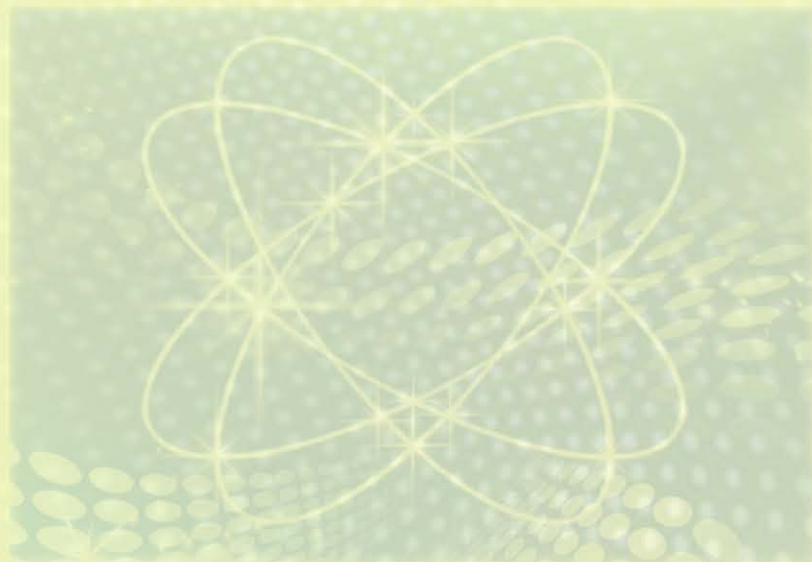


第一题案 初中总复习
数学

齐波 主编



阳光出版社

图书在版编目(CIP)数据

第一题案. 初中总复习. 数学 / 齐波主编. — 银川
: 阳光出版社, 2011. 11
ISBN 978-7-80620-979-0

I. ①第… II. ①齐… III. ①中学数学课—初中—习题集—升学参考资料 IV. ①G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2011) 第 230490 号

第一题案 初中总复习 数学

齐波 主编

责任编辑 张燕宁
封面设计 苏占保

黄河出版传媒集团
阳光出版社 出版发行

地址 银川市北京东路 139 号出版大厦 (750001)
网址 www.yrpubm.com
网上书店 www.hh-book.com
电子信箱 yangguang@yrpubm.com
邮购电话 0951-5044614
经销 全国新华书店
印刷装订 莱阳市正顺印务有限公司
印刷委托书号 (宁)0008514

开本 880mm×1230mm 1/16
印张 16.5
字数 300 千
版次 2011 年 11 月第 1 版
印次 2011 年 11 月第 1 次印刷
书号 ISBN 978-7-80620-979-0/G·550

定价 29.80 元

版权所有 翻印必究

目 录

Contents

第一部分 中考知识温故

第一章 数与式	1
1.1 实数	1
1.2 代数式及整式	4
1.3 分式	8
第二章 方程(组)与不等式(组)	11
2.1 方程与方程组	11
2.2 不等式与不等式组	15
第三章 函数及其图象	19
3.1 位置的确定	19
3.2 一次函数	23
3.3 反比例函数	28
3.4 二次函数	33
第四章 图形的认识及三角形	38
4.1 角、相交线、平行线	38
4.2 三角形和全等三角形	42
4.3 等腰三角形和直角三角形	46
第五章 四边形和相似图形	50
5.1 多边形和平行四边形	50
5.2 矩形、菱形与正方形	55

目

录

Contents

5.3 梯 形	59
5.4 相似图形	62
第六章 圆	67
6.1 圆的概念和性质	67
6.2 与圆有关的位置关系	71
6.3 圆中的有关计算	75
第七章 解直角三角形	79
第八章 图形与变换	84
第九章 视图与投影	90
第十章 概率与统计	95
10.1 统 计	95
10.2 概 率	101

第二部分 中考专题研究

专题一 数学思想方法	107
专题二 情境应用题	110
专题三 图表信息问题	113
专题四 阅读理解问题	117
专题五 方案设计问题	121
专题六 开放探索问题	125

第三部分 中考模拟试题



第一部分 中考知识温故

第一章 数与式

1.1 实数



知识梳理 探究提高

1. 实数的有关概念性质

(1) 实数分为有理数和_____，有理数是_____小数.

(2) 数轴的三要素为_____, _____, _____, 数轴上的点与_____一一对应, 从数轴上看, _____的两个数所对应的两个点关于原点对称.

(3) 若 $a+b=0$, 则 a, b _____, 若 $a \cdot b=1$, 则 a, b _____.

(4) 绝对值是本身的数是_____, 表示为_____, 是其相反数的是_____, 从数轴上看, 一个数的绝对值是表示这个数的点到_____的距离.

(5) 近似数、有效数字、科学记数法

在科学记数法 $a \times 10^n$ 的形式中, a 的取值范围是_____, 一个近似数, 四舍五入到哪一位, 就说这个近似数精确到哪一位, 从一个数的_____第一个_____数起到末位数字止, 所有的数字都是这个数的有效数字.

2. 数的开方与乘方

(1) 在 a^n 中, a 叫做_____, n 叫做_____.

(2) 如果 $x^2=a$, 那么 x 叫做 a 的_____, 记做_____, 正数 a 的正的平方根叫做_____, 记作_____, 正数有两个平方根, 它们_____, 零的平方根是_____, 负数_____平方根.

(3) 若 $b^3=a$, 则 b 叫做 a 的_____.

3. 实数的大小比较

(1) 在数轴上表示两个数的点, _____的点表示的数总比_____的点表示数大.

(2) 正数大于_____, 负数小于零, 两个正数绝对值大的数_____, 两个负数绝对值大的较_____.

(3) a, b 是任意两个实数, 若 $a-b>0$, 则 a _____ b ; 若 $a-b=0$, 则 a _____ b ; 若 $a-b<0$, 则 a _____

b . a, b 皆为正数, 若 $\frac{a}{b}>1$, $\frac{a}{b}=1$, $\frac{a}{b}<1$, 可分别得到结论

a _____ b , a _____ b , a _____ b .

(4) 若 $a>0, b>0, a^2>b^2$, 则 a _____ b .

(5) 若 $a>0, b>0, \sqrt{a}>\sqrt{b}$, 则 a _____ b .

4. 实数的运算

(1) 实数的运算律有加法_____, 加法_____, 乘法_____, 乘法_____.

(2) 在进行加、减、乘、除、乘方、开方混合运算时, 要先_____, 再_____, 最后_____; 对于同一级运算, 一般按从_____到_____的顺序进行, 如果有括号,

先算括号_____的.

5. 实数的有关性质

$$(1) |a| = \begin{cases} \text{_____} & (a>0) \\ \text{_____} & (a=0) \\ \text{_____} & (a<0) \end{cases}$$

(2) 算术平方根的性质

$$\textcircled{1} (\sqrt{a})^2 = \text{_____} \quad (\text{_____})$$

$$\textcircled{2} \sqrt{a^2} = |a| = \begin{cases} \text{_____} & (\text{_____}) \\ \text{_____} & (\text{_____}) \end{cases}$$

$$\textcircled{3} \sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b} \quad (\text{_____})$$

$$\textcircled{4} \sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} \quad (\text{_____})$$



聚焦考点 真题例证

► 知识点一: 实数的有关概念及性质

例 1 (1) (2011·连云港) 2 的相反数是().

A. 2 B. -2 C. $\sqrt{2}$ D. $\frac{1}{2}$

(2) (2011·东营) $\frac{1}{2}$ 的倒数是().

A. 2 B. -2 C. $-\frac{1}{2}$ D. $\frac{1}{2}$

(3) (2011·聊城) -3 的绝对值是().

A. -3 B. 3 C. $\frac{1}{3}$ D. $-\frac{1}{3}$

解析: (1) 2 的相反数为 -2. (2) $\frac{1}{2}$ 的倒数为 2. (3) -3 的绝对值为 3.

有效训练 1 下列各数中, 相反数等于 5 的数是().

A. -5 B. 5 C. $-\frac{1}{5}$ D. $\frac{1}{5}$

有效训练 2 -4 的绝对值是().

A. -4 B. $-\frac{1}{4}$ C. $\frac{1}{4}$ D. 4

有效训练 3 下列实数中, 是无理数的为().

A. 3.14 B. $\frac{1}{3}$ C. $\sqrt{3}$ D. $\sqrt{9}$

有效训练 4 四个数 -5, -0.1, $\frac{1}{2}$, $\sqrt{3}$ 中为无理数的是().



- A. -5 B. -0.1 C. $\frac{1}{2}$ D. $\sqrt{3}$

➔ 知识点二:实数在数轴中的应用

例 2 (1)(2011·潼南)如图 1.1-1,数轴上 A, B 两点分别对应实数 a, b, 则 a, b 的大小关系为_____.

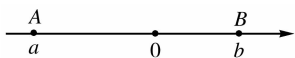


图 1.1-1

(2)(2011·达州)如图 1.1-2 所示,在数轴上点 A 所表示的数 x 的范围是().

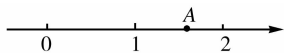


图 1.1-2

- A. $\frac{3}{2}\sin 30^\circ < x < \sin 60^\circ$
 B. $\cos 30^\circ < x < \frac{3}{2}\cos 45^\circ$
 C. $\frac{3}{2}\tan 30^\circ < x < \tan 45^\circ$
 D. $\frac{3}{2}\cot 45^\circ < x < \cot 30^\circ$

解析: (1)根据实数与数轴上的点一一对应关系及左小右大的比较法则,可得出 $a < b$. (2)由点 A 在数轴上的位置得 $1 < x < 2$, 而只有 D 符合条件,因此选 D.

有效训练 5 (2011·宜昌)如图 1.1-3,数轴上 A, B 两点分别对应实数 a, b, 则下列结论正确的是().

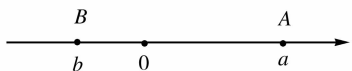


图 1.1-3

- A. $a < b$ B. $a = b$ C. $a > b$ D. $ab > 0$

有效训练 6 如图 1.1-4,若 A 是实数 a 在数轴上对应的点,则关于 a, -a, 1 的大小关系表示正确的是().

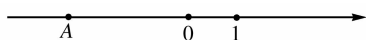


图 1.1-4

- A. $a < 1 < -a$ B. $1 < -a < a$
 C. $1 < -a < a$ D. $-a < a < 1$

有效训练 7 如图 1.1-5,数轴上的点 P 表示的数可能是().

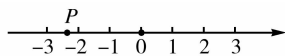


图 1.1-5

- A. $\sqrt{5}$ B. $-\sqrt{5}$ C. -3.8 D. $-\sqrt{10}$

➔ 知识点三:近似数、有效数字、科学记数法

例 3 (1)(2011·潍坊)我国以 2010 年 11 月 1 日零时为标准时点进行了第六次全国人口普查,普查得到全国总人口为 1 370 536 875 人,该数用科学记数法表示为

(). (保留 3 个有效数字)

- A. 13.7 亿 B. 13.7×10^8
 C. 1.37×10^9 D. 1.4×10^9

(2)(2011·遵义)某种生物细胞的直径约为 0.000 56 m, 将 0.000 56 用科学记数法表示为().

- A. 0.56×10^{-3} B. 5.6×10^{-4}
 C. 5.6×10^{-5} D. 56×10^{-5}

解析: (1)科学记数法中的 a 的范围: $1 \leq a < 10$, 且保留 3 个有效数字, $\therefore a = 1.37$, n 等于整数位减 1, 因此选 C. (2)将 0.000 56 按科学记数法的要求, 应为 5.6×10^{-4} .

有效训练 8 (2011·贵阳)2011 年 9 月第九次全国少数民族传统体育运动会将在贵阳举行, 为营造一个清洁、优美、舒适的美好贵阳, 2011 年 3 月贵阳启动了“自己动手, 美化贵阳”活动, 在活动过程中, 志愿者们陆续发放了 50 000 份倡议书. 50 000 这个数用科学记数法表示为().

- A. 5×10^5 B. 5×10^4 C. 0.5×10^5 D. 0.5×10^4

有效训练 9 (2011·海南)海南省 2010 年第六次人口普查数据显示, 2010 年 11 月 1 日零时, 全省总人口 8 671 518 人, 数据 8 671 518 用科学记数法(保留三个有效数字)表示应是().

- A. 8.7×10^6 B. 8.7×10^7
 C. 8.67×10^6 D. 8.67×10^7

➔ 知识点四:实数的有关运算

例 4 (1)(2011·天津)估计 $\sqrt{10}$ 的值在().

- A. 1 到 2 之间 B. 2 到 3 之间
 C. 3 到 4 之间 D. 4 到 5 之间

(2)(2011·绵阳)计算: $(\frac{1}{2})^{-2} - |2\sqrt{2} - 3| + \frac{3}{\sqrt{18}}$

解析: (1) $\because \sqrt{9} < \sqrt{10} < \sqrt{16}$, $\therefore 3 < \sqrt{10} < 4$.

$$\begin{aligned} (2) \text{原式} &= \frac{1}{(\frac{1}{2})^2} - (3 - 2\sqrt{2}) + \frac{3}{3\sqrt{2}} \\ &= \frac{1}{\frac{1}{4}} - 3 + 2\sqrt{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} = 4 - 3 + 2\sqrt{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} = 1 + \frac{5}{2}\sqrt{2} \end{aligned}$$

有效训练 10 化简 $\sqrt{3} - \sqrt{3}(1 - \sqrt{3})$ 的结果是().

- A. -3 B. 3 C. $-\sqrt{3}$ D. $\sqrt{3}$

有效训练 11 (2011·遵义)计算: $\sqrt{8} \times \sqrt{\frac{1}{2}} =$

有效训练 12 (2011·眉山)计算: $(\pi - 3.14)^0 + (-1)^{2011} + \sqrt{8} - |-\sqrt{2}|$



真题演练 课内达标

- (2011·乐山)小明家冰箱冷冻室的温度为 -5°C ,调高 4°C 后的温度为().
A. 4°C B. 9°C C. -1°C D. -9°C
- (2011·十堰)下列实数中是无理数的是().
A. $\sqrt{2}$ B. $\sqrt{4}$ C. $\frac{1}{3}$ D. 3.14
- (2011·苏州) $2 \times \left(-\frac{1}{2}\right)$ 的结果是().
A. -4 B. -1 C. $-\frac{1}{4}$ D. $\frac{3}{2}$
- (2011·毕节)毕节地区水能资源丰富,理论蕴藏量达221.21万千瓦,已开发156万千瓦,把已开发水能资源用四舍五入法保留两个有效数字并且用科学记数法表示应记为()千瓦.
A. 16×10^5 B. 1.6×10^6
C. 160×10^6 D. 0.16×10^7
- (2011·南京) $\sqrt{9}$ 的值等于().
A. 3 B. -3 C. ± 3 D. $\sqrt{3}$
- (2011·江西)下列各数中,最小的是().
A. 0 B. 1 C. -1 D. $-\sqrt{2}$
- (2011·襄阳)下列说法正确的是().
A. $\left(\frac{\pi}{2}\right)^0$ 是无理数 B. $\frac{\sqrt{3}}{3}$ 是有理数
C. $\sqrt{4}$ 是无理数 D. $\sqrt[3]{-8}$ 是有理数
- (2011·佛山) -2 的倒数是().
A. -2 B. 2 C. $-\frac{1}{2}$ D. $\frac{1}{2}$
- (2011·天津) -6 的相反数是_____.
- (2011·哈尔滨)把170 000用科学记数法表示为_____.
- (2011·无锡)计算: $\sqrt[3]{8} =$ _____.
- (2011·遵义)若 x, y 为实数,且 $\sqrt{x+3} + |y-2| = 0$,则 $x+y =$ _____.
- 计算:
(1)(2011·苏州) $2^2 + |-1| - \sqrt{9}$

(2)(2011·茂名) $\sqrt{8} \times \left(\sqrt{2} - \sqrt{\frac{1}{2}}\right)$

(3)(2011·潼南) $\sqrt{9} + |-2| + \left(\frac{1}{3}\right)^{-1} + (-1)^{2011}$

$$(4)(2011 \cdot \text{宜宾}) 3(\sqrt{3}-\pi)^0 - \frac{\sqrt{20}-\sqrt{15}}{\sqrt{5}} + (-1)^{2011}$$



高效训练 综合测评

- (2011·黄石) $\sqrt{4}$ 的值为().
A. 2 B. -2 C. ± 2 D. 不存在
- (2011·重庆)在-6, 0, 3, 8这四个数中,最小的数是().
A. -6 B. 0 C. 3 D. 8
- (2011·湛江)下列四个数中,在-1和2之间的数是().
A. 0 B. -2 C. -3 D. 3
- (2011·广州)四个数-5, $-0.1, \frac{1}{2}, \sqrt{3}$ 中为无理数的是().
A. -5 B. -0.1 C. $\frac{1}{2}$ D. $\sqrt{3}$
- (2011·荆州)有理数 $-\frac{1}{2}$ 的倒数是().
A. -2 B. 2 C. $\frac{1}{2}$ D. $-\frac{1}{2}$
- (2011·上海)下列二次根式中,最简二次根式是().
A. $\sqrt{\frac{1}{5}}$ B. $\sqrt{0.5}$ C. $\sqrt{5}$ D. $\sqrt{50}$
- (2011·呼和浩特)如果 a 的相反数是2,那么 a 等于().
A. -2 B. 2 C. $\frac{1}{2}$ D. $-\frac{1}{2}$
- (2011·毕节) $\sqrt{16}$ 的算术平方根是().
A. 4 B. ± 4 C. 2 D. ± 2
- (2011·日照) $(-2)^2$ 的算术平方根是().
A. 2 B. ± 2 C. -2 D. $\sqrt{2}$
- (2011·芜湖)我们身处在自然环境中,一年接受的宇宙射线及其他天然辐射照射量约为3100微西弗(1西弗等于1000毫西弗,1毫西弗等于1000微西弗),用科学记数法可表示为().
A. 3.1×10^6 西弗 B. 3.1×10^3 西弗
C. 3.1×10^{-3} 西弗 D. 3.1×10^{-6} 西弗
- (2011·成都)4的平方根是().
A. ± 16 B. 16 C. ± 2 D. 2
- (2011·北京) $-\frac{3}{4}$ 的绝对值是().
A. $-\frac{4}{3}$ B. $\frac{4}{3}$ C. $-\frac{3}{4}$ D. $\frac{3}{4}$
- (2011·临沂)下列各数中,比-1小的数是().
A. 0 B. 1 C. -2 D. 2
- (2011·佛山)下列说法正确的是().
A. a 一定是正数 B. $\frac{2011}{3}$ 是有理数



C. $2\sqrt{2}$ 是有理数 D. 平方等于自身的数只有 1
15. (2011·德州)下列计算正确的是().

A. $(-8)-8=0$ B. $(-\frac{1}{2})\times(-2)=1$

C. $-(-1)^0=1$ D. $|-2|=-2$

16. (2011·成都)已知实数 m, n 在数轴上的对应点的位置如图 1.1-6 所示,则下列判断正确的是().

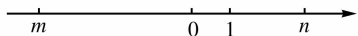


图 1.1-6

A. $m>0$ B. $n<0$ C. $mn<0$ D. $m-n>0$

17. (2011·安徽)设 $a = \sqrt{19}-1$, a 在两个相邻整数之间,则这两个整数是().

A. 1 和 2 B. 2 和 3 C. 3 和 4 D. 4 和 5

18. (2011·广东)下列式子运算正确的是().

A. $\sqrt{3}-\sqrt{2}=1$ B. $\sqrt{8}=4\sqrt{2}$

C. $\frac{1}{\sqrt{3}}=\sqrt{3}$ D. $\frac{1}{2+\sqrt{3}}+\frac{1}{2-\sqrt{3}}=4$

19. (2011·福建)计算 $2\sqrt{\frac{1}{2}}-6\sqrt{\frac{1}{3}}+\sqrt{8}$ 的结果是().

A. $3\sqrt{2}-2\sqrt{3}$ B. $5-\sqrt{2}$

C. $5-\sqrt{3}$ D. $2\sqrt{2}$

20. (2011·济宁)若 $\sqrt{x+y-1}+(y+3)^2=0$,则 $x-y$ 的值为().

A. 1 B. -1 C. 7 D. -7

21. (2011·遵义)若 a, b 均为正整数,且 $a>\sqrt{7}, b<\sqrt[3]{2}$,则 $a+b$ 的最小值是().

A. 3 B. 4 C. 5 D. 6

22. (2011·凉山州)用科学记数法表示 $0.000\ 002\ 3 =$ _____.

23. 写出一个大于 1 且小于 2 的无理数 _____.

24. (2011·陕西)计算: $|\sqrt{3}-2| =$ _____. (结果保留根号)

25. (2011·河南)27 的立方根是 _____.

26. (2011·南京)计算: $(\sqrt{2}+1)(2-\sqrt{2}) =$ _____.

27. (2011·枣庄)对于任意不相等的两个实数 a, b , 定义运算 \ast 如:

$a \ast b = \frac{\sqrt{a+b}}{a-b}$, 如 $3 \ast 2 = \frac{\sqrt{3+2}}{3-2} = \sqrt{5}$, 那么 $8 \ast 12 =$

_____.

28. 计算:

(1) (2011·上海) $(-3)^0 - \sqrt{27} + |1-\sqrt{2}| + \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}$

(2) (2011·綦江) $|-3| - (\sqrt{5}-\pi)^0 + (\frac{1}{4})^{-1} + (-1)^3$

(3) (2011·呼和浩特) $\sqrt{18} - \frac{2}{\sqrt{2}} + |1-\sqrt{2}| + (\frac{1}{2})^{-1}$

(4) (2011·黄石) $(-2011)^0 + (\frac{\sqrt{2}}{2})^{-1} + |\sqrt{2}-2| - 2\cos 60^\circ$

29. (2011·湛江)如图 1.1-7, 一只蚂蚁从点 A 沿数轴向右直爬 2 个单位到达点 B, 点 A 表示 $-\sqrt{2}$, 设点 B 所表示的数为 m .

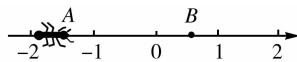


图 1.1-7

(1) 求 m 的值;

(2) 求 $|m-1| + (m+6)^0$ 的值.

1.2 代数式及整式



知识梳理 探究提高

1. 用字母可以表示任意一个 _____, 数的运算可用 _____ 替代.

2. 用字母代替数可以揭示数的运算规律, 计算公式.

3. 代数式是由运算符号(加、减、乘、除、乘方、开方)把数或表示数的字母连接而成的式子如 $2s + m, \frac{b}{a}, a^m,$

$\sqrt{a+b}$, 单独的一个数或一个字母也是 _____.

4. 代数式分有理式和 _____, 有理式中整式与分式的区别在于分式的分母中含有 _____, 有理式和无理式的区别在于根号里面含不含 _____.

5. 一般地, 用 _____ 代替代数式里的字母, 按照代数式中的运算关系, 计算得出的 _____, 叫做代数式的值.

6. 同类项: 所含字母 _____, 并且相同字母的 _____ 也相同的项叫同类项.

7. 合并同类项: 只把系数 _____, 所含字母及字母的指数不变.



8. 整式的运算:

(1) 整式的加减运算实际上就是_____.

(2) 幂的运算公式:

- ① $a^m \cdot a^n =$ _____ (m, n 都是正整数);
- ② $a^m \div a^n =$ _____ ($a \neq 0, m, n$ 都是正整数, 且 $m > n$);
- ③ $(a^m)^n =$ _____ (m, n 都是正整数);
- ④ $(ab)^n =$ _____ (n 是正整数);
- ⑤ $a^0 =$ _____ ($a \neq 0$).

9. 整式的乘除

(1) 单项式与单项式相乘: $\frac{1}{2} a^2 b^4 \cdot (-4abc) =$ _____.

(2) 单项式与多项式相乘: $m(a+b+c) =$ _____.

(3) 多项式与多项式相乘: $(a+b)(c+d) =$ _____.

(4) 单项式与单项式相除: $(-6x^3y^2) \div (3x^2y) =$ _____.

(5) 多项式除以单项式: $(27a^3 - 15a^2 + 6a) \div (3a) =$ _____.

注: 没有单项式除以多项式的运算法则.

10. 乘法公式

(1) 平方差公式: $(a+b)(a-b) =$ _____.

(2) 完全平方公式: $(a \pm b)^2 =$ _____.

11. 因式分解

(1) 定义: 把一个多项式化成几个整式的_____的形式叫做把这个多项式因式分解.

(2) 方法: ① 提公因式法: $ma + mb + mc =$ _____.

② 公式法: $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$, $a^2 \pm 2ab + b^2 =$ _____.

③ 分组分解法

(3) 因式分解的要求

结果一定是积的形式, 各因式要分解到_____为止.



聚焦考点 真题例证

知识点一: 列代数式

例 1 (2011·海南) “比 a 的 2 倍大 1 的数”用代数式表示是().

- A. $2(a+1)$
- B. $2(a-1)$
- C. $2a+1$
- D. $2a-1$

解析: 列代数式, 先读先写, $2a+1$.

有效训练 1 (2011·铜仁) 观察一系列单项式: $a, -2a^2, 4a^3, -8a^4, \dots$ 根据你发现的规律, 第 7 个单项式为_____; 第 n 个单项式为_____.

有效训练 2 (2011·桂林) 若 $a_1 = 1 - \frac{1}{m}, a_2 = 1 - \frac{1}{a_1}, a_3 = 1 - \frac{1}{a_2}, \dots$; 则 a_{2011} 的值为_____. (用含 m 的代数式表示)

知识点二: 幂的运算性质

例 2 (1) (2011·广州) 下面的计算正确的是().

- A. $3x^2 \cdot 4x^2 = 12x^2$
- B. $x^3 \cdot x^5 = x^{15}$
- C. $x^4 \div x = x^3$
- D. $(x^5)^2 = x^7$

(2) 在 ① $a^4 \cdot a^2$; ② $(-a^2)^3$; ③ $a^{12} \div a^2$; ④ $a^2 \cdot a^3$ 中, 计算结果为 a^6 的个数是().

- A. 1 个
- B. 2 个
- C. 3 个
- D. 4 个

解析: (1) $3x^2 \cdot 4x^2 = 12x^4$; $x^3 \cdot x^5 = x^{3+5} = x^8$; $x^4 \div x = x^{4-1} = x^3$; $(x^5)^2 = x^{5 \times 2} = x^{10}$, $\therefore C$ 是正确的, 选 C.
(2) ① $a^4 \cdot a^2 = a^6$; ② $(-a^2)^3 = -a^6$; ③ $a^{12} \div a^2 = a^{12-2} = a^{10}$; ④ $a^2 \cdot a^3 = a^{2+3} = a^5$, \therefore 只有 ① 的结果为 a^6 , 因此选 A.

有效训练 3 (2011·眉山) 下列运算正确的是().

- A. $2a^2 - a = a$
- B. $(a+2)^2 = a^2 + 4$
- C. $(a^2)^3 = a^6$
- D. $\sqrt{(-3)^2} = -3$

有效训练 4 (2011·哈尔滨) 下列运算中, 正确的是().

- A. $4a - 3a = 1$
- B. $a \cdot a^2 = a^3$
- C. $3a^6 \div a^3 = 3a^2$
- D. $(ab^2)^2 = a^2 b^2$

有效训练 5 (2011·河南) 下列各式计算正确的是().

- A. $(-1)^0 - \left(\frac{1}{2}\right)^{-1} = -3$
- B. $\sqrt{2} + \sqrt{3} = \sqrt{5}$
- C. $2a^2 + 4a^2 = 6a^4$
- D. $(a^2)^3 = a^6$

知识点三: 整式的运算

例 3 (1) (2011·荆州) 已知 $A = 2x, B$ 是多项式, 在计算 $B+A$ 时, 小马虎同学把 $B+A$ 看成了 $B \div A$, 结果得 $x^2 + \frac{1}{2}x$, 则 $B+A =$ _____.

(2) 化简: $(a+b)^2 - (a-b)^2 + a(1-4b)$.

解析: (1) $\because A = 2x$, 且 $B \div A = x^2 + \frac{1}{2}x$, $\therefore B = 2x(x^2 + \frac{1}{2}x) = 2x^3 + x^2$, $\therefore B+A = 2x^3 + x^2 + 2x$.
(2) 原式 $= a^2 + 2ab + b^2 - (a^2 - 2ab + b^2) + a - 4ab = a^2 + 2ab + b^2 - a^2 + 2ab - b^2 + a - 4ab = a$.

有效训练 6 (2011·河南) $(a+1)^2 - a(a-1)$

有效训练 7 (2011·无锡) $a(a-3) + (2-a)(2+a)$

有效训练 8 (2011·枣庄) 如图 1.2-1, 边长为 $(m+3)$ 的正方形纸片剪出一个边长为 m 的正方形之后, 剩余部分可剪拼成一个矩形(不重叠无缝隙), 若拼成的矩形一边长为 3, 则另一边长是().

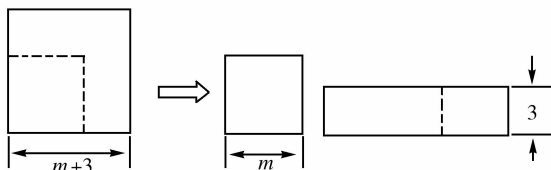


图 1.2-1



- A. $m+3$ B. $m+6$ C. $2m+3$ D. $2m+6$

知识点四：因式分解

例 4 (2011·广州) 分解因式： $8(x^2-2y^2)-x(7x+y)+xy$

解析：原式 $= 8x^2 - 16y^2 - 7x^2 - xy + xy = x^2 - 16y^2 = (x+4y)(x-4y)$.

有效训练 9 (2011·河北) 下列分解因式正确的是

- ().
 A. $-a+a^3=-a(1+a^2)$
 B. $2a-4b+2=2(a-2b)$
 C. $a^2-4=(a-2)^2$
 D. $a^2-2a+1=(a-1)^2$

有效训练 10 (2011·芜湖) 因式分解 $x^3-2x^2y+xy^2=$ _____.

有效训练 11 (2011·枣庄) 若 $m^2-n^2=6$, 且 $m-n=2$, 则 $m+n=$ _____.



真题演练 课内达标

- (2011·南京) 下列运算正确的是().
 A. $a^2+a^3=a^5$ B. $a^2 \cdot a^3=a^6$
 C. $a^3 \div a^2=a$ D. $(a^2)^3=a^8$
- (2011·潼南) 计算 $3a \cdot 2a$ 的结果是().
 A. $6a$ B. $6a^2$ C. $5a$ D. $5a^2$
- (2011·湛江) 下列各式中, 与 $(x-1)^2$ 相等的是().
 A. x^2-1 B. x^2-2x+1
 C. x^2-2x-1 D. x^2
- (2011·连云港) $a^2 \cdot a^3$ 等于().
 A. a^5 B. a^4 C. a^3 D. a^2
- (2011·宜宾) 下列运算正确的是().
 A. $3a-2a=1$
 B. $a^2 \cdot a^3=a^6$
 C. $(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$
 D. $(a+b)^2=a^2+b^2$
- (2011·无锡) 分解因式 $2x^2-4x+2$ 的最终结果是().
 A. $2x(x-2)$ B. $2(x^2-2x+1)$
 C. $2(x-1)^2$ D. $(2x-2)^2$
- (2011·聊城) 如图 1.2-2, 用围棋子按下面的规律摆图形, 则摆第 n 个图形需要围棋子的枚数是().

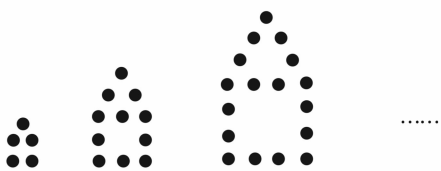


图 1.2-2

- A. $5n$ B. $5n-1$ C. $6n-1$ D. $2n^3+1$

8. (2011·桂林) 当 $x=-2$ 时, 代数式 $\frac{x^2}{x-1}$ 的值是_____.

9. (2011·广东) 定义新运算“ \star ”, $a \star b = \frac{1}{3}a - 4b$, 则 $12 \star (-1) =$ _____.

10. (2011·乐山) 体育委员带了 500 元钱去买体育用品, 已知一个足球 a 元, 一个篮球 b 元. 则代数式 $500-3a-2b$ 表示的数为_____.

11. (2011·江西) 因式分解: $x^3-x=$ _____.

12. (2011·东营) 分解因式: $x^2y-2xy+y=$ _____.

13. (2011·济宁) 若代数式 x^2-6x+b 可化为 $(x-a)^2-1$, 则 $b-a$ 的值是_____.

14. (2011·绵阳) 观察下面的图 1.2-3 的图形, 它们是按一定规律排列的, 依照此规律, 第_____个图形共有 120 个 \star .



图 1.2-3

15. 化简求值:

(1) (2011·福州) 化简: $(a+3)^2+a(2-a)$

(2) (2011·北京) 已知 $a^2+2ab+b^2=0$, 求代数式 $a(a+4b)-(a+2b)(a-2b)$ 的值.



高效训练 综合测评

- (2011·遵义) 下列运算正确的是().
 A. $a^2+a^3=a^5$ B. $(a-2)^2=a^2-4$
 C. $2a^2-3a^2=-a^2$ D. $(a+1)(a-1)=a^2-2$
- (2011·苏州) 若 $m \cdot 2^3=2^6$, 则 m 等于().
 A. 2 B. 4 C. 6 D. 8
- (2011·贵阳) 下列运算正确的是().
 A. $a-2a=a$ B. $(-a^2)^3=-a^6$
 C. $x^6 \div x^3=x^2$ D. $(x+y)^2=x^2+y^2$
- (2011·日照) 下列等式一定成立的是().
 A. $a^2+a^3=a^5$
 B. $(a+b)^2=a^2+b^2$
 C. $(2ab^2)^3=6a^3b^6$
 D. $(x-a)(x-b)=x^2-(a+b)x+ab$



5. (2011·桂林)下列运算正确的是().
 A. $3x^2 - 2x^2 = x^2$ B. $(-2a)^2 = -2a^2$
 C. $(a+b)^2 = a^2 + b^2$ D. $-2(a-1) = -2a-1$
6. (2011·毕节)下列计算正确的是().
 A. $a^3 \cdot a^2 = a^6$ B. $a^5 + a^5 = a^{10}$
 C. $(-3a^3)^2 = 6a^2$ D. $(a^3)^2 \cdot a = a^7$
7. (2011·江西)下列运算正确的是().
 A. $a+b=ab$ B. $a^2 \cdot a^3 = a^5$
 C. $a^2 + 2ab - b^2 = (a-b)^2$ D. $3a-2a=1$
8. (2011·东营)下列运算正确的是().
 A. $x^3 + x^3 = 2x^6$ B. $x^8 \div x^2 = x^4$
 C. $x^m \cdot x^n = x^{mn}$ D. $(-x^5)^4 = x^{20}$
9. (2011·临沂)下列运算中正确的是().
 A. $(-ab)^2 = 2a^2b^2$ B. $(a+1)^2 = a^2 + 1$
 C. $a^6 \div a^2 = a^3$ D. $2a^3 + a^3 = 3a^3$
10. (2011·济宁)把代数式 $3x^3 - 6x^2y + 3xy^2$ 分解因式, 结果正确的是().
 A. $x(3x+y)(x-3y)$ B. $3x(x^2 - 2xy + y^2)$
 C. $x(3x-y)^2$ D. $3x(x-y)^2$
11. (2011·河北)下列运算中, 正确的是().
 A. $2x-x=1$ B. $x+x^4=x^5$
 C. $(-2x)^3 = -6x^3$ D. $x^2y \div y = x^2$
12. (2011·十堰)已知 $x-2y=-2$, 则 $3-x+2y$ 的值是().
 A. 0 B. 1 C. 3 D. 5
13. (2011·聊城)下列运算不正确的是().
 A. $a^5 + a^5 = 2a^5$ B. $(-2a^2)^3 = -2a^6$
 C. $2a^3 \cdot a^{-2} = 2a$ D. $(2a^3 - a^2) \div a^2 = 2a - 1$
14. 因式分解: $x^3 - 4xy^2 =$ _____.
15. 分解因式: $x^2 - 2x =$ _____.
16. (2011·安徽)因式分解: $a^2b + 2ab + b =$ _____.
17. (2011·成都)分解因式: $x^2 + 2x + 1 =$ _____.
18. (2011·潍坊)分解因式: $a^3 + a^2 - a - 1 =$ _____.
19. (2011·凉山州)分解因式: $-a^3 + a^2b - \frac{1}{4}ab^2 =$ _____.
20. (2011·北京)分解因式: $a^3 - 10a^2 + 25a =$ _____.
21. (2011·乐山)若 m 为正实数, 且 $m - \frac{1}{m} = 3$, 则 $m^2 - \frac{1}{m^2} =$ _____.
22. (2011·凉山州)已知 a, b 为有理数, m, n 分别表示 $5 - \sqrt{7}$ 的整数部分和小数部分, 且 $amn + bn^2 = 1$, 则 $2a + b =$ _____.
23. (2011·毕节)对于两个不相等的实数 a, b , 定义一种新的运算如下, $a * b = \frac{\sqrt{a+b}}{a-b}$ ($a+b > 0$), 如: $3 * 2 = \frac{\sqrt{3+2}}{3-2} = \sqrt{5}$, 那么 $6 * (5 * 4) =$ _____.
24. (2011·成都)设 $S_1 = 1 + \frac{1}{1^2} + \frac{1}{2^2}, S_2 = 1 + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2}, S_3 = 1 + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2}, \dots, S_n = 1 + \frac{1}{n^2} + \frac{1}{(n+1)^2}$, 设 $S = \sqrt{S_1} + \sqrt{S_2} + \dots + \sqrt{S_n}$, 则 $S =$ _____ (用含 n 的代数式表示, 其中 n 为正整数).

25. (2011·泉州)
 先化简, 再求值: $(x+1)^2 + x(1-x)$, 其中 $x = -2$.

26. (2011·凉山州)我国古代数学的许多发现都曾位居世界前列, 其中“杨辉三角”就是一例. 如图 1.2-4 所示, 这个三角形的构造法则: 两腰上的数是 1, 其余每个数均为其上方左右两数之和, 它给出了 $(a+b)^n$ (n 为正整数) 的展开式(按 a 的次数由大到小的顺序排列)的系数规律. 例如, 在三角形中第三行的三个数 1, 2, 1, 恰好对应 $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ 展开式中的系数; 第四行的四个数 1, 3, 3, 1, 恰好对应着 $(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$ 展开式中的系数等等.

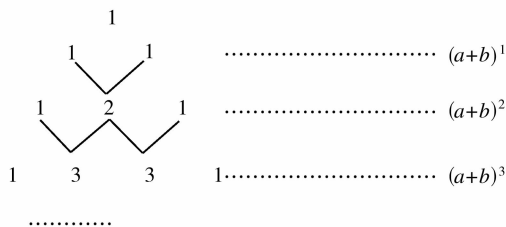


图 1.2-4

(1) 根据上面的规律, 写出 $(a+b)^5$ 的展开式.

(2) 利用上面的规律计算: $2^5 - 5 \times 2^4 + 10 \times 2^3 - 10 \times 2^2 + 5 \times 2 - 1$

27. (2011·贵阳)在三个整式 $x^2 - 1, x^2 + 2x + 1, x^2 + x$ 中, 请你从中任意选择两个, 将其中一个作为分子, 另一个作为分母组成一个分式, 并将这个分式进行化简, 再求当 $x=2$ 时分式的值.



1.3 分式



知识梳理 探究提高

1. 分式的概念和性质

(1) 整式 A 除以整式 B , 可以表示成 $\frac{A}{B}$ 形式, 如果除式 B 中含有 _____, 那么 $\frac{A}{B}$ ($B \neq 0$) 称为分式.

(2) 当 _____ 时, 分式无意义; 当 _____ 时, 分式的值为零.

(3) 分式的基本性质: 分式的分子与分母都 _____ 同一个不等于零的整式, 分式的值不变.

2. 分式的运算

(1) 分式的加减

同分母分式加减: $\frac{a}{b} \pm \frac{c}{b} = \frac{a \pm c}{b}$.

异分母分式加减: 先 _____, 变为 _____, 然后相加减.

(2) 分式的乘法: $\frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} = \frac{ad}{bc}$.

(3) 分式的除法: $\frac{a}{b} \div \frac{d}{c} = \frac{ac}{bd}$.

(4) 分式的乘方: $(\frac{a}{b})^n = \frac{a^n}{b^n}$.

3. 分式的混合运算

在分式的混合运算中, 应先 _____, 再 _____, 进行约分化简后, 最后进行 _____ 运算, 遇到有括号的, 要先算括号里的, 运算的结果必须是 _____ 或整式.



聚焦考点 真题例证

知识点一: 分式的有关概念

例 1 (1) (2011·天津) 若分式 $\frac{x^2-1}{x+1}$ 的值为 0, 则 x 的值等于 _____.

(2) (2011·眉山) 函数 $y = \frac{1}{x-2}$ 中自变量 x 的取值范围是 ().

- A. $x \neq -2$ B. $x \neq 2$ C. $x < 2$ D. $x > 2$

解析: (1) 分式 $\frac{x^2-1}{x+1}$ 的值为 0, $\therefore \begin{cases} x^2-1=0 \\ x+1 \neq 0 \end{cases}, \therefore x = 1$. (2) $\therefore y = \frac{1}{x-2}, \therefore x-2 \neq 0, \therefore x \neq 2$.

有效训练 1 若分式 $\frac{2}{x-5}$ 有意义, 则 x 的取值范围是 ().

- A. $x \neq 5$ B. $x \neq -5$ C. $x > 5$ D. $x > -5$

有效训练 2 使分式 $\frac{2x+1}{2x-1}$ 无意义的 x 的值是 ().

A. $x = -\frac{1}{2}$

B. $x = \frac{1}{2}$

C. $x \neq -\frac{1}{2}$

D. $x \neq \frac{1}{2}$

知识点二: 分式的基本性质

例 2 下列运算中, 正确的是 ().

A. $\frac{x^3}{x^6} = \frac{1}{x^2}$

B. $\frac{-2}{2x-2} = \frac{1}{1-x}$

C. $\frac{m^2-9}{3-m} = m+3$

D. $\frac{0.2a+b}{a+0.2b} = \frac{2a+b}{a+2b}$

解析: A 项, $\frac{x^3}{x^6} = \frac{x^3}{x^3 \cdot x^3} = \frac{1}{x^3}$; B 项, $\frac{-2}{2x-2} = \frac{-2}{-2(1-x)} = \frac{1}{1-x}$; C 项, $\frac{m^2-9}{3-m} = \frac{(m+3)(m-3)}{3-m} = \frac{(m+3)(m-3)}{-(m-3)} = -(m+3) = -m-3$; D 项, $\frac{0.2a+b}{a+0.2b} = \frac{(0.2a+b) \times 10}{(a+0.2b) \times 10} = \frac{2a+10b}{10a+2b} = \frac{a+5b}{5a+b}$.

有效训练 3 下列运算中, 错误的是 ().

A. $\frac{a}{b} = \frac{ac}{bc}$ ($c \neq 0$)

B. $\frac{-a-b}{a+b} = -1$

C. $\frac{0.5a+b}{0.2a-0.3b} = \frac{5a+10b}{2a-3b}$

D. $\frac{x-y}{x+y} = \frac{y-x}{y+x}$

知识点三: 分式通分、约分

例 3 先化简, 再求值:

(1) (2011·安徽) $\frac{1}{x-1} - \frac{2}{x^2-1}$, 其中 $x = -2$.

(2) 化简: $\frac{x^2-2xy+y^2-1}{x-y-1} = \frac{\quad}{\quad}$.

解析: (1) 原式 $= \frac{1}{x-1} - \frac{2}{(x+1)(x-1)} = \frac{x+1}{(x-1)(x+1)} - \frac{2}{(x+1)(x-1)} = \frac{(x+1)-2}{(x-1)(x+1)} = \frac{x-1}{(x-1)(x+1)} = \frac{1}{x+1}$, 当 $x = -2$ 时, 原式 $= \frac{1}{-2+1} = -1$. (2) 原式 $= \frac{(x-y)^2-1}{x-y-1} = \frac{(x-y+1)(x-y-1)}{x-y-1} = x-y+1$.

有效训练 4 (2011·泉州) 计算: $\frac{a-1}{a} + \frac{1}{a} = \frac{\quad}{\quad}$.

有效训练 5 化简: $\frac{a-b}{a} \div (a - \frac{2ab-b^2}{a})$ ($a \neq b$).



► 知识点四：分式的综合计算

例 4 (2011 · 重庆) 先化简, 再求值:

$$\left(\frac{x-1}{x} - \frac{x-2}{x+1}\right) \div \frac{2x^2-x}{x^2+2x+1}, \text{ 其中 } x \text{ 满足 } x^2-x-1=0.$$

解析: 原式 = $\left[\frac{(x-1)(x+1)}{x(x+1)} - \frac{x(x-2)}{x(x+1)}\right] \div \frac{x(2x-1)}{(x+1)^2} = \frac{(x^2-1) - (x^2-2x)}{x(x+1)} \cdot \frac{(x+1)^2}{x(2x-1)}$
 $= \frac{2x-1}{x(x+1)} \cdot \frac{(x+1)^2}{x(2x-1)} = \frac{x+1}{x^2}$
 $\because x^2-x-1=0, \therefore x^2=x+1. \therefore \text{原式} = \frac{x+1}{x+1} = 1.$

有效训练 6 (2011 · 綦江) 先化简, 再求值: $\frac{(1+x)^2}{1-x^2}$

$$\div \left(\frac{2x}{1-x} - x\right), \text{ 其中 } x = \sqrt{2}.$$

有效训练 7 (2011 · 遵义) 先化简, 再求值: $\frac{x-y}{x} \div$

$$\left(x - \frac{2xy-y^2}{x}\right), \text{ 其中 } x=2, y=-1.$$



真题演练 课内达标

- 计算 $\frac{1}{x} - \frac{1}{x-y}$ 的结果是 ().
 A. $-\frac{y}{x(x-y)}$ B. $\frac{2x+y}{x(x-y)}$
 C. $\frac{2x-y}{x(x-y)}$ D. $\frac{y}{x(x-y)}$
- (2011 · 临沂) 化简 $\left(x - \frac{2x-1}{x}\right) \div \left(1 - \frac{1}{x}\right)$ 的结果是 ().
 A. $\frac{1}{x}$ B. $x-1$ C. $\frac{x-1}{x}$ D. $\frac{x}{x-1}$
- 当 $x = \underline{\hspace{2cm}}$ 时, $\frac{1}{x-2} = 1$.
- (2011 · 北京) 若分式 $\frac{x-8}{x}$ 的值为 0, 则 x 的值等于 $\underline{\hspace{2cm}}$.
- (2011 · 佛山) 化简: $\frac{x^2+4}{x-2} + \frac{4x}{2-x}$

6. (2011 · 成都) 先化简, 再求值: $\left(\frac{3x}{x+1} - \frac{x}{x-1}\right) \div \frac{x-2}{x^2-1}$, 其中 $x = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

7. (2011 · 宜昌) 先将代数式 $(x^2+x) \times \frac{1}{x+1}$ 化简, 再从 $-1, 1$ 两数中选取一个适当的数作为 x 的值代入求值.

8. 先化简, 再求值: $\left(\frac{a^2+1}{a} - 2\right) \div \frac{(a+2)(a-1)}{a^2+2a}$, 其中 $a^2 - 4 = 0$.



高效训练 综合测评

- (2011 · 眉山) 化简: $\left(-\frac{n}{m}\right) \div \frac{n}{m^2-m}$ 的结果是 ().
 A. $-m-1$ B. $-m+1$
 C. $-mn+m$ D. $-mn-n$
- (2011 · 苏州) 已知 $\frac{1}{a} - \frac{1}{b} = \frac{1}{2}$, 则 $\frac{ab}{a-b}$ 的值是 ().
 A. $\frac{1}{2}$ B. $-\frac{1}{2}$ C. 2 D. -2
- (2011 · 大连) 化简: $\frac{a^2-1}{a} \div \left(1 + \frac{1}{a}\right) = \underline{\hspace{2cm}}$.
- (2011 · 德州) 当 $x = \sqrt{2}$ 时, $\frac{x^2-1}{x^2-x} - 1 = \underline{\hspace{2cm}}$.
- (2011 · 聊城) $\frac{a^2-b^2}{a^2+2ab+b^2} \div \frac{2a-2b}{a+b} = \underline{\hspace{2cm}}$.
- (2011 · 福州) 化简 $\left(1 - \frac{1}{m+1}\right)(m+1)$ 的结果是 $\underline{\hspace{2cm}}$.
- (2011 · 湛江) 已知 $2 + \frac{2}{3} = 2^2 \times \frac{2}{3}, 3 + \frac{3}{8} = 3^2 \times \frac{3}{8}, 4 + \frac{4}{15} = 4^2 \times \frac{4}{15}, \dots$, 若 $8 + \frac{a}{b} = 8^2 \times \frac{a}{b}$ (a, b 为正整数), 则 $a+b = \underline{\hspace{2cm}}$.
- (2011 · 呼和浩特) 若 $x^2 - 3x + 1 = 0$, 则 $\frac{x^2}{x^4+x^2+1}$ 的值为 $\underline{\hspace{2cm}}$.
- (2011 · 南京) 设函数 $y = \frac{2}{x}$ 与 $y = x-1$ 的图象的交点坐标为 (a, b) , 则 $\frac{1}{a} - \frac{1}{b}$ 的值为 $\underline{\hspace{2cm}}$.
- 先化简, 再求值: $\frac{3}{x-3} - \frac{18}{x^2-9}$, 其中 $x = \sqrt{10} - 3$.



11. (2011·达州)先化简,再求值: $\frac{a^2-4}{a^2+6a+9} \div \frac{a-2}{2a+6}$,其中 $a=5$.

12. (2011·潼南)先化简,再求值: $(1-\frac{1}{a+1}) \cdot \frac{a^2+2a+1}{a}$,其中 $a=\sqrt{2}-1$.

13. (2011·铜仁)先化简,再求值: $\frac{y(x-y)-x(x+y)}{x^2-y^2} \div \frac{x^2+y^2}{x+y}$,其中 $x=2, y=-1$.

14. (2011·烟台)先化简,再求值: $\frac{x-y}{x-2y} \div \frac{x^2-y^2}{x^2-4xy+4y^2}$,其中 $x=1+\sqrt{2}, y=1-\sqrt{2}$.

15. (2011·东营)先化简,再求值: $(1-\frac{1}{x}) \div \frac{x^2-2x+1}{x^2-1}$,其中 $x=\sqrt{2}$.

16. (2011·江西)先化简,再求值: $(\frac{2a}{a-1} + \frac{a}{1-a}) \div a$,其中 $a=\sqrt{2}+1$.

17. (2011·苏州)先化简,再求值: $(a-1+\frac{2}{a+1}) \div (a^2+1)$,其中 $a=\sqrt{2}-1$.

18. (2011·南京)计算: $(\frac{a}{a^2-b^2} - \frac{1}{a+b}) \div \frac{b}{b-a}$.

19. (2011·河南)先化简 $(1-\frac{1}{x-1}) \div \frac{x^2-4x+4}{x^2-1}$,然后从 $-2 \leq x \leq 2$ 的范围内选取一个合适的整数作为 x 的值代入求值.

20. (2011·枣庄)先化简,再求值: $(1+\frac{1}{x-2}) \div \frac{x^2-2x+1}{x^2-4}$,其中 $x=-5$.

21. (2011·黄石)先化简,再求值: $(\frac{x^2y-4y^3}{x^2+4xy+4y^2}) \cdot (\frac{4xy}{x-2y} + x)$,其中 $x=\sqrt{2}-1, y=\sqrt{2}+1$.

22. 观察下面的变形规律:

$$\frac{1}{1 \times 2} = 1 - \frac{1}{2}; \frac{1}{2 \times 3} = \frac{1}{2} - \frac{1}{3}; \frac{1}{3 \times 4} = \frac{1}{3} - \frac{1}{4}; \dots$$

解答下面的问题:

(1)若 n 为正整数,请你猜想 $\frac{1}{n(n+1)} =$ _____;

(2)证明你猜想的结论:

(3)求和: $\frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \dots + \frac{1}{2009 \times 2010}$.



第二章 方程(组)与不等式(组)

2.1 方程与方程组



知识梳理 探究提高

(一) 基本概念

1. 方程: 含有_____的等式叫做方程.
2. 一元一次方程: 只含_____未知数, 且未知数的次数是_____, 这样的_____方程叫做一元一次方程.
3. 只含_____未知数, 并且未知数的最高次数是_____的整式方程叫一元二次方程.
4. _____中含有未知数的方程叫分式方程.
5. 含有_____未知数, 并且_____的次数都是_____, 这样的整式方程叫二元一次方程.

(二) 方程(组)的解法

1. 解一元一次方程的一般步骤: 去_____, 去_____, 移项, _____.
2. 解分式方程的基本思想和一般步骤
 - (1) 解分式方程的基本思想是_____, 将分式方程转化为_____.
 - (2) 解分式方程的一般步骤:
 - ①_____, 把分式方程化为_____;
 - ②解这个整式方程, 求出_____的值;
 - ③检验: 把解得的整式方程的根直接代入_____, 如果最简公分母_____, 则它不是原方程的根, 而是增根, 必须舍去, 如果最简公分母_____, 则它是原分式方程的根.
 3. 将二元一次方程组通过_____或_____, 转化为一元一次方程, 即可求得方程组的解.
 4. 一元二次方程的常见解法有: ①_____; ②配方法; ③_____; ④_____.
 5. 一元二次方程的求根公式是_____.
6. 用换元法解分式方程的一般步骤:
 - (1) 设辅助未知数, 并用含辅助未知数的代数式去表示方程中另外的代数式;
 - (2) 解所得到的关于辅助未知数的新方程, 求出辅助未知数的值;
 - (3) 把辅助未知数的值代入原式中, 求出原未知数的值;
 - (4) 检验作答.

(三) 方程(组)的解

1. 方程的解: 使方程左右两边相等的_____叫做方程的解.
2. 方程 $ax=b$ 的解.
 - ①当 $a \neq 0$ 时, 方程的解为 $x = \underline{\hspace{2cm}}$.
 - ②当 $a=0, b \neq 0$ 时, 方程_____.
 - ③当 $a=0, b=0$ 时, 方程的解是_____.
3. 一般地, 二元一次方程有_____个解. 二元一次方程组的解是组成方程组的每个二元一次方程的_____解.
4. 由根或增根确定方程中的未知系数. 把根代入方程

中, 方程就变成了关于未知系数的方程, 解方程可得未知系数, 当根是分式方程的增根时, ①首先要将原分式方程化为_____方程, ②将增根代入变形后的整式方程, 求出未知系数.

5. 一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$, $\Delta = \underline{\hspace{2cm}}$, $\Delta > 0$, 方程_____; $\Delta = 0$, 方程_____; $\Delta < 0$, 方程_____, $\Delta \geq 0$, 方程_____.

6. 一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$, x_1, x_2 是方程两实根, 则 $x_1 + x_2 = \underline{\hspace{2cm}}$, $x_1 \cdot x_2 = \underline{\hspace{2cm}}$.

(四) 应用问题中常用的数量关系及题型

1. 数字问题. (包括日历中的数字规律)

①设个位数字为 c , 十位数字为 b , 百位数字为 a , 则这个三位数是_____.

②日历中前后两日差_____, 上下两日差_____.

2. 体积变化问题.

3. 打折销售问题.

①利润 = _____ - 成本;

②利润率 = $\frac{\text{利润}}{\text{成本}} \times 100\%$.

4. 行程问题.

5. 教育储蓄问题.

①利息 = _____;

②本息和 = _____ = 本金 $\times (1 + \text{利率} \times \text{期数})$;

③利息税 = _____;

④贷款利息 = 贷款数额 \times 利率 \times 期数.



聚焦考点 真题例证

知识点一: 方程(组)解的意义

例 1 (1) (2011 · 达州) 已知关于 x 的方程 $x^2 - mx + n = 0$ 的两个根是 0 和 -3, 则 $m = \underline{\hspace{2cm}}$, $n = \underline{\hspace{2cm}}$.

(2) (2011 · 河北) 已知 $\begin{cases} x=2, \\ y=\sqrt{3} \end{cases}$ 是关于 x, y 的二元一次方程 $\sqrt{3}x = y + a$ 的解. 求 $(a+1)(a-1) + 7$ 的值.

解析: (1) 把 $x_1=0, x_2=-3$ 分别代入 $x^2 - mx + n = 0$, 得 $\begin{cases} n=0 \\ 9+3m+n=0 \end{cases}$, $\therefore m=-3, n=0$.
(2) 将 $x=2, y=\sqrt{3}$ 代入 $\sqrt{3}x = y + a$ 中, 得 $a = \sqrt{3}$, $\therefore (a+1)(a-1) + 7 = a^2 - 1 + 7 = a^2 + 6 = (\sqrt{3})^2 + 6 = 9$.

有效训练 1 (2011 · 江西) 已知 $x=1$ 是方程 $x^2 + bx - 2 = 0$ 的一个根, 则方程的另一个根是().

A. 1 B. 2 C. -2 D. -1

有效训练 2 (2011 · 滨州) 若 $x=2$ 是关于 x 的方程



第一题案·初中总复习

$x^2 - x - a^2 + 5 = 0$ 的一个根, 则 a 的值为_____.

有效训练 3 (2011·枣庄) 已知 $\begin{cases} x=2, \\ y=1 \end{cases}$ 是二元一次

方程组 $\begin{cases} ax+by=7, \\ ax-by=1 \end{cases}$ 的解, 则 $a-b$ 的值为().

- A. -1 B. 1 C. 2 D. 3

知识点二: 方程(组)的解法

例 2 解方程:

(1) (2011·遵义) 方程 $3x-1=x$ 的解为_____.

(2) (2011·黄冈) 解方程: $\frac{2}{x} + \frac{x}{x+3} = 1$

(3) (2011·广东) 解方程组: $\begin{cases} x-2y=0 \\ x^2+3y-3y^2=4 \end{cases}$

(4) (2011·无锡) 解方程: $x^2+4x-2=0$

解析: (1) $3x-1=x, 3x-x=1, 2x=1, x=\frac{1}{2}$.

(2) 两边同乘以 $x(x+3)$ 得 $2(x+3)+x^2=x(x+3)$, $2x-3x=-6, -x=-6, x=6$, 检验: $x=6$ 是方程的解. \therefore 原方程的解为 $x=6$.

(3) $\begin{cases} x-2y=0 & \text{①} \\ x^2+3y-3y^2=4 & \text{②} \end{cases}$ 由①得: $x=2y$ ③, 将③代入②, 化简整理, 得: $y^2+3y-4=0$, 解得: $y=1$ 或 $y=-3$, 将 $y=1$ 或 $y=-3$ 代入①, 得: $\begin{cases} x=2 \\ y=1 \end{cases}$ 或

$\begin{cases} x=-6 \\ y=-3 \end{cases}$.

(4) $\because \Delta = 4^2 - 4 \times (-2) = 16 + 8 = 24 > 0, \therefore x = \frac{-4 \pm \sqrt{24}}{2} = \frac{-4 \pm 2\sqrt{6}}{2}, \therefore x_1 = -2 + \sqrt{6}, x_2 = -2 - \sqrt{6}$.

有效训练 4 (2011·哈尔滨) 方程 $\frac{2}{x-3} = \frac{3}{x}$ 的解是_____.

有效训练 5 (2011·武汉) 解方程: $x^2+3x+1=0$.

有效训练 6 (2011·桂林) 解二元一次方程组:

$$\begin{cases} x=3y-5 \\ 3y=8-2x \end{cases}$$

知识点三: 一元二次方程根与系数关系及根的判别式

例 3 (1) (2011·潍坊) 关于 x 的方程 $x^2+2kx+k-1=0$ 的根的情况描述正确的是().

- A. k 为任何实数, 方程都没有实数根
B. k 为任何实数, 方程都有两个不相等的实数根
C. k 为任何实数, 方程都有两个相等的实数根
D. 根据 k 的取值不同, 方程根的情况分为没有实数根、有两个不相等的实数根和有两个相等的实数根三种

(2) (2011·德州) 若 x_1, x_2 是方程 $x^2+x-1=0$ 的两个根, 则 $x_1^2+x_2^2=_____$.

(3) (2011·广东) 已知一元二次方程 $x^2-2x+m=0$.

①若方程有两个实数根, 求 m 的范围;

②若方程的两个实数根为 x_1, x_2 , 且 $x_1+3x_2=3$, 求 m 的值.

解析: \because 关于 x 方程 $x^2+2kx+k-1=0, \Delta = (2k)^2 - 4(k-1) = 4k^2 - 4k + 4 = 4k^2 - 4k + 1 + 3 = (2k-1)^2 + 3 > 0, \therefore$ 方程 $x^2+2kx+k-1=0$ 有两个不相等的实数根, \therefore 选 B.

(2) $\because x_1, x_2$ 是方程 $x^2+x-1=0$ 的根, $\therefore x_1+x_2=-1, x_1 \cdot x_2=-1, \therefore x_1^2+x_2^2 = (x_1+x_2)^2 - 2x_1x_2 = (-1)^2 - 2 \times (-1) = 1 + 2 = 3$.

(3) ① \because 方程有两个实数根, $\therefore \Delta = (-2)^2 - 4m \geq 0$, 即 $-4m \geq -4, \therefore m \leq 1, \therefore m \leq 1$ 时, 方程有两个实数根.

② \because 方程两根为 $x_1, x_2, \therefore x_1+x_2=2, x_1 \cdot x_2=m$,

又 $\because x_1+3x_2=3, \therefore$ 有 $\begin{cases} x_1+x_2=2 \\ x_1+3x_2=3 \end{cases}, \therefore x_1=\frac{1}{2}, x_2=\frac{3}{2}$,

$\therefore m = x_1 \cdot x_2 = \frac{1}{2} \times \frac{3}{2} = \frac{3}{4}$.

有效训练 7 (2011·上海) 如果关于 x 的方程 $x^2-2x+m=0$ (m 为常数) 有两个相等实数根, 那么 $m=_____$.

有效训练 8 (2011·苏州) 已知 a, b 是一元二次方程 $x^2-2x-1=0$ 的两个实数根, 则代数式 $(a-b)(a+b-2)+ab$ 的值等于_____.

有效训练 9 (2011·宜宾) 已知一元二次方程 $x^2-6x-5=0$ 的两根为 a, b , 则 $\frac{1}{a} + \frac{1}{b}$ 的值是_____.

知识点四: 列方程(组)解应用题

例 4 (1) (2011·宜宾) 某县为鼓励失地农民自主创业, 在 2010 年对 60 位自主创业的失地农民进行了奖励, 共计奖励了 10 万元, 奖励标准是: 失地农民自主创业连续经营一年以上的给予 1000 元奖励; 自主创业且解决 5 人以上失业人员稳定就业一年以上的, 再给予 2000 元奖励. 问: 该县失地农民中自主创业连续经营一年以上的和自主创业且解决 5 人以上失业人员稳定就业一年以上的农民分别有多少人?

(2) (2011·北京) 京通公交快速通道开通后, 为响应市政府“绿色出行”的号召, 家住通州新城的小王上班由自驾车改为乘坐公交车. 已知小王家距上班地点 18 千米, 他用乘公交车的方式平均每小时行驶的路程比他用自驾车的方式平均每小时行驶的路程的 2 倍还多 9 千米, 他从家出发到达上班地点, 乘公交车方式所用时间是自驾车方式所用时间的 $\frac{3}{7}$. 小王用自驾车方式上班平均每小时行驶多少千米?

(3) (2011·桂林) 桂林某市为争创全国文明卫生城, 2008 年市政府对市区绿化工程投入的资金是 2000 万元, 2010 年投入的资金是 2420 万元, 且从 2008 年到 2010 年, 两年间每年投入资金的年平均增长率相同.



- ①求该市对市区绿化工程投入资金的年平均增长率;
②若投入资金的年平均增长率不变,那么该市在 2012 年需投入多少万元?

解析: (1)方法一:设失地农民中自主创业连续经营一年以上的有 x 人,则根据题意列出方程

$$1000x + (60 - x)(1000 + 2000) = 100000$$

解得: $x = 40$

$$\therefore 60 - x = 60 - 40 = 20$$

方法二:设失地农民中自主创业连续经营一年以上的和自主创业且解决 5 人以上失业人员稳定就业一年以上的农民分别有 x, y 人,根据题意列出方程组:

$$\begin{cases} x + y = 60 \\ 1000x + (1000 + 2000)y = 100000 \end{cases}$$

解之得: $\begin{cases} x = 40 \\ y = 20 \end{cases}$

答:失地农民中自主创业连续经营一年以上的有 40 人,自主创业且解决 5 人以上失业人员稳定就业一年以上的农民有 20 人.

(2)设小王自驾车方式上班平均每小时行驶 x 千米.

依题意,得 $\frac{18}{2x+9} = \frac{3}{7} \times \frac{18}{x}$.

解得: $x = 27$.

经检验, $x = 27$ 是原方程的解,且符合题意.

答:小王用自驾车方式上班平均每小时行驶 27 千米.

(3)①设该市对市区绿化工程投入资金的年平均增长率为 x .

根据题意得, $2000(1+x)^2 = 2420$

得 $x_1 = 10\%, x_2 = -2.1$ (舍去)

答:该市对市区绿化工程投入资金的年平均增长率为 10%.

②2012 年需投入资金: $2420 \times (1+10\%)^2 = 2928.2$ (万元)

答:2012 年需投入资金 2928.2 万元.

有效训练 10 (2011·安徽)江南生态食品加工厂收购了一批质量 10000 千克的某种山货,根据市场需求对其进行粗加工和精加工处理,已知精加工的该山货质量比粗加工的质量 3 倍还多 2000 千克,求粗加工的该种山货质量.

有效训练 11 (2011·日照)某道路一侧原有路灯 106 盏,相邻两灯的距离为 36 米,现计划全部更换为新型节能灯,且相邻两盏灯的距离变为 70 米,则需更换的新型节能灯有().

- A. 54 盏 B. 55 盏 C. 56 盏 D. 57 盏

有效训练 12 (2011·毕节)广州亚运会期间,某纪念品原价 160 元,连续两次降价 $a\%$ 后售价为 128 元,下列所列方程正确的是().

- A. $160(1+a\%)^2 = 128$
B. $160(1-a\%)^2 = 128$
C. $160(1-2a\%) = 128$
D. $160(1-a\%) = 128$



真题演练 课内达标

1. (2011·兰州)下列方程中是关于 x 的一元二次方程的是().

A. $x^2 + \frac{1}{x^2} = 0$ B. $ax^2 + bx + c = 0$

C. $(x-1)(x+2) = 1$ D. $3x^2 - 2xy - 5y^2 = 0$

2. (2011·凉山州)下列方程组中是二元一次方程组的是().

A. $\begin{cases} xy = 1 \\ x + y = 2 \end{cases}$ B. $\begin{cases} 5x - 2y = 3 \\ \frac{1}{x} + y = 3 \end{cases}$

C. $\begin{cases} 2x + z = 0 \\ 3x - y = \frac{1}{5} \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = 5 \\ \frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 7 \end{cases}$

3. (2011·兰州)用配方法解方程 $x^2 - 2x - 5 = 0$ 时,原方程应变形为().

A. $(x+1)^2 = 6$ B. $(x+2)^2 = 9$

C. $(x-1)^2 = 6$ D. $(x-2)^2 = 9$

4. (2011·东营)方程组 $\begin{cases} x + y = 3 \\ x - y = -1 \end{cases}$ 的解是().

A. $\begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = 1 \\ y = -2 \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = 0 \\ y = -1 \end{cases}$

5. (2011·哈尔滨)若 $x = 2$ 是关于 x 的一元二次方程 $x^2 - mx + 8 = 0$ 的一个解,则 m 的值是().

- A. 6 B. 5 C. 2 D. -6

6. (2011·芜湖)方程组 $\begin{cases} 2x + 3y = 7 \\ x - 3y = 8 \end{cases}$ 的解是_____.

7. (2011·临沂)方程 $\frac{x}{x-3} - \frac{1}{2x-6} = \frac{1}{2}$ 的解是_____.

8. (2011·宜宾)某城市居民最低生活保障在 2009 年是 240 元,经过连续两年的增加,到 2011 年提高到 345.6 元,则该城市两年来最低生活保障的平均年增长率是_____.

9. 解方程(组):

(1)(2011·宜昌)解方程组 $\begin{cases} x - y = 1 \\ 2x + y = 2 \end{cases}$

(2)(2011·眉山)解方程组 $\begin{cases} 2x + y = 1 \\ x - y = 2 \end{cases}$

(3)(2011·绵阳)解方程 $\frac{2x}{2x-5} - \frac{2}{2x+5} = 1$.