

皇朝經世文統編



皇朝經世文統編卷九十六

格物部二 算學

振興算學論

此論係友人金匱華世芳先生所撰錄登於報以供眾覽其文曰數為六藝之一權於隸首而詳於周官保氏孔門七十子之徒咸通其理秦漢而降代不乏人如洛下張衡劉焯祖冲之輩各有著述號為專家唐時設明算科其書頒在學宮令博士弟子分年肄習沿及宋元其學大盛自明人崇尚八股始薄九章為小道或鄙夷而不屑或學之而不精唐顧諸人奮其私智纔學中墮我 國家右文稽古振興算學 聖祖仁皇帝聰明天亶幾務餘閑旁及象數 御纂數

理精蘊五十三卷立綱明體分條致用以點線面體為經以和較順逆為緯通中西之異同闡天人之微奧大哉 聖人之制作固當超萬古而上一時承學之士若薛儀甫王曉庵梅徵君類皆甄明八線洞曉六宗而梅氏著書至七十餘

種闡明各法意境瑩然以故宗其學者盈眾乾嘉以來人才輩出自戴東原袁章古籍而算經諸書傳自張古愚李尚之羅若香諸君核算細草而天元四元之術明自明靜庵董方項梅侶戴謬士徐鈞卿諸家發揮杜術而屢乘屢除之法精

自李士叔讀徐季之業而幾何曲線重學代數微分積分之學備算學之至今日古義既明新法日出斯誠極古今未有之奇萃中外一家之盛矣然以中國之大人材之眾而海內精此學者不過十餘家而嘉道時院文達公編輯疇人傳為

書祇四十六卷羅氏續之得六卷然猶借才於異代借才於異地以中原文獻之邦曾不若泰西諸國之盛者何也蓋西國算學列於書院月有考試等其高下而進退之大書院肄業者多至數百人夫聚數百人之心思才力相與討論而研

究之其用力少而成功速也明矣中國則不然律令有天文之禁 朝廷無考試之條而欽天監率任世職默守成法習其所當然而不知其所以然功名之士誰肯舍其當務之急而為此不急之務即有一二篤志嗜學之人而或窮鄉僻壤

既少書籍之考證又無友朋之講習冥搜暗索勞精疲神焉有不廢然中輟者乎同治中大臣有上書請 詔開算學科者格於部議未竟施行觀禮部原奏云昔康熙年間楊光先與湯若望賭測日影於 午門九卿中無一知其法者由是

以推今若開科將不獨應試者人數不敷即主試者亦恐驟難其選吁亦可慨矣辛酉年來當軸諸公有見於西人制器之精無不以算學為本而尤惜從事於此者之少也思有以振興之由是京師設同文館閩中滬上兩船廠亦開學堂招致

生徒講明算法而學使歲科兩試始有錄取算學之例可謂求其本矣今兩廣張制軍講求實用為國儲才創建算學館

生徒講明算法而學使歲科兩試始有錄取算學之例可謂求其本矣今兩廣張制軍講求實用為國儲才創建算學館

生徒講明算法而學使歲科兩試始有錄取算學之例可謂求其本矣今兩廣張制軍講求實用為國儲才創建算學館

生徒講明算法而學使歲科兩試始有錄取算學之例可謂求其本矣今兩廣張制軍講求實用為國儲才創建算學館

生徒講明算法而學使歲科兩試始有錄取算學之例可謂求其本矣今兩廣張制軍講求實用為國儲才創建算學館

廣致算師談振而獎進之語云城中好高警四方高一尺吾知有志之士必爭為有用之學行見家有其書人自為學青  
事求是精益求精將上以察天星之高遠下以辨地域之廣輪以製造測量之學西人所矜為獨得者更不難發其高而  
顯其真誰得目為小道而忽之哉

推廣算學議

禮樂射御書數六藝之中算居其一正字通周髀算經二卷註云數學始包犧氏周公授於商高以九數勾股重差算日  
月周天行度遠近之數算經云黃帝定三數為十算命隸首作數以率其羨要其會隸首因以著九章周禮云保民養國  
子以道乃教之六藝曰九數註數即九章算術也漢平徵天下厯算小學所在為駕一封又張蒼善算故以列侯居相位  
綜理上計唐李淳風明步天厯算制渾天儀著法象書七篇又日本撰三位乘除法位算法二卷宋祖冲之有度量量率  
法皆本勾股重差為乘除元剡博極羣書凡天文地理厯算靡不研究明洪武定科舉格中式後十日以騎射書歷五術  
試之鄭善夫言漢宋以來皆設算學與儒算同科謂之四門博士古人往藉厯厯可徵算學之行已非一朝一夕即列入  
考試令典亦早有所由來中朝成憲遞循近時經古場中亦許諸生報考然勾股開方位和測量等術仍不外周髀所遺  
且命題者非盡精通厯算不過抄錄前人之說依樣葫蘆故各處所出算學題尚暮無熟習之人大都脫範圍于篇一  
律別無翻新花樣意見獨奇者自利瑪竇入中國與徐光啓譯幾何本而後知算學一門厥用甚廣一天文也行星之躔  
度晝夜之運行風雨陰晴推遷不爽一地輿也經緯之分明道路之遠近山川江海高下深闊皆有一定之理一製造也  
配合勾連大小輕重馬力則有多有少運動則有速有遲一軍戰也鎗砲之準頭藥彈之增損緯度之平直地勢之低昂  
以上四途僅以舊法應之必至臨事茫然格不相入而況西學中無不需算欲求事之有濟非精於此藝斷不為功中興  
以後國家風化維新力除積習知西人之學實為富強之原於是竭其才智聰明有心效法十年以前又准臣工之奏特  
開算學一科將算學生皆送總署覆勸作為算學生員俟鄉試之年按冊咨取錄送順天鄉試每二十名取中一名會試  
則與諸士子仍歸大號既中貢士即為洋務人員如此破格取才朝廷已為鄭重然算法包羅甚廣羅若香先生平生習  
算至不得游息之間嘗謂習算之人須精神充足由童時以至壯歲中無作輟方得旁通曲證參透精微若欲於文章八  
股餘閒習其藝以為此乃尋常小學不必甚專此大謬也夫人生記憶之功全在髫齡若使年華已富則心思渙散詎  
能深入顯出體會深微况算學變化靡窮縱探討甚勤尚恐不能精到若偶然涉獵其能造極登峯乎今天子求才崇尚

有用之學張香帥雄才大略又能為國盡心宜算措餘資於各省設立公塾招集子弟專教西算西算既習考取之後將進取之生分隸各種學堂或習天文或習地理或習製造開礦各藝不必誦讀西文宜由朝廷明定章程將已有西人各種算書欽定全集其不足者繕譯以補之務使簡括詳明一覽便能明曉最妙者各縣皆設時務西學書院其中另設算學一齋俾有志者肄業則人才易於培養而算學可推行矣或謂中國之大州縣之多若盡聘西師非惟經費太多抑亦有才難之嘆然子弟啓蒙之始不必良師茲思得簡易之法天主耶穌教堂遍於中國皆中國為之保護該教士皆性情肫摯好學多才且立志大公毫無私弊既蒙吾朝恩寵豈無報効之心今議各學堂即請若輩以充教師代為化導每縣各立學堂各延教士俟子弟學問已進擇尤送入省會學堂再求深造此則節糜費而成實效廣造就而養真才將來潤色昇平棟梁大厦豈非國家之福自強之基哉

學算筆談序

華蘅芳

孟子言仁義禮智有四端吾謂算亦有端算之端何計較之心也兒童分果必爭其大農夫行路必趨捷徑計較之顯然者無論矣他若衣服之工補短截長奇袤合度則有面積之意也烹飪之工味鹹而和以水味淡而劑以鹽則有比例之意焉此皆能算之端具於生初者也是故有是端而不知擴充之則固於一藝一能之末有是端而知所以擴充之則統乎萬事萬物之綱故凡天文之高遠地域之廣輪居家而布帛粟菽在官而兵河鹽漕以至儒者讀書考證經史商賈持籌權衡子母莫不待治於算此又算之切於日用斯須不可離者也夫以算之切於日用者既如此具於生初者又如彼宜乎夫人而知之夫人而能之矣而世之學者輒詫為絕業而苦其難明者何哉竊嘗論之上古之算本簡捷而易明也自後世事物日變人心智慮日出於是設題愈難布算愈繁而精其業者各以心得著書又好為隱互雜糅窮極微奧不屑以淺近示人甚或秘匿其根源以炫異變易其名目以託古此蓋今古疇人之積習作者之恒情算學之境因是而益深而學算之人宜其望洋而興歎也咸同以來風氣稍開四方嚮學者漸眾津逮初學之書亦漸出顧或力求簡易語焉不詳或裨販成書無足觀覽或徑徑然隨問演草因題立術亦云曲盡能事矣然無論說以疏達之貫徹之學者病其煩瑣讀不終篇輒倦而思卧且余有鑒於此而重惜人人具有擴充之力而未得其用力之途也思有以誘掖而引進之因舉學算次第之大旨并胸中所欲言者一一達之筆而著於篇演為算式以習其數設為問答以窮其趣法由淺而入深語雖繁而易曉聊以擴充其能算之端云爾至於辭句之俚俗體例之參差見晒高明所不計也刻既成因書其緣起於

總論算法之理

華蘅芳

人之心若果情惛然茫無知覺則亦不必談及算學若其稍有知覺而能思維計較者即已有算學之理與有生以俱來試觀孩兒嬉戲見果必爭取其大者因其胸中已有一多寡之見存焉也由是知算學之理為人心所自有並非自外而入故取算書中不甚繁重之題以語不習算法之人彼亦能積思而得其所求之數惟遲速難易則與能算者大異焉此因算之未得其法則各數悉從心計而出故必甚難苟知算法則無論設數如何皆可以法馭之而心中可不必思索所以能事速而功倍也夫一切算法其初皆從算理而出惟既得其法則其理即寓於法之中可以從法以得理亦可舍理以用法苟其法不誤則其理亦必不誤也

識數之法

物生而後有象象而後有滋滋而後有數則物之有數乃人之強立名目以記物之多寡者也故亦謂之數目

數目之名即一二三四五六七八九十是也然數可多至無窮若每數必立一名則不勝其繁且終不能盡紀其數故又立一簡便之法名其自一至九為單位之數滿十則為進一位之數仍以自一至九之各字記之而名之為當十之位滿百則又進一位亦仍以自一至九之各字記之名之為當百之位由此而百進為千千進為萬而十萬而百萬而千萬其位均以下一位之數滿十而進為一則任數之如何多皆可以此法記之

所以必以十進位者因人手有十指便於屈指計之也凡常用之數大抵以十進位者為多惟天文家度分秒之數則以六十進位

各位之數既俱可用自一至九之各數記之則其空位當以零字記之或作一圈以代零字亦可

凡學算法必先從識數起故識數為算學中第一步工夫不識數之人不可以學算也惟數目之字並無意義可尋其初必從強記而得所以人自孩提之時父母即教其識數聰明之人有數歲即能識數者愚蠢之人有數十歲仍不識數者識數之法先將自一至十之十箇字讀至極熟能一氣貫注而不凌亂錯雜便能將十箇物任取幾箇數之知其為何數再從一十一讀至一百則能數一百箇錢又知十百為千十千為萬等意則其人便可為識數之人

識數之工夫由於習練而成非但口中要熟亦須眼中看慣方能敏捷如將棊子五枚置於桌上則兒童不能隨口即言

其數必用手一一數過而後知之此因眼光未習練之故也及已看慣則物之不滿十箇者平常之人皆能一望而知之惟因眼中亦能識數故數物可不必一箇一數而可任幾箇數之然亦各有數法譬如數錢數棊則以五箇一數而口中呼一五一十五為最便譬如數雞卵則手中不能持每箇雞卵祇能兩箇一數而口中呼一雙兩雙至末則云幾雙或幾雙多一箇此固尋常習用之法而其中已暗以加法乘法為妙用焉維不經道破則人亦不覺耳

大抵物之能隨手運動者數之易其不能隨手運動者數之稍難因不能將已數過者另置一邊也譬如入山林而數叢樹往往數之數次不得分明因其已數過者與未數過者易致看錯非有遺漏則有重複故不能得其真實之數然此亦有法焉可將他物於每數過之樹次第作誌則無誌者為未數過之樹易於遍數而遍誌之以得其的確之數其作誌之意猶之另置一邊也

作誌之法惟手所能及之物或手雖不能及而可用長竿及之者則可若其物非手與竿之所能及則此法不能用譬如欲數清天空之星則其事甚難固不能於星上作誌也

人雖不能於星上作誌然可於紙上作點以肖其星故可觀列宿之形而一一繪之於紙以成星圖則數圖上之星與數天上之星無以異也所以星亦有數此皆識數以後之巧思也算法亦為各種巧思故遇一難算之題則必有一法以解之及解去此難又有二難於此者在前必又有一法以解之如此由淺入深步步各有難處而步步各有巧法故無論題之如何深奧皆可於紙上寫之算之以與人共明之

### 論加減乘除開方之用

華蘅芳

算學中各種題若非用加減乘除開方等法以馭之則不能得其所求之數可見此五者實為算學中各種利器藉以攻堅入深者也有此五者則於尋常淺近之算學中已無不能推算之題

然學算之人每不以加減乘除開方為難而用此五者為難因題中所言之各數但有其彼此相關之理而未明言其何數為買何數為法何數當加減何數當乘除開方也況題之形狀萬變不窮知其一未必知其二通於此未必通於彼則加減乘除開方雖已習之極熟而不得其用之道亦幾與不習者無異焉

然則如之何而後可惟有將從古迄今所有之各種算學題目由淺及深分門別類一一立術演算或加以圖說以明其何以當加減何以當乘除何以當開方則題意明而馭題之法亦明可不致遇題束手矣

吾且掩卷思之古今來所有之算學書流傳於世者奚止數百種吾所曾經寓目者亦有數十種此數十種書何種非將算學之題由淺入深分門別類按題立術演草附圖以明其加減乘除開方之故者與其抄撮前人之書以侈吾之卷帙曷若請學算之人自觀各種算書以明其加減乘除開方之用也哉

果如此說則筆談之作即可從此而止矣然而仍不能已者何也余於算學中寢饋者已數十年比中之甘苦知之最悉故欲將已歷過之境界已見到之地步為學者縷述之以助其觀書之功而省其枉費之力俾不致如余之盡從暗中摸索得來則吾願慰矣

吾於算學生平未嘗受業於人即與能算者相友善亦未嘗數數問難也惟樂觀各種算學之書自十五六歲時偶於故書中檢得坊本算法心竊喜之日夕展玩不數月而盡通其義吾父見其癖嗜此學必是性之所近也遂為之購求算學之書差得周髀九章孫子五曹張邱建夏侯陽輯古海島益古演段測圓海鏡俾縱觀之除益古海鏡二書以外其為常法所能通者以加減乘除開方之法馭之無不迎刃而解惟於天元之術則格格不相入者幾及一年始得渙然冰釋後又得秦氏數書九章梅氏厯算全書羅氏觀我生室李氏遺書董方立遺書衡齋算學焦理堂算學算記駱春池游藝錄始知算學有古今中西之異同而幾何原本當時尚未譯全其前六卷世無單行之本惟數理精蘊中有之及購得數理精蘊遂能通幾何之學而吾年亦已二十矣是時海內算學名家如項氏梅侶徐氏君青戴氏端士李氏秋緝其所著各書尚未出因訪秋緝於墨海書館見其方輿西士偉烈亞力對譯代數學及代微積拾級尚未告竣秋緝謂余曰此為算學中上乘功夫此書一出非特中法幾可盡廢即西法之古者亦無所用之矣余於是知天元之外更有代數微分積分之術爰從其譯稿中錄得數條視之迄不得其用意之處又閱數年其譯本先後刊竣惠我一編披閱數頁外已不知其所語云何也蓋其格格不相入者猶之初讀海鏡時也詰諸李君則云此中微妙非可以言語形容其法盡在書中吾無所隱也多觀之則自解耳是豈旦夕之工所能通曉者哉余信其言反覆展玩不輟乃得稍有頭緒譬如傍晚之星初見一點旋見數點又見數十點數百點以致燦然布滿天空是余之於代數其明也以漸非如天元之術不悟則已一悟則豁然開朗也然後知代數之術其層累曲折多於天元故其致用之處亦比天元更廣從此以後無時不究心於代數每覺李氏所譯之二種殊非易於入手之書故余又與西士傅蘭雅譯出代數術微積溯源三角數理代數難題解法流播於世於是今之言算者皆知西法之代數即是中法之四元而其淺深難易則不可同日而語矣

或有問者曰如子之說則必先羅致多書而後可以學算乎抑不必羅致多書而亦可學算乎

答之曰學算不必多書也惟擇其要者觀之而已其最易入手者為程氏算法統宗屈氏九數通考此二書於加減乘除開方之用言之極詳故於初學最相宜且從此又可學得開帶縱平方及正立方之法亦可稍知西法中各種名目九章算術為中法最古之書其又義與古書相往來亦學者不可不讀之書也能讀九章則一切古算書無不能讀矣是書連祥李雲門演有細草圖說極為詳細外間有刻本矣

幾何原本為西法中最古之書不言法而言理不言數而言象蓋徹乎立法之源凡九章所不及者無不賅也不讀幾何則不能明點線面體之理而於加減乘除開方之用終不能了然於心目之間是書第十卷之理甚深非初學所能通曉但觀其前六卷可也

幾何之界說及各題字字齊着力其釋題之語無一字不周到無一句無來歷學者讀慣此書其心思自能縝密則着各種算學之題如禹鼎燭奸可以無遁形矣

### 論着題之法

華蘅芳

初學之人於題中之各句句中之各字往往模糊看過不能字字盡見雖將其題着之多次算之數遍仍有一兩個最要緊之字未曾着清非真未見此數字也見之而不知其用意之所在則此數個最要緊之字依然漠不關心亦猶之乎不見而已

題中之字句有極其着力者有不甚着力者又有可有可無者惟其可有可無及不甚着力之字往往皆顯露於面前一望即見而其極着力之字則藏伏隱匿於各字之間而使人不易見是在乎着題之眼光能識別之其辭氣輕重之間最有關係故於虛字尤不可忽略着過也

凡着算學之題務將其每句每字俱着完全不可有一字遺漏亦不可有一字不從心上經過則可知題之所語云何其注意之處何在即能知其某句某字着力不着力於是題中所暗藏之意思可以盡顯而各數相關之故亦確鑿可指而不至有游移兩可之見夫而後題中之各數能為我所用而我之加減乘除開方等法亦肯為題中各數所用而不至於得格不相入矣

算學中各種題譬如用線綰成各種花樣之結加減乘除開方等法猶之各種器具可用以解結者也惟欲用各器以解

其結必先有清結之絲縷方能下手之處者題之法亦如是而已  
既能省清題中之絲縷則可將題中不要緊之閒字閒句逐漸刪汰之而變為另自一種說法惟其各數相關之理則不  
可與原題稍有背謬

假如有題云某日買筆二枝用錢十四文某日買墨一錠用錢十文某日買紙十張用錢二十文問共用錢若干

則題所問者為共用之錢而不計其用去之日故其筆墨紙三物雖非一日所買而其共用去之錢則與一日用去者  
無異也所以題中之三箇某日二字俱與算法不相關可以刪去之又因題之所問者為共用之錢非問筆之每枝墨  
之每錠紙之每張其價若干也所以可改其題云筆十四文墨十文紙二十文共錢若干

然其所買之物實與所用之錢亦無相關因買筆買墨買紙之錢可作買茶買酒買漿之錢算之其共用之錢無異也  
即作一次買物二次買物三次買物算之其共用之錢亦無異也所以又可改其題云先用十四文後用十文又用二  
十文問其用錢若干則夫人而知當以此三數相加而得其共用之錢四十四文矣

惟有一種題其字句一氣呵成不能稍為刪節則只可看明題意而將題中各數別作一簡易之說法  
假如九章之題云五雀六燕集稱之衡雀俱重燕俱輕一雀一燕交而處衡適平并雀燕重一斤問雀燕一枚各重幾何  
則此題之意言五雀重於六燕也其五雀六燕之共重為十六兩也又言一雀五燕與四雀五燕其重相等也惟因一  
雀五燕與四雀一燕相券即為五雀六燕所以可將十六兩分為兩箇八兩一為一雀五燕之重一為四雀一燕之重

則可改其題之說法云一雀五燕共重八兩四雀一燕亦共重八兩問雀燕一枚各重幾何  
凡省數題而覺此題與彼題相似者必將其兩題看至極其透徹究竟其中或有略異之處否蓋題有面目雖異而算法  
則同者亦有面目相似而算法不同者

假如如有兩題其一云原有錢一千文已用去四百文今剩錢若干其二云原有錢一千文今剩去四百文已用去若干  
則此兩題之說法雖異而算法則同因用去之錢與今剩之數於原有之中減了今剩即是用去之數也

假如九章之題云今有兔先走一百步犬追之二百五十步不及三十步而止問犬不止復行幾何步及之  
又如代數術中之題云有野兔為獵犬所追兔在犬前五十步犬每行三步兔能行四步而兔之三步等於犬之兩步問  
犬追若干步可得免

觀此知中西皆有犬追兔之題其說法及算法略有不同而所求之數則俱為犬之步數也其第一題不及三十步而止之句其三十是兔之步數若認作犬之步數則誤矣

算學之題大抵有比例者居多惟其相比之理每暗藏於所言之事其相比之數又顛倒錯亂和較雜糅於各數之內觀者最易為其混淆

即以四率比例之題而論其一率二率三率有順列於各句之內者亦有不依次序者試列六題如左

其一題云原有錢二十千文買得米十石今有錢五十千文問可買若干石

其二題云先將米十石售得錢二十千文今又欲得錢五十千文問須售去米若干石

其三題云今有錢五十千文欲以買米先用錢二十千文買得米十石問其錢可買米若干石

其四題云今有錢五十千文欲以買米已知每米十石其價為二十千文問可買米若干石

其五題云甲有錢二十千文乙有錢五十千文均欲買米甲將其錢買得米十石問乙錢可買米若干石

其六題云甲有米十石乙有錢五十千文甲以其米售得錢二十千文問乙錢可買米若干石

則以上六題其比例之率均為二十與十之比若五十與二十五之比

總言之算學中所有之各題其平直通達簡明直捷者固多而其暗藏機械有意難人者亦復不少看題之人如聽斷疑

獄如搜捕伏匿雖具明察之才精細之心苟非老成諳練洞悉此中故智者不能盡知其情偽也

更有一種難題其設題之時已將題中要緊之義藏匿於人所不易留心之處而將題中不應有之算理顯豁呈露以使人易於誤認若不遑回審顧而後下手鮮有不受其愚弄者

假如有題云今有布一匹共長二十尺每日剪取一尺用之問幾日剪畢

則驟觀此題必答曰二十日殊不知其數已誤矣因題之所問者是幾日剪畢非問幾日用畢也若問幾日用畢則每

日用一尺其二十之布當為二十日用畢今問幾日剪畢則每日剪去一塊其長一尺至第十九日已剪去十九塊計

共已剪去十九尺其所剩之一塊適得一尺可為第二日之用而第二日取此一塊布時不必再動剪刀則是十

九日剪畢也

由此可見前題中末句之剪字乃是最着力之字斷字不可輕忽者也看題之時若讀至末句不能將此剪字着出而以

為與幾日用畢幾日可畢幾日而畢幾日乃畢無異則安得不誤算耶

其所以易誤之故因題中所言之各數俱為整齊易算之數其二十尺為一尺之二十倍而一日剪一尺又明明有一比例之理置於面前則觀者不及轉念已不覺脫口而出曰二十日是駟不及古矣

假如有題云今有竿高十尺有蟲從平地起緣竿而行每日能上二尺而夜間必縮下一尺問此蟲幾日能到竿頂見此題而不細思其技必以為每日上二尺而下一尺則是只上一尺也一日上一尺則十日必上十尺而到竿頂矣所以必答曰十日

殊不知行至第八日其蟲之足迹已至九尺之處及縮下而在高第八尺處過夜至第九日第日之力再上行二尺已到竿頂矣題所問者是能到竿頂之日其已到而再縮下則不計矣

前題所以易誤之故由於始念之差蓋但知其每日只上一尺而忘其第一日上行之數已到二尺之處若以第一日為能到二尺而每日能上一尺固是九日到頂也

大抵看題之法不過是心思細密又能習練眼光令人不能乘我之懈耳非必每題每術一能強記之也

### 論馭題之法

華衡芳

學者既能看明題理即能用加減乘除開方等法以馭其題惟題之形狀萬變不窮則馭題之法亦當隨機應變不能執一以論也

尋常之算學書其每題之下必有答數又必有專算此題之術或更有細草圖說附焉則依其術以演其數固是易易惟每題各有一術苦於不能記憶學算之人若非胸有成竹則一捲卷即不能算矣於是將各術分明別類編成歌訣以便於記誦者殊不知所記者乃是景法耳題目一變即無所用之矣

既明算理之人於書中所有之各題可不必觀其術曰如何自能立術以馭其題其所立之術或與本書之術暗合或出於本書之外而能殊途同歸惟但明幾何而未習天元之人其所立之術必枝枝節節而為之不能有一以貫之之理故其用心也苦而用力也勞

不論其題之如何變化而概用一法馭之者惟天元之術能之然天元仍藉幾何為用故雖有天元而幾何之理要不可以盡廢也

算學中有數種常用之法其理皆從幾何而出其法必由於學之而後能苟無其法則加減乘除開方無所施其技而天元亦不能用矣茲設數題以明其各法之用

一題 有大小兩數之和及大小兩數之較求其大小兩數

法以和較相加半之得大數以和較相減半之得小數

二題 有四率比例之一二三率求其第四率

法以二三兩率相乘一率除之得第四率

三題 有正方形或方形之縱橫兩邊求其方形之面積

法以縱橫兩邊相乘得方形面積

四題 有句股形求其面積

法以句與股相乘半之得句股形面積

五題 有平三角形求其面積

法以底邊與中垂線相乘半之得三角形面積

六題 有平圓之周徑求其面積

法以周徑相乘四除之得平圓面積

七題 句股弦面竅相等之理

凡句之平方與股之平方相并必等於弦之平方

八題 求正立方形及帶縱立方形之體積

法以長與濶相乘又以高乘之即得立方形體積

九題 求塹堵陽馬鸞臙之積

塹堵之積居立方二分之一 陽馬之積居立方三分之一 鸞臙之積居立方六分之一

十題 求高臺之積

法以上長倍之如下長以上廣乘之又倍下長加上長以下廣乘之兩數相并又以高乘之以六除之得其臺積

以上十題僅擇真書中最要者略舉數端且讀者觸類旁通可也

論學算之法

華衡芳

算學中門徑甚多歧途百出非備嘗此中之艱苦者不能洞悉其曲折所以學算亦不可無法也

學算之人其志向各有不同故其所學之事遂亦從此分焉綜而計之大約可分為兩類一為闡明數理以成著作一為推演各數施之實用

算學中可施之實用者皆無難為之事如推田畝之積步倉廩之積斛商功之積尺測量高深廣遠推步日月五星皆已有成法在前依其法而演之祇須知加減乘除及比例之法已綽乎有餘其須用開方者固不多見也

即進而論造表之法如八線與弧背互相求真數與對數互相求或從縱橫兩線求各曲線之長及其所函之面積皮積體積若既有其本題之級數式依其式而演之亦不過用加減乘除開方而已並無難為之事也

所以學算者之志向若只求見用於當世為衣食名利之計則祇須熟習整數分數小數之三種加減乘除開方再從各書中摘錄測量推步各種成法藏之篋中便已無所不能算矣天元代數之術皆可不必究心也

若非急於求用而務欲闡明數理則其所學之事非株守成法者所可比蓋因數學中深奧之理無窮則其明理之法亦非一端所能盡故必兼綜各法乃於理無障礙之處也

一切算法皆從條段之理而生故算學中淺近之理皆可以幾何之法明之惟篤信幾何之人每自恃其點線面體之學而不信天元且不肯再習天元此乃為幾何所囿而不得自脫者也

用幾何之法以明算理每題必作一圖每圖必係以說有圖無說有說無圖皆不足以發明題義然至立方以上其條段之理已不能繪圖則幾何之術窮矣天元之術不必處處言條段而一切條段之理無不包括於其中此蓋古演段之所由名也蓋至如積相消而條段之理終不肯紊亂所以無論若干乘方亦無論如何帶縱不必分別其形象而概以一例推之

惟演元之書其所設之各題大抵務為深奧而不適於用習天元者不能不習其題則從此又生魔障矣此非為天元所誤乃為天元書中之題所誤也

即如句股弦可以彼此相求又能以和較之互相求又能以和較之和較互相求亦可謂極其變化之妙矣猶不肯已則

以同式之各句股又成和較而一一識別其彼此相關之理標名立目條分縷析以解之創之者自謂神奇傳之者共推絕學師以此授其弟官以此課其士萃古今能算之才使之困頓老死於句股之中而不自知悔悟者李樂城之力也幾何之學從條段以明題理故條段明而題理亦明天元之學從題理以明條段故題理明而條段亦明惟幾何之條段必藉夫圖天元之條段則無藉乎圖也所以天元所明之理能比幾何更深

然天元但能將未知之數明其條段而其已知之數則渾和於太極之中不能一望而知其條段如何惟代數之術則無論已知之數未知之數其條段之理莫不一二分明故代數所明之理又能廣於天元

學者既明代數之術則於數理之真蹟固無不能明矣然猶有言之或甚繁求之或甚難而不得簡易之法以眩之者何哉因代數但能推一切常數而不能推其變數也惟微分積分之術則能推一切變數故有微分積分之術而代數之用愈廣矣

或有問者曰如子之說天元勝於幾何代數勝於天元微分積分又勝於代數則學者何不徑習微積而必從幾何元代以及微積耶

答之曰不習幾何則於如積之理不能盡明故不可徑習天元不習天元則於正負開方之理不能盡明雖從代數得其相等之式亦不易求其同數微分積分其算式仍藉代數為用不習代數烏能徑習微積所以幾何元代微積其學必循序而及不可躐等而進也

或又問曰微積之必由代數而出固無疑矣若謂習代數者必先知天元習天元者必先明幾何此乃欺人之論也夫天元中法也幾何代數皆西法也中西各創其法曾未彼此相謀則創天元者固不知有幾何也創代數者亦不知有天元也不知者尚且能創而謂反不能學者天下有是理乎

答之曰余之所謂循序而及者言如此學之則易於入耳非謂舍此即不能學也創天元者固未見幾何之書而天元之理則無非幾何之理也創代數者雖未見天元之書而代數之理則猶之天元之理也然則幾何元代其明理之法雖異而其所明之理則同惟幾何為初學所最易明故必從幾何入手天元之書難於幾何而易於代數以其有數可核也代數之法繁於天元而其用則廣於天元故既明天元方可學代數

又有問者曰演數與明理既分為兩途則演數者固不必明理矣惟不知明理者亦能演數否且不知明理者所演之數

有異於不明理者所演之數否

答之曰明理之人惟不喜演數耳非不能演數也使強明理之人為演數之事其演得之數亦無異於演數者所演之數也惟專門演數之人因已演之甚熟故速而且準為明理者所不能及耳

或又問曰算法之事所用者數也明其理而不善演其數則是能說而不能行矣又曷取乎明理為哉

答之曰演數者祇能用法而明理者則能創法凡演數者所用之法皆明理者之所創也算法古疏今密古拙今巧苟非明其理而精益求精安能至此乎明理之人譬如創業演數之人譬如守成其勞逸難易有不可同日而語者

明理之人非但能創前所未有之法又能以因為創而將從前已有之法改之使更便於用故有至難之法一變而為至易者亦有至繁之法一變而為至簡者即如圓徑求周古時用割圓之法開方數十次僅能得數位密率今用屢乘屢除

可任求若干位密率而不必開方又如求八線之法古時用六宗三要二簡法而不能任求某角之線今則弧背與八線能彼此相求又如真數求對數古時用中比例之法以代開數十百次之方今用級數可以任求而不必用中比例其簡易不知幾何倍矣

或又問曰明理始能創法是創法之人無有不明其理者也吾見近時算學之書每有但言其所立之各術而於立術之理則不贅一辭豈其理祇能自明而不能與人共明歟抑秘其立術之理而惟恐人之得明歟

答之曰子所言之書其創法之特蓋用天元之術以演各尖堆之塚積枝枝節節而為之此中曲折之故祇為創法者所自明若欲與人共明其理則取徑迂迴布算繁重演之非易言之甚難不能如微分積分之直捷簡明也卷帙既多則刊

校均非易事故先刊各術而其釋術之書將俟續出後因已見微積之術覺已法不足以傳示後世遂焚棄其稿未可知也或身遭兵燹就義成仁而遺稿飄零散失亦未可知也

或又問曰有數種算學之書其所立之術雖未嘗自匿其理而觀其釋術之語終不能明白曉暢其故何也

答之曰立術之理若非從大公至正之軌悟入每覺可以意會而不可以言傳故自明其理則易欲使他人共明其理則難蓋其人雖有鈎深致遠之心思而筆墨所達未能曲盡其妙則他人觀之仍不能明此亦由於觀是書者功夫尚淺未能領略其語耳

或又問曰今之算術密矣巧矣簡而易矣幾以加矣吾恐從此以後即有鑽研數數之人亦未必能再創新術矣

答之曰他事皆有止境而算學無止境也古人創術之時何嘗不自以為巧密速有巧密於古術者則以古術為疎拙矣後之視今亦猶今之視昔安知此後更無再巧再密之術而視今之巧密者為疎拙耶

論比例之用

華蘅芳

中法之異乘同除即西法之四率比例也九章之中惟粟米一章真為四率比例之題方田差分商功均輸雖非全是比例而其中藏有比例之理故皆可以比例通之若少廣盈朒方程句股每章各有專術不必強以比例明之羅名香作比例匯通將一切算法皆歸比例識者譏之

題中所藏之比例其理未必盡顯是在子學者探索題意而得其相比之理則能將題中各數用加減乘除造成比例之率有祇用一次比例者亦有必用數次比例者所以比例之名甚多有正比例轉比例合率比例按分遞折比例遞加遞減比例超位加減比例和較比例等名目愈多頭緒愈亂余以為比例只有一法乃二三兩率相乘以一率除之而得四率也其名目之多乃是造此諸率之法隨題異形稍有分別耳

新譯幾何原本序代曾文正公

張文虎

幾何原本前六卷明徐文定公受之西洋利瑪竇氏同時李涼庵彙入天學初函而圖容較義測量法義諸書其引幾何頗有出六卷外者學者因以不見全書為憾咸豐間海軍李士叔始與西士偉烈亞力續譯其後九卷復為之訂其舛誤此書遂為完帙松江韓綠卿嘗刻之印行無幾而板燬於寇士叔從余安慶軍中以是書示予曰此算學家不可少之書今不刻行復絕矣會余移駐金陵因屬士叔取後九卷重校付刊繼思無前六卷則初學無由得其蹊徑而亂後書籍蕩泯天學初函世亦稀覯近時廣東海山仙館刻本紙繆實多不足貴重因并取六卷者屬校刊之蓋我中國算書以九章分目皆因事立名各為一法學者泥其迹而求之往往畢生習算知其然而不知其所以然遂有苦其繁而視為絕學者無他徒眩其法而不知求其理也傳曰物生而後有象象而後有滋滋而後有數然則數出於象觀其象而通其理然後立法以求其數則雖未觀前人已成之法規而設之若合符契至於探蹟索隱推廣古法之所未備則益遠而無窮也幾何原本不言法而言理括一切有形而概之曰點線面體點線面體者象也點相引而成線線相過而成面面相疊而成體而線與線面與面體與體其形有相乘有相似其數有和有較有有等有無等有有比例有無比例洞悉乎點線面體而御之以加減乘除譬諸開門造車出門而合轍也奚蔽蔽然逐物而求之哉然則九章可廢乎非也學者通乎聲音訓

詰之端而後古書之奧行者可讀也明乎點線面體之理而後數之繁雜者可通也九章之法各適其用幾何原本則徹乎九章立法之源而凡九章所未及者無不賅也致其知於此而驗其用於彼其如肆力小學而收效於羣籍者歟

象數一原序一

頂名達

方圓率古不相通也徑求周以勾股行算不易割圓弧矢率之甚疎西人八綫妙矣求八綫必資六宗三要二簡法非可徑求所以然者方有盡圓無窮孰難強合也自杜氏術出而方圓之率始通其術用連比例一率半徑二率通弦三率倍矢由是遞求諸率有徑即得周有弦矢即得弧有弧亦即得弦矣其算捷其數亦最真顧是術也梅氏赤水遺珍載焉而未釋明靜庵先生捷法解釋焉而未挾其原當自為一書非正釋也自董氏術出而方圓率相通之理始顯術凡四曰求倍分弦矢求析分弦矢審定乘除法以明率數倍分率圓所以通方也析分率分所以通圓也其釋倍分率以方錐堆而方錐堆實出於三角堆弦之二率即兩堆根相并數四率即兩立積相并數矢之三率即兩平積相并數五率即兩三乘積相并數四五率以下多乘積以還莫不如是故遞次乘除皆求堆積法也而即之以求弦矢弦之分有奇無偶矢之分有偶俱全至析分率則三角堆無其數即假倍分之率較量而反釋之可為獨具隻眼矣所疑者堆積既與率數合何以有倍分無析分倍分中弦率又何以有奇分無偶分且弦矢綫聯於圓中於三角堆何與蓋是疑有年丁酉歸自荅南舟中偶念此恍然曰三角堆數起於一遞加十得堆根遞加根得平積遞加平積得立積蓋遞加數也弦矢率由圓中兩等邊三角挨次比例而生亦起於半徑之一半徑即一率遞加一率得二率遞加二率得三率遞加三率得四率亦遞加數也數有整必有零起整分者曰整數遞加祇一式即三角堆相連兩根積相并與倍分矢率倍分中奇分弦率等數起零分者曰零數遞加有無量式不可以三角堆名依式推行倍分中偶分弦率及析分弦矢率實參列其間不惟若是倍分者一分弧之幾常以一為分母析分者幾分弧之一常以一為分子今得零分則分子母不必定一任設幾分弧之幾無不可求因立此弧求他弧兩術以補所未備又不惟若是分子母既可任設則六十度通弦倍矢與半徑等諸率齊同取為分母任設某度為分子并諸率本數可省去不求但求遞加差數即得逐度分秒之正弦正矢因更立半徑求弦矢兩術以備製表之用似便於用弧約言之弦矢諸率其比例生於兩等邊三角其數本於遞加兩等邊三角尖象也遞加數尖數也通方圓必以尖故自來割圓術不離勾股而得其象未得其數取數不無繁重自有零整分遞加而後象與數會分於是定率亦於是通分即遞加數之根率即遞加數之積分以子母管中外圓涵方也率以奇偶應乎內方就圓也割