(432.B7)_{16} = (?)_2 = (?)_8$

③$(163.27)_{10} = (?)_2 = (?)_{16}$　　④$(754.31)_{10} = (?)_2 = (?)_8$

**解**　①$(3AB6)_{16} = (\mathbf{11\ 1010\ 1011\ 0110})_2 = (\mathbf{11\ 101\ 010\ 110\ 110})_2 = (35266)_8$

②$(432.B7)_{16} = (\mathbf{100\ 0011\ 0010.1011\ 0111})_2 = (\mathbf{10\ 000\ 110\ 010.101\ 101\ 110})_2 = (2062.556)_8$

③$(163.27)_{10}$

先将整数部分进行转换。

$$\begin{array}{r|ll}
2 & 163 & \\
2 & 81 & 1 \\
2 & 40 & 1 \\
2 & 20 & 0 \\
2 & 10 & 0 \\
2 & 5 & 0 \\
2 & 2 & 1 \\
2 & 1 & 0 \\
 & 0 & 1
\end{array}$$

$$(163)_{10} = (\mathbf{10100011})_2$$

再将小数部分进行转换，转换后的小数要精确到二进制小数 8 位。

即

$$
\begin{aligned}
&0.27\times 2=0.54 \quad b_{-1}=\mathbf{0}\\
&0.54\times 2=1.08 \quad b_{-2}=\mathbf{1}\\
&0.08\times 2=1.16 \quad b_{-3}=\mathbf{0}\\
&0.16\times 2=0.32 \quad b_{-4}=\mathbf{0}\\
&0.32\times 2=0.64 \quad b_{-5}=\mathbf{0}\\
&0.64\times 2=1.28 \quad b_{-6}=\mathbf{1}\\
&0.28\times 2=0.56 \quad b_{-7}=\mathbf{0}\\
&0.56\times 2=1.12 \quad b_{-8}=\mathbf{1}\\
&(0.27)_{10}=(\mathbf{0.01000101})_2
\end{aligned}
$$

将整数部分和小数部分转换结果合并，得

$$(163.27)_{10}=(\mathbf{1010\ 0011.0100\ 0101})_2=(A3.451)_{16}$$

④$(754.31)_{10}$

先将整数部分进行转换。

| | | |
|---|---|---|
| 2 | 754 | |
| 2 | 377 | **0** |
| 2 | 188 | **1** |
| 2 | 94 | **0** |
| 2 | 47 | **0** |
| 2 | 23 | **1** |
| 2 | 11 | **1** |
| 2 | 5 | **1** |
| 2 | 2 | **1** |
| 2 | 1 | **0** |
| | 0 | **1** |

$$(754)_{10}=(\mathbf{10\ 1111\ 0010})_2$$

再将小数部分进行转换，转换后的小数要精确到二进制小数 8 位。

即

$$
\begin{aligned}
&0.31\times 2=0.62 \quad b_{-1}=\mathbf{0}\\
&0.62\times 2=1.24 \quad b_{-2}=\mathbf{1}\\
&0.24\times 2=0.48 \quad b_{-3}=\mathbf{0}\\
&0.48\times 2=0.96 \quad b_{-4}=\mathbf{0}\\
&0.96\times 2=1.92 \quad b_{-5}=\mathbf{1}\\
&0.92\times 2=1.84 \quad b_{-6}=\mathbf{1}\\
&0.84\times 2=1.68 \quad b_{-7}=\mathbf{1}\\
&0.68\times 2=1.36 \quad b_{-8}=\mathbf{1}
\end{aligned}
$$

$$(0.31)_{10} = (\mathbf{0.010011110})_2$$

将整数部分与小数部分合并，得

$$(754.31)_{10} = (\mathbf{1\ 011\ 110\ 010.010\ 011\ 110})_2 = (1362.236)_8$$

**5.** 列出下列各有权 BCD 代码的码表：

①6421 码　②6311 码　③4321 码　④5421 码　⑤7421 码　⑥842-1 码

**解**　各代码如表 1-3 所示。

**表** 1-3

| BCD码 / 十进制数码 | 6421 码 | 6311 码 | 4321 码 | 5421 码 | 7421 码 | 842-1 码 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | **0000** | **0000** | **0000** | **0000** | **0000** | **0000** |
| 1 | **0001** | **0001** | **0001** | **0001** | **0001** | **0011** |
| 2 | **0010** | **0011** | **0010** | **0010** | **0010** | **0010** |
| 3 | **0011** | **0100** | **0100** | **0011** | **0011** | **0101** |
| 4 | **0100** | **0101** | **1000** | **0100** | **0100** | **0100** |
| 5 | **0101** | **0111** | **1001** | **1000** | **0101** | **0111** |
| 6 | **1000** | **1000** | **1010** | **1001** | **0110** | **0110** |
| 7 | **1001** | **1001** | **1100** | **1010** | **1000** | **1001** |
| 8 | **1010** | **1011** | **1101** | **1011** | **1001** | **1000** |
| 9 | **1011** | **1100** | **1110** | **1100** | **1010** | **1011** |

**6.** 完成下列各数的转换：

①$(73.26)_{10} = (?)_{8421\ BCD}$

②$(31.67)_{10} = (?)_{余3\ BCD}$

③$(465)_{10} = (?)_{2421\ BCD}$

④$(\mathbf{1101\ 1010\ 0011})_{631-1\ BCD} = (?)_{10}$

⑤$(\mathbf{1000\ 0101\ 1001\ 0111})_{8421\ BCD} = (?)_{10}$

**解**　①$(73.26) = (\mathbf{01110011.00100110})_{8421BCD}$

②$(31.67)_{10} = (\mathbf{01100100.10011010})_{余3BCD}$

③$(465)_{10} = (\mathbf{010011001011})_{2421BCD}$

④$(\mathbf{110110100011})_{631-1BCD} = (870)_{10}$

⑤$(\mathbf{1000010110010111})_{8421BCD} = (8597)_{10}$

# 第二章

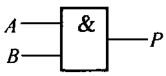
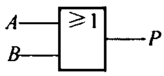
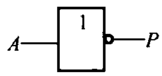
# 逻辑函数及其简化

## 知识点精析

### 1. 三种基本逻辑关系及其表示方法(表达式、逻辑符号、真值表)

三种基本逻辑关系与(•)、或(+)、非(—),其基本逻辑运算如表 2-1 所示。

**表 2-1 基本逻辑运算及其规则**

| 基本逻辑运算名称和表达式 | 与 $P=A\cdot B$ | 或 $P=A+B$ | 非 $P=\overline{A}$ |
|---|---|---|---|
| 逻辑符号 |  |  |  |
| 数值运算 | $0\cdot0=0$<br>$0\cdot1=0$<br>$1\cdot0=0$<br>$1\cdot1=1$ | $0+0=0$<br>$0+1=1$<br>$1+0=1$<br>$1+1=1$ | $\overline{0}=1$<br>$\overline{1}=0$ |
| 口诀 | 有 0 出 0<br>全 1 出 1 | 有 1 出 1<br>全 0 出 0 | 0 则出 1<br>1 则出 0 |
| 特殊用法 | $A\cdot1=A$<br>$A\cdot0=0$<br>$A\cdot A=A$ | $A+0=A$<br>$A+1=1$<br>$A+A=A$ | $\overline{\overline{A}}=A$<br>$A+\overline{A}=1$<br>$A\cdot\overline{A}=0$ |

### 2. 复合逻辑运算及其规则

包括与非、或非、与或非、同或、异或等。

(1) 与非 $P=\overline{A\cdot B}$,只有输入变量全部为 1 时,输出才为 0。

(2) 或非 $P=\overline{A+B}$,只有输入变量全部为 0 时,输出才为 1。

(3) 与或非 $P=\overline{AB+CD}$,与逻辑运算和或非逻辑运算的复合。

(4) 同或 $P=A\odot B=\overline{A}\,\overline{B}+AB=\overline{A\oplus B}$,只有两个输入变量相同时,输出才为 1,否则为 0。

(5) **异或** $P=A\oplus B=A\overline{B}+\overline{A}B=\overline{A\odot B}$，只有两个输入变量相异时，输出才为 1，否则为 0。

3. 逻辑代数基本运算公式、基本定律和三个规则

(1) 常量与变量的运算公式

$$A+0=A \qquad A\cdot 1=A$$
$$A+1=1 \qquad A\cdot 0=0$$
$$A+\overline{A}=1 \qquad A\cdot\overline{A}=0$$
$$A\odot 0=\overline{A} \qquad A\oplus 1=\overline{A}$$
$$A\odot 1=A \qquad A\oplus 0=A$$
$$A\odot\overline{A}=0 \qquad A\oplus\overline{A}=1$$

(2) 重叠律

$$A+A=A$$
$$A\cdot A=A$$
$$A\odot A=1$$
$$A\oplus A=0$$

(3) 反演律

$$\overline{A+B}=\overline{A}\cdot\overline{B}$$
$$\overline{AB}=\overline{A}+\overline{B}$$
$$\overline{A\odot B}=A\oplus B$$
$$\overline{A\oplus B}=A\odot B$$
$$\overline{\overline{A}}=A$$

(4) 交律换

$$A+B=B+A$$
$$A\cdot B=B\cdot A$$
$$A\odot B=B\odot A$$
$$A\oplus B=B\oplus A$$

(5) 结合律

$$A+B+C=(A+B)+C=A+(B+C)=(A+C)+B$$
$$A\cdot B\cdot C=(A\cdot B)\cdot C=A\cdot(B\cdot C)=(A\cdot C)\cdot B$$
$$A\odot B\odot C=(A\odot B)\odot C$$
$$A\oplus B\oplus C=(A\oplus B)\oplus C$$

(6) 分配律

$$A(A+B)=AB+AC$$
$$A+BC=(A+B)(A+C)$$
$$A(B\oplus C)=AB\oplus AC$$
$$A+(B\odot C)=(A+B)\odot(A+C)$$

(7) 常用公式

$$AB+A\overline{B}=A \qquad \text{(吸收律)}$$

$$A+AB=A$$

$$A+\overline{A}B=A+B$$

$$AB+\overline{A}C+BC=AB+\overline{A}C$$

推论

$$AB+\overline{A}C+BC\cdots=AB+\overline{A}C$$

$$AB+\overline{A}C=(A+C)(\overline{A}+B) \qquad \text{(交叉互换律)}$$

(8) 三个规则

① 代入规则：等式中所有出现同一变量的地方代之以同一逻辑表达式，等式仍然成立。代入规则扩大了等式的应用范围。

② 反演规则：反演规则又称为德·摩根定理，或称为互补规则。将逻辑函数 $F$ 中所有“·”→“+”、“+”→“·”、“0”→“1”、“1”→“0”、原变量→反变量，反变量→原变量，这样得到新的函数式为原函数 $F$ 的反函数$\overline{F}$。

③ 对偶规则：将逻辑函数 $F$ 中所有的“·”→“+”，“+”→“·”，“0”→“1”，“1”→“0”，这样得到新的函数式为对偶函数，用 $F^*$ 表示。

请注意反演规则和对偶规则两者的相同点和不同点。

### 4. 逻辑函数的标准形式

(1) 标准与-或式(最小项表达式)：与-或式中，每个乘积项包含了所有的输入变量，这些变量要么以原变量要么以反变量形式出现，并且仅仅出现一次。每个乘积项称为最小项(等于 **1** 的机会最少)。

(2) 标准或-与式(最大项表达式)，并且仅仅出现一次：或与式中，每个相加项包含了所有的输入变量，这些变量要么以原变量要么以反变量形式出现，并且仅仅出现一次。每个相加项称为最大项(等于 **1** 的机会最大)。

### 5. 逻辑函数的简化

逻辑函数最简的标准：乘积项最少、乘积项中包含的因子(变量)最少。

(1) 公式简化(代数法)

① 合并项法：常利用公式 $AB+A\overline{B}=A$ 将两项合并为一项。

② 吸收法：常利用公式 $A+AB=A$ 及 $AB+\overline{A}C+BC=AB+\overline{A}C$，消去多余项。

③ 消去法：常利用公式 $A+A\overline{B}=A+B$，消去多余因子。

④ 配项法：为了求得最简结果，有时可以将某一乘积项乘以$(A+\overline{A})$，将一项展开为两项，或者利用式 $AB+\overline{A}C=AB+\overline{A}C+BC$ 增加 $BC$ 项，再与其他乘积项进行合并化简，以达到求得最简结果的目的。

(2) 图解法简化(卡诺图法)

① 卡诺图的结构：每一个最小项用一个方格表示，逻辑相邻的项几何位置上也相邻，卡诺图每方格取值按循环码排列。

② 卡诺图的表示法：先将逻辑函数式化为最小项表达式，再填写卡诺图；用真值表填写对

应的卡诺图方格;直接填写(横纵保留相同的因子)。

③ 卡诺图的最小项的合并规律:$2^1$ 个相邻项合并时消去一个相同的变量,$2^2$ 个相邻的项合并时消去两个相同的变量,以此类推,$2^n$ 个相邻的项合并时消去 $n$ 个相同的变量。

相邻项的性质是:具有公共边,对折重合,循环相邻。

④ 无关项及无关项的应用:逻辑问题分为完全描述和非完全描述两种。

完全描述是指函数的每组变量不管取什么值,逻辑函数都有意义,逻辑函数与每个最小项都有关。

非完全描述是指在实际中变量取某些值时函数没有意义或变量之间有一定的制约关系。

把与函数无关的最小项称为**无关项**,有时也称为禁止项、约束项、任意项。它的输出是任意的。化简有无关项的逻辑函数时,若无关项对化简有帮助则认为其值是 **1**,否则为 **0**。

## 课后习题全解

**1.** 列出下述问题的真值表,并写出逻辑表达式:

(1) 有 $a$、$b$、$c$ 3 个输入信号,如果 3 个输入信号均为 **0** 或其中一个为 **1** 时,输出信号 $Y=\mathbf{1}$,其余情况下,输入 $Y=\mathbf{0}$;

(2) 有 $a$、$b$、$c$ 3 个输入信号,当 3 个输入信号出现奇数个 **1** 时,输出为 **1**,其余情况下,输出为 **0**;

(3) 有 3 温度探测器,当探测的温度超过 60℃ 时,输出控制信号 **1**;如果探测的温度低于 60℃ 时,输出控制信号为 **0**。当有两个或两个以上的温度控制器输出 **1** 信号时,总控制器输出 **1** 信号,自动控制调控设备,使温度降低到 60℃ 以下。试写出总控制器的真值表和逻辑表达式。

**解**　本题的 3 问真值表如表 2-2 所示。

**表 2-2**

(1)

| $a$ | $b$ | $c$ | $Y_1$ |
|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 1 |
| 0 | 0 | 1 | 1 |
| 0 | 1 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 1 |
| 1 | 0 | 1 | 0 |
| 1 | 1 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 0 |

(2)

| $a$ | $b$ | $c$ | $Y_2$ |
|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 1 | 1 |
| 0 | 1 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 1 |
| 1 | 0 | 1 | 0 |
| 1 | 1 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 1 |

(3)

| $a$ | $b$ | $c$ | $Y_3$ |
|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 1 | 0 |
| 0 | 1 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 1 | 1 |

(1) 由真值表 2-2(1) 可见,$Y=\mathbf{1}$ 的输入变量组成有 $abc=$ **000,001,010,100** 四组,所以可写出输出 $Y$ 的"积之和"式为

$$Y=\bar a\bar b\bar c+\bar a\bar b c+\bar a b\bar c+a\bar b\bar c$$

同理,$Y=\mathbf{0}$ 的输入组合有 **011,101,110,111** 四组,所以可写出输出函数 $Y$ 的"和之积"式为

$$Y=(a+\bar b+\bar c)(\bar a+b+\bar c)(\bar a+\bar b+c)(\bar a+\bar b+\bar c)$$