YAZHOU TI XIANGJIE XIANGXI

压轴题 YAZHOU TI

多维选题

最新题 经典题 模拟题

压轴题详解详析及应试方略

陈健 程曙红 贾浦东 主编

高考

数学

物理

化学

专题引领

击考点 详解题 明方向

天津出版传媒集团

天津教育出版社

TIANJIN EDUCATION PRESS

YAZHOU TI XIANGJIE XIANG

压轴题
YAZHOU TI

多维选题

最新题 经典题 模拟题

压轴题详解详析及应试方略

陈健 程曙红 贾浦东 主编

高考

专题引领

击考点 详解题 明方向

数学

物理

化学

天津出版传媒集团

天津教育出版社
TIANJIN EDUCATION PRESS

图书在版编目(CIP)数据

压轴题详解详析及应试方略. 高考数学·物理·化学 / 陈健，程曙红，贾浦东主编. —天津：天津教育出版社，2017.2

ISBN 978-7-5309-8017-0

Ⅰ.①压… Ⅱ.①陈…②程…③贾… Ⅲ.①中学数学课—高中—题解—升学参数资料②中学物理课—高中—题解—升学参考资料③中学化学课—高中—题解—升学参考资料 Ⅳ.①G634.75

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2017)第 031472 号

压轴题详解详析及应试方略　高考　数学·物理·化学

YAZHOU TI XIANGJIE XIANGXI JI YINGSHI FANGLÜE GAOKAO SHUXUE WULI HUAXUE

出版人	刘志刚
作者	陈　健　程曙红　贾浦东
选题策划	吕　燚
责任编辑	吕　燚　尹福友　颜　歌
装帧设计	王　楠
出版发行	天津出版传媒集团 天津教育出版社 天津市和平区西康路35号 邮政编码 300051 http://www.tjeph.com.cn
印刷	高教社(天津)印务有限公司
版次	2017 年 2 月第 1 版
印次	2017 年 2 月第 1 次印刷
规格	16 开(787×1092 毫米)
字数	300 千字
印张	15
定价	42.00 元

前言

“压轴题”是具备一定难度、体现一定思想方法的题目，这类题目往往被称为试卷中的“点睛之题”，一套试卷往往会因为有了这些“点睛题”而熠熠生辉。“压轴题”形式多样且内涵深远，在考试中发挥着重要的调节作用。

在考试中选择题、填空题这类小题的最后安排一两道“压轴题”可体现试卷的层次，代表着一个地区试题的质量，体现着命题人对学科问题的高深理解，标志着一个地区命题的水平。整体试卷最后的“压轴大题”则一般分数多、难度大，考查综合能力，在考试中能够拉开学生的成绩，也是很多学生和老师的重点钻研项目。因此，“压轴题”可谓整个试卷的精华部分，是区分学生能力水平的重中之重。

本书为了方便学生使用，将数学、物理、化学三科的压轴题按考试类型进行汇总。每一科目中都分为“热点例题引领”和“真题模拟训练”两部分。在“热点例题引领”中，编者根据多年的教学经验，有针对性地精选出近几年高考中创意新颖、贴近生活、内容丰富的热点考题，在思路、技巧、策略上进行了归纳、总结，帮助学生透彻理解知识，找到敏捷的解题思路和简捷的解题方法。“真题模拟训练”可以让学生有针对性地进行练习。

在编写过程中，编者们反复推敲，竭尽心力，在此感谢参加本书编写的臧毅、赵龙柱老师。由于时间、水平有限，书中难免有疏漏或不足之处，欢迎广大师生提出宝贵意见，以便做进一步修订。

目录

高考·数学

高考·物理

高考·化学

压轴题详解详析及应试方略

高考·数学

第一部分
热点例题引领

【选择题】

例 1.(湖北)已知函数 $f(x)$ 是定义在 $\mathbf{R}$ 上的奇函数,当 $x\geqslant 0$ 时,$f(x)=\frac{1}{2}(|x-a^2|+|x-2a^2|-3a^2)$. 若 $\forall x\in\mathbf{R}$, $f(x-1)\leqslant f(x)$,则实数 a 的取值范围为(　　).

A. $\left[-\frac{1}{6},\frac{1}{6}\right]$　B. $\left[-\frac{\sqrt{6}}{6},\frac{\sqrt{6}}{6}\right]$　C. $\left[-\frac{1}{3},\frac{1}{3}\right]$　D. $\left[-\frac{\sqrt{3}}{3},\frac{\sqrt{3}}{3}\right]$

击中考点　①奇函数性质;②分段函数解析式;③不等式恒成立;④函数图象的平移;⑤解一元二次不等式.

解题方向　由分段函数解析式,可得 $x\geqslant 0$ 时函数 $f(x)$ 的图象,再由奇函数性质可得函数 $f(x)$ 在 $\mathbf{R}$ 上的图象,又函数 $f(x-1)$ 的图象为函数 $f(x)$ 的图象向右平移而得,进而利用函数值比大小即可解决不等式恒成立问题.

详解真题　因为当 $x\geqslant 0$ 时,$f(x)=\frac{1}{2}(|x-a^2|+|x-2a^2|-3a^2)$,

所以当 $0\leqslant x\leqslant a^2$ 时,$f(x)=\frac{1}{2}(a^2-x+2a^2-x-3a^2)=-x$;

当 $a^2<x<2a^2$ 时,

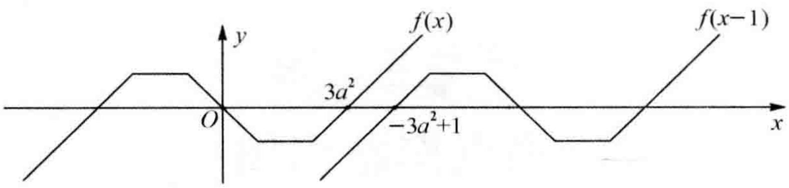
$f(x)=\frac{1}{2}(x-a^2+2a^2-x-3a^2)=-a^2$;

当 $x\geqslant 2a^2$ 时,

$f(x)=\frac{1}{2}(x-a^2+x-2a^2-3a^2)=x-3a^2$.

综上所述,$f(x)=\begin{cases}-x, 0\leqslant x\leqslant a^2,\\ -a^2, a^2<x<2a^2,\\ x-3a^2, x\geqslant 2a^2.\end{cases}$

因此,根据奇函数的图象关于原点对称作出函数 $f(x)$ 在 $\mathbf{R}$ 上的大致图象,又因为 $\forall x\in\mathbf{R}$, $f(x-1)\leqslant f(x)$,所以函数 $f(x-1)$ 的图象恒在函数 $f(x)$ 的图象下方,即将函数 $f(x)$ 向右平移一个单位后所得函数 $f(x-1)$ 的图象恒在函数 $f(x)$ 的图象下方,如图:



(例1图)

观察图象可知,要使 $\forall x\in\mathbf{R}$, $f(x-1)\leqslant f(x)$,则需满足 $3a^2\leqslant -3a^2+1$,解得 $-\frac{\sqrt{6}}{6}\leqslant a\leqslant\frac{\sqrt{6}}{6}$. 故选 B.

★ 应试方略 ★

含绝对值的函数综合问题中,由于包含多种函数类型,涉及多个函数性质,链接多方函数问题,因此是近年高考中的热点. 解决此类问题需要突破三个关键点,第一个关键点是能够将绝对值去掉,转化为不含绝对值的函数解析式;第二个关键点是能够将不等式恒成立等问题转化为函数问题;第三个关键点是能够利用函数图象解释函数问题. 在此基础上再进行计算,则可以起到事半功倍的效果. 此类问题的解决,主要运用分类讨论、数形结合等数学思想与方法. 在数量关系上,考虑含绝对值函数类型多为以一次函数或二次函数为主体,当涉及一次函数问题时,由于其图象为直线,因此点在直线上、两直线平行或相交等位置关系对应的数量关系是计算的重点;而当涉及二次函数时,则以一元二次不等式的解为计算的重点.

例 2.(天津)已知函数 $f(x)=\begin{cases}2-|x|, x\leqslant 2,\\(x-2)^2, x>2,\end{cases}$ 函数 $g(x)=b-f(2-x)$,其中 $b\in\mathbf{R}$,若函数 $y=f(x)-g(x)$ 恰有 4 个零点,则 b 的取值范围是(　　).

A. $\left(\frac{7}{4},+\infty\right)$　　B. $\left(-\infty,\frac{7}{4}\right)$　　C. $\left(0,\frac{7}{4}\right)$　　D. $\left(\frac{7}{4},2\right)$

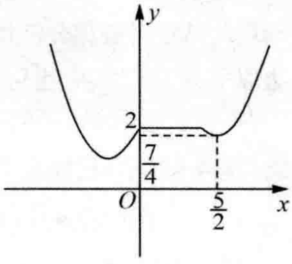
击中考点　①函数解析式;②函数零点;③分类讨论;④数形结合思想;⑤作函数图象.

解题方向　先根据函数 $f(x)$ 的解析式,求出函数 $g(x)$ 的解析式,进而确定函数 $y=f(x)-g(x)$ 的解析式,再根据函数 $y=f(x)-g(x)$ 的零点即为方程 $f(x)+f(2-x)=b$ 的根,作出函数 $y=b$ 与函数 $y=f(x)+f(2-x)$ 的图象,当两个函数图象有 4 个交点时,即可求得 b 的取值范围.

详解真题 由 $f(x)=\begin{cases}2-|x|,x\leqslant 2,\\(x-2)^2,x>2,\end{cases}$ 得 $f(2-x)=\begin{cases}2-|2-x|,x\geqslant 0,\\x^2,x<0,\end{cases}$

所以 $f(x)+f(2-x)=\begin{cases}2-|x|+x^2,x<0,\\4-|x|-|2-x|,0\leqslant x\leqslant 2,\\2-|2-x|+(x-2)^2,x>2,\end{cases}$

即 $f(x)+f(2-x)=\begin{cases}x^2+x+2,x<0,\\2,0\leqslant x\leqslant 2,\\x^2-5x+8,x>2.\end{cases}$



(例2图)

$y=f(x)-g(x)=f(x)+f(2-x)-b$，所以 $y=f(x)-g(x)$ 恰有4个零点等价于方程 $f(x)+f(2-x)-b=0$ 有4个不同的解，即函数 $y=b$ 与函数 $y=f(x)+f(2-x)$ 的图象有4个公共点，由图象可知 $\frac{7}{4}<b<2$. 故选 D.

★ 应试方略 ★

解决此类问题，一是利用分类讨论思想求出分段函数的解析式，二是利用函数与方程思想及数形结合思想将问题转化. 求分段函数解析式时，不仅要考虑选用不同的解析式，还要考虑自变量的取值范围的变化，这是在求解析式时的易错点. 将函数零点问题通过函数转化为方程，再从方程转化为函数，进而把复杂问题通过一系列的转化，化归为常见的函数问题，并借助函数图象简化问题解答过程，这是解决函数零点问题的有效突破点，也是难点.

例 3.（新课标Ⅱ卷）设函数 $f(x)=\ln(1+|x|)-\frac{1}{1+x^2}$，则使得 $f(x)>f(2x-1)$ 成立的 x 的取值范围是（　　）.

A. $\left(\frac{1}{3},1\right)$　　B. $\left(-\infty,\frac{1}{3}\right)\cup(1,+\infty)$

C. $\left(-\frac{1}{3},\frac{1}{3}\right)$　　D. $\left(-\infty,-\frac{1}{3}\right)\cup\left(\frac{1}{3},+\infty\right)$

击中考点 ①函数奇偶性；②函数单调性；③解不等式.

解题方向 由于函数较为复杂，所以根据不等式 $f(x)>f(2x-1)$ 求 x 的取值范围，必须要知道函数 $f(x)$ 的性质. 利用函数中 $|x|$ 与 x^2 均具有偶函数的特性，可以推得函数 $f(x)$ 为偶函数，又当 $x>0$ 时，根据复合函数判断单调性的方法，易得函数 $f(x)$ 为增函数，进而利用函数性质可得关于 x 的不等式，通过解不等式得 x 的取值范围.

详解真题 由 $f(x)=\ln(1+|x|)-\frac{1}{1+x^2}$ 可知 $f(x)=f(|x|)$，易得 $f(-x)=f(x)$，所

以函数 $f(x)$ 是偶函数，且在 $[0,+\infty)$ 上是增函数，所以 $f(x)>f(2x-1)\Leftrightarrow f(|x|)>f(|2x-1|)\Leftrightarrow|x|>|2x-1|\Leftrightarrow\frac{1}{3}<x<1$. 故选 A.

★ 应试方略 ★

本题解法中用到了偶函数的一个性质，即 $f(x)=f(|x|)$，函数 $f(|x|)$ 必为偶函数，巧妙利用此结论可避免分类讨论；另外关于绝对值不等式 $|x|>|2x-1|$ 的解法，通过对不等式两边取平方去绝对值，也可有效避免分类讨论.

例 4.（辽宁）已知定义在 $[0,1]$ 上的函数 $f(x)$ 满足：

① $f(0)=f(1)=0$；

② 对所有 $x,y\in[0,1]$，且 $x\neq y$，有 $|f(x)-f(y)|<\frac{1}{2}|x-y|$.

若对所有 $x,y\in[0,1]$，$|f(x)-f(y)|<k$，则 k 的最小值为(　　).

A. $\frac{1}{2}$　　B. $\frac{1}{4}$　　C. $\frac{1}{2\pi}$　　D. $\frac{1}{8}$

击中考点　①抽象函数；②函数单调性；③绝对值不等式.

解题方向　由②及解题目标，可知解决本题的关键是明确函数 $f(x)$ 的单调性，进而借助绝对值不等式的性质求 k 的最小值.

详解真题　由 $f(0)=f(1)$，$|f(x)-f(y)|<\frac{1}{2}|x-y|$，有

$$|f(x)-f(y)|=|f(x)+f(0)-f(y)-f(1)|\leqslant|f(x)-f(1)|+|f(0)-f(y)|$$
$$<\frac{1}{2}|x-1|+\frac{1}{2}|y-0|=\frac{1}{2}(1+y-x),$$

则 $2|f(x)-f(y)|<\frac{1}{2}(1+y-x)+\frac{1}{2}|x-y|$.

当 $|x-y|\leqslant\frac{1}{2}$ 时，知 $|f(x)-f(y)|<\frac{1}{2}|x-y|\leqslant\frac{1}{4}$，

当 $|x-y|>\frac{1}{2}$ 时，不妨设 $y>x$，则 $|f(x)-f(y)|=|f(1)-f(y)+f(x)-f(0)|\leqslant\frac{1}{2}|1-y|+\frac{1}{2}|x-0|=\frac{1}{2}[1-(y-x)]<\frac{1}{4}$，故 $|f(x)-f(y)|<\frac{1}{4}$ 恒成立，所以 k 的最小值为 $\frac{1}{4}$. 故选 B.

★ 应试方略 ★

解决抽象函数问题，通常可以借助特殊值或特殊函数，先确定结论，再利用构造函数法证明. 例如本题还可利用下面的解法：

由已知 $\left|f\left(\frac{1}{2}\right)-f(0)\right|=\left|f\left(\frac{1}{2}\right)\right|<\frac{1}{2}\left|\frac{1}{2}-0\right|=\frac{1}{4}$，且取

$$f(x)=\begin{cases}mx, 0\leqslant x\leqslant\frac{1}{2},\\ m(1-x), \frac{1}{2}<x\leqslant 1.\end{cases}$$

其中 m 为比 $\frac{1}{2}$ 小的任意正数，则 $f(x)$ 满足要求，而对所有 $x,y\in[0,1]$，

$|f(x)-f(y)|\leqslant\frac{1}{2}m$，$\frac{1}{2}m$ 可以无限接近 $\frac{1}{4}$，故 $k\geqslant\frac{1}{4}$.

又当 $k=\frac{1}{4}$ 时，对任意的 $x,y\in[0,1]$，不妨设 $x<y$，

若 $y-x\leqslant\frac{1}{2}$，则 $|f(x)-f(y)|<\frac{1}{2}|x-y|\leqslant\frac{1}{4}$；

若 $y-x>\frac{1}{2}$，则 $|f(x)-f(y)|=|f(x)-f(0)+f(1)-f(y)|$

$$\leqslant\frac{1}{2}|x|+\frac{1}{2}|1-y|=\frac{1}{2}(1-y+x)$$
$$<\frac{1}{4}.$$

综上所述，$|f(x)-f(y)|<\frac{1}{4}$ 恒成立.

故 k 的最小值为 $\frac{1}{4}$.

例 5.（新课标 Ⅰ 卷）设函数 $f(x)=e^x(2x-1)-ax+a$，其中 $a<1$，若存在唯一的整数 x_0，使得 $f(x_0)<0$，则 a 的取值范围是(　　).

A. $\left[-\frac{3}{2e},1\right)$　　B. $\left[-\frac{3}{2e},\frac{3}{4}\right)$　　C. $\left[\frac{3}{2e},\frac{3}{4}\right)$　　D. $\left[\frac{3}{2e},1\right)$

击中考点　①导数运算；②利用导数研究函数性质；③存在性问题；④转化与化归思想；⑤数形结合思想.

解题方向　根据函数解析式特点，由“存在唯一的整数 x_0，使得 $f(x_0)<0$”，可转化为“存在唯一的整数 x_0，使得 $e^x(2x-1)<ax-a$”，进一步转化为“存在唯一的整数 x_0，使得函数 $g(x)=e^x(2x-1)$ 的图象在函数 $y=ax-a$ 图象的下方”，通过对两个函数图象性质的分析求 a

的取值范围.

详解真题 设 $g(x)=e^x(2x-1)$，$y=ax-a$，由题知存在唯一的整数 x_0，使得 $g(x_0)$ 在直线 $y=ax-a$ 的下方.

因为 $g'(x)=e^x(2x+1)$，所以当 $x<-\dfrac{1}{2}$ 时，$g'(x)<0$，

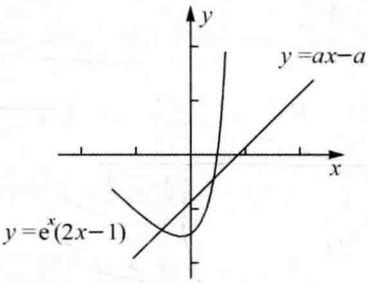
当 $x>-\dfrac{1}{2}$ 时，$g'(x)>0$，所以当 $x=-\dfrac{1}{2}$ 时，$[g(x)]_{\min}=-2e^{-\frac{1}{2}}$，

当 $x=0$ 时，$g(0)=-1$，当 $x=1$ 时，$g(1)=3e$，当 $x=-1$ 时，$g(-1)=-3e^{-1}$，

又直线 $y=ax-a$ 恒过点 $(1,0)$，斜率为 a，

而当 $x=1$ 时，$g(1)>0$，若存在唯一的整数 x_0，使得 $e^x(2x-1)<ax-a$，

则当 $x=0$ 时，满足 $-a>g(0)$，且当 $x=-1$ 时，满足 $g(-1)\geqslant -a-a$，解得 $\dfrac{3}{2e}\leqslant a<1$. 故选 D.



（例 5 图）

★ 应试方略 ★

1. 解决解析式较复杂的函数问题时，首先要考虑将函数进行分解，化为常见基本初等函数类型，进而可以运用函数基本性质求解；

2. 解决不等式、方程成立问题时，通常可以转化为两个函数之间的函数值的关系，进而借助两个函数图象之间的关系求解；

3. 解决存在性问题一般有三种思路，思路①：参变分离，转化为参数小于某个函数（或参数大于某个函数），则参数小于该函数的最大值（大于该函数的最小值）；思路②：数形结合，利用导数先研究函数的图象与性质，再画出该函数的草图，结合图象确定参数范围，若原函数图象不易画，常化为一个函数存在一点在另一个函数上方，利用图象解；思路③：分类讨论. 本题用的是思路②.

例 6.（安徽）已知函数 $f(x)=A\sin(\omega x+\varphi)$（$A,\omega,\varphi$ 均为正的常数）的最小正周期为 π，当 $x=\dfrac{2\pi}{3}$ 时，函数 $f(x)$ 取得最小值，则下列结论正确的是（　　）.

A. $f(2)<f(-2)<f(0)$　　B. $f(0)<f(2)<f(-2)$

C. $f(-2)<f(0)<f(2)$　　D. $f(2)<f(0)<f(-2)$

击中考点 ①三角函数的最小正周期；②三角函数的最值；③三角函数的单调性.

解题方向 要比较函数值的大小，需要知道函数的单调性. 因此先根据最小正周期以及函数取得最小值时 x 的值，确定函数中 ω,φ 的值，由此可知函数的单调性，进而推得函数值

的大小.

详解真题 由题意，$f(x)=A\sin(\omega x+\varphi)(A>0,\omega>0,\varphi>0)$，$T=\frac{2\pi}{|\omega|}=\frac{2\pi}{\omega}=\pi$，

所以 $\omega=2$，则 $f(x)=A\sin(2x+\varphi)$，

而当 $x=\frac{2\pi}{3}$ 时，$2\times\frac{2\pi}{3}+\varphi=\frac{3\pi}{2}+2k\pi,k\in\mathbf{Z}$，解得 $\varphi=\frac{\pi}{6}+2k\pi,k\in\mathbf{Z}$，

所以 $f(x)=A\sin\left(2x+\frac{\pi}{6}\right)(A>0)$.

则当 $2x+\frac{\pi}{6}=\frac{\pi}{2}+2k\pi$，即 $x=\frac{\pi}{6}+k\pi$ 时，$f(x)$ 取得最大值.

要比较 $f(2)$，$f(-2)$，$f(0)$ 的大小，只需判断 $2,-2,0$ 与最近的最高点处对称轴的距离大小，距离越大，值越小，

易知 $0,2$ 与 $\frac{\pi}{6}$ 比较近，-2 与 $-\frac{5\pi}{6}$ 比较近，所以，当 $k=0$ 时，$x=\frac{\pi}{6}$，此时 $\left|0-\frac{\pi}{6}\right|\approx0.52$，$\left|2-\frac{\pi}{6}\right|\approx1.48$，

当 $k=-1$ 时，$x=-\frac{5\pi}{6}$，此时 $\left|-2-\left(-\frac{5\pi}{6}\right)\right|\approx0.6$，所以 $f(2)<f(-2)<f(0)$. 故选 A.

★ 应试方略 ★

1. 解决三角函数问题，首先要确定函数 $f(x)=A\sin(\omega x+\varphi)$（$A,\omega,\varphi$ 均为正的常数）的解析式. 结合正弦函数图象上的五个关键点，利用待定系数法，可依次求出 A,ω,φ 的值；

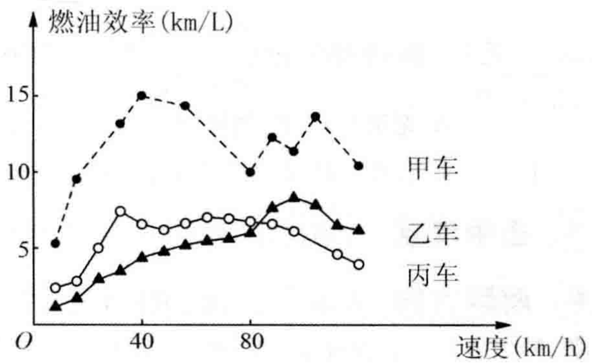
2. 已知函数解析式比较函数值的大小可以从两个不同角度考虑，一是直接求出函数值再比大小；二是根据函数的对称性、周期性及单调性，只需要比较自变量的大小即可. 本题采用的是第二种方法.

例 7.（北京）汽车的"燃油效率"是指汽车每消耗 1 升汽油行驶的里程，下图描述了甲、乙、丙三辆汽车在不同速度下的燃油效率情况. 下列叙述中正确的是（　　）.

A. 消耗 1 升汽油，乙车最多可行驶 5 千米

B. 以相同速度行驶相同路程，三辆车中，甲车消耗汽油最多

C. 甲车以 80 千米/时的速度行驶 1 小时，消耗 10 升汽油



（例 7 图）

D. 某城市机动车最高限速 80 千米/时，相同条件下，在该市用丙车比用乙车更省油

击中考点 ①新定义的理解；②函数图象的应用.

解题方向 根据“燃油效率”的定义，弄清楚图象中纵坐标的含义，进而结合横坐标理解图象中每个点的实际意义，再逐一分析选项.

详解真题 根据“燃油效率”是指汽车每消耗 1 升汽油行驶的里程，可知图象中纵坐标的实际意义为每升汽油的行驶里程，由此可知选项 A 中乙车消耗 1 升汽油，最多行驶的路程为乙车图象最高点的纵坐标值，显然 A 错误；

选项 B 中根据图象可知以相同速度行驶相同路程时，甲图的纵坐标最高即甲的燃油效率最高，所以甲最省油，B 错误；

选项 C 中甲车以 80 千米/时的速度行驶 1 小时，则甲车行驶了 80 千米，又根据图象可知此时甲车的“燃油效率为 10 千米/升”，即每行驶 10 千米则消耗 1 升汽油，由于甲车行驶了 80 千米，应消耗 8 升汽油，所以 C 错误；

选项 D 中结合图象可知，当时速小于 80 千米/时，丙车对应图象上点的纵坐标在相同条件下高于乙车对应图象上点的纵坐标，即丙比乙的燃油效率高，因此当某城市机动车最高限速 80 千米/时，且在相同条件下时，在该市用丙车比用乙车更省油. 故选 D.

★ 应试方略 ★

1. 由于是新定义，所以考查的重点是对定义的理解，因此解决新定义问题，关键是对定义本身的理解，而无需过多考虑灵活应用；

2. 结合函数图象解决实际问题时，关键是对图象的理解，包括对横坐标、纵坐标的实际意义，图象走势的实际意义，图象中每个点的实际意义等，概括起来可以统称为“三看法”，即一看坐标轴的实际意义，二看图象走势的实际意义，三看图象上各点的实际意义.

例 8.（上海）已知 $P_1(a_1,b_1)$ 与 $P_2(a_2,b_2)$ 是直线 $y=kx+1$（k 为常数）上两个不同的点，则关于 x 和 y 的方程组 $\begin{cases}a_1x+b_1y=1,\\a_2x+b_2y=1\end{cases}$ 的解的情况是（　　）.

A. 无论 k,P_1,P_2 如何，总是无解　　B. 无论 k,P_1,P_2 如何，总有唯一解

C. 存在 k,P_1,P_2，使之恰有两解　　D. 存在 k,P_1P_2，使之有无穷多解

击中考点 ①函数与方程思想；②数形结合；③两直线的位置关系.

解题方向 利用二元一次方程即为直线方程的特点，将二元一次方程组是否有解的问题，转化为直线是否有交点问题，进而通过分析两条直线的位置关系，判断方程组解的情况.

详解真题 由于$\begin{cases}a_1x+b_1y=1,\\a_2x+b_2y=1\end{cases}$是关于 x 和 y 的方程组,若该方程组有解,则(x,y)是直线 $l_1:a_1x+b_1y=1$ 与直线 $l_2:a_2x+b_2y=1$ 的交点,由直线 l_1 的斜率 $k_1=-\dfrac{a_1}{b_1}$,直线 l_2 的斜率 $k_2=-\dfrac{a_2}{b_2}$,又 $b_1=ka_1+1,b_2=ka_2+1$,则$\dfrac{b_1-1}{a_1}=\dfrac{b_2-1}{a_2}$,即 $a_2b_1-a_1b_2=a_2-a_1$,而根据题意知 $a_2-a_1\neq0$,所以 $a_2b_1-a_1b_2\neq0$. 整理可得$\dfrac{a_2}{b_2}\neq\dfrac{a_1}{b_1}$,进而有 $k_1\neq k_2$,即直线 l_1 与直线 l_2 相交,故方程组$\begin{cases}a_1x+b_1y=1,\\a_2x+b_2y=1\end{cases}$总有唯一解. 故选 B.

★ 应试方略 ★

遇到抽象的方程或不等式问题时,通常通过直接解方程或解不等式的方法无法解决,特别是参数较多时,还会导致分类比较繁杂,借助数形结合思想,将方程或不等式转化为函数或曲线方程来理解,借助图象分析方程或不等式的解往往起到“山重水复疑无路,柳暗花明又一村”的效果.

例 9.(新课标 I 卷)设$\triangle A_nB_nC_n$ 的三边长分别为 a_n,b_n,c_n,$\triangle A_nB_nC_n$ 的面积为 S_n,$n=1,2,3,\cdots$若 $b_1>c_1,b_1+c_1=2a_1,a_{n+1}=a_n,b_{n+1}=\dfrac{c_n+a_n}{2},c_{n+1}=\dfrac{b_n+a_n}{2}$,则(　　).

A. $\{S_n\}$为递减数列

B. $\{S_n\}$为递增数列

C. $\{S_{2n-1}\}$为递增数列,$\{S_{2n}\}$为递减数列

D. $\{S_{2n-1}\}$为递减数列,$\{S_{2n}\}$为递增数列

击中考点 ①海伦公式;②等比数列定义;③求数列通项公式;④函数单调性;⑤函数思想.

解题方向 根据海伦公式用 a_n,b_n,c_n 表示的$\triangle A_nB_nC_n$ 的面积,由 $a_{n+1}=a_n$,可得$\{a_n\}$为常数列,利用已知中给出的递推公式,可得 b_n 与 c_n,将 a_n,b_n,c_n 分别代入面积公式得关于 n 的函数,利用函数性质可得$\{S_n\}$的单调性.

详解真题 因为$\triangle A_nB_nC_n$ 的三边长分别为 a_n,b_n,c_n,根据海伦公式可得$\triangle A_nB_nC_n$ 的面积为 $S_n=\dfrac{1}{4}\sqrt{(a_n+b_n+c_n)(b_n+c_n-a_n)(a_n+c_n-b_n)(a_n+b_n-c_n)}$,

$\because a_{n+1}=a_n,\therefore a_n=a_1$.

又已知 $a_n+c_n=2b_{n+1}$①,$a_n+b_n=2c_{n+1}$②,