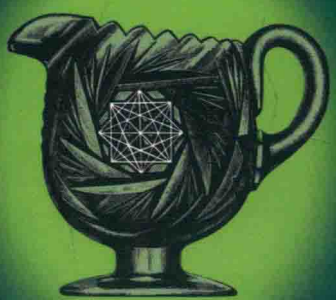
20 Soviet Famous

20所苏联著名大学早期入学试题

Universitise Early Entrance Exam Problems

◎ 刘培杰数学工作室 编译



尝得春秋，披览不倦，凡大家之手迹，古典之珍品，
莫不采撷其华实，探涉其源流，钩摹枢要而编节之，改岁钥而成书。

香港凤凰卫视评论员梁文道先生说：我们常把经典和畅销书对立起来，
觉得后者虽能红极一时，终究是过眼云烟；而前者面世初时光华内敛，却能长明不息。
写书出书，当以铸经典为职志。

在罗马的贵族家庭会聘请启蒙师傅来带孩子们背诵、阅读和理解经典。
教师们的任务不是兜售自己的知识，而是忠实地教会孩子们读通经典。

哈爾濱工業大學出版社
HARBIN INSTITUTE OF TECHNOLOGY PRESS

需要全本请访问 www.ertongbook.com

20 Soviet Famous
20所苏联著名大学
早期入学 Universitise Early
Entrance Exam Problems 试题

◎ 刘培杰数学工作室 编译



尝得春秋，披览不倦。凡大家之手迹，古典之珍品，
莫不采摭其华实，探涉其源流，钩纂枢要而编节之，改岁钥而成书。

香港凤凰卫视评论员梁文道先生说：我们常把经典和畅销书对立起来，
觉得后者虽能红极一时，终究是过眼云烟；而前者面世初时光华内敛，却能长明不息。
写书出书，当以铸经典为职志。

在罗马的贵族家庭会聘请启蒙师傅来带孩子们背诵、阅读和理解经典。
教师们的任务不是兜售自己的知识，而是忠实地教会孩子们读通经典。

哈爾濱工業大學出版社
HARBIN INSTITUTE OF TECHNOLOGY PRESS

内 容 简 介

本书是对苏联20所著名高校早期数学试题的汇总及解答. 全书每套试题后都附有参考答案,其主要包括数学力学系、计算数学与控制论系、物理系等内容.

本书适用于大中学生及数学爱好者参阅.

图书在版编目(CIP)数据

20所苏联著名大学早期入学试题/刘培杰数学工作室编译. —哈尔滨:哈尔滨工业大学出版社,2015.2

ISBN 978-7-5603-5219-0

Ⅰ.①2… Ⅱ.①刘… Ⅲ.①高等学校-入学考试-习题集 Ⅳ.①G632.474-44

中国版本图书馆CIP数据核字(2015)第023298号

策划编辑 刘培杰 张永芹
责任编辑 张永芹 张永文
封面设计 孙茜艾
出版发行 哈尔滨工业大学出版社
社 址 哈尔滨市南岗区复华四道街10号 邮编150006
传 真 0451-86414749
网 址 http://hitpress.hit.edu.cn
印 刷 哈尔滨市石桥印务有限公司
开 本 787mm×960mm 1/16 印张6.75 字数86千字
版 次 2015年2月第1版 2015年2月第1次印刷
书 号 ISBN 978-7-5603-5219-0
定 价 18.00元

(如因印装质量问题影响阅读,我社负责调换)

⊙目录

第 1 章　国立莫斯科大学//1
数学力学系//1
计算数学与控制论系//1
口试//2
第 2 章　国立列宁格勒大学//3
数学力学系、应用数学管理系//3
经济系经济控制专业和国民经济计划专业、化学系、心理学系//3
地理系、地质系、经济系政治经济专业//4
第 3 章　国立喀山大学//5
数学力学系//5
计算数学与控制论系//5
物理系//6
第 4 章　国立新西伯利亚大学//7
数学力学系、物理系、经济系//7
自然科学系、地球地理地质系//7
第 5 章　国立远东大学//9
物理系　口试//9
第 6 章　莫斯科物理工程学院//10
(一)//10
(二)//10
(三)//11

第 7 章　莫斯科物理技术学院//12
(一)//12
(二)//13
第 8 章　莫斯科钢铁合金学院//14
半导体材料系//14
工艺系//14
黑色金属与合金冶金系//15
有色及稀有金属与合金冶金系//15
物理化学系//16
第 9 章　莫斯科电子技术学院//17
(一)//17
(二)//17
第 10 章　莫斯科航空学院//18
各公共技术系代数及分析基础考试//18
各公共技术系几何及三角考试//18
应用数学系//19
第 11 章　喀山航空学院//20
(一)//20
(二)//20
第 12 章　莫斯科航空工学院//21
笔试一//21
笔试二//21
口试一//22
口试二//22
第 13 章　莫斯科动力学院//23
(一)//23
(二)//23

需要全本请访问 www.ertongbook.com

第 14 章　莫斯科地质勘探学院//25
(一)//25
(二)//25
第 15 章　托姆自动控制系统与无线电电子技术学院//27
(一)//27
(二)//27
第 16 章　莫斯科建筑学院//28
口试一//28
口试二//28
第 17 章　莫斯科大地测量、空中摄影和制图工程学院//29
(一)//29
(二)//29
(三)//30
第 18 章　国立莫斯科师范学院//31
(一)//31
(二)//31
第 19 章　国立列宁格勒师范学院//33
(一)//33
(二)//33
第 20 章　州立莫斯科师范学院//34
数学系//34
物理系//34
附录　答案或提示//36
第 1 章　国立莫斯科大学//36
数学力学系//36
计算数学与控制论系//39
口试//42
第 2 章　国立列宁格勒大学//43

数学力学系、应用数学管理系//43
经济系经济控制专业和国民经济计划专业、化学系、心理学系//45
地理系、地质系、经济系政治经济专业//45
第3章　国立喀山大学//46
数学力学系//46
计算数学与控制论系//46
物理系//46
第4章　国立新西伯利亚大学//47
数学力学系、物理系、经济系//47
自然科学系、地球物理地质系//48
第5章　国立远东大学//50
物理系　口试//50
第6章　莫斯科物理工程学院//51
(一)//51
(二)//53
(三)//54
第7章　莫斯科物理技术学院//55
(一)//55
(二)//57
第8章　莫斯科钢铁合金学院//61
半导体材料系//61
工艺系//63
黑色金属与合金冶金系//64
有色及稀有金属与合金冶金系//64
物理化学系//64
第9章　莫斯科电子技术学院//65
(一)//65
(二)//65

第 10 章　莫斯科航空学院//66
各公共技术系代数及分析基础考试//66
各公共技术系几何及三角考试//66
应用数学系//66
第 11 章　喀山航空学院//68
(一)//68
(二)//68
第 12 章　莫斯科航空工学院//69
笔试一//69
笔试二//69
口试一//69
口试二//70
第 13 章　莫斯科动力学院//71
(一)//71
(二)//71
第 14 章　莫斯科地质勘探学院//72
(一)//72
(二)//72
第 15 章　托姆自动控制系统与无线电电子技术学院//73
(一)//73
(二)//73
第 16 章　莫斯科建筑学院//74
口试一//74
口试二//74
第 17 章　莫斯科大地测量、空中摄影及制图工程学院//75
(一)//75
(二)//75
(三)//75

第 18 章　国立莫斯科师范学院 //76
(一) //76
(二) //76
第 19 章　国立列宁格勒师范学院 //77
(一) //77
(二) //77
第 20 章　州立莫斯科师范学院 //78
数学系 //78
物理系 //78
编辑手记 //79

第1章

国立莫斯科大学

数学力学系

1. 已知$\sqrt{|140\sqrt{2}-571|}-\sqrt{40\sqrt{2}+57}$的差是整数,求这个整数.

2. 求方程

$$\int_0^{\alpha}\cos(x-\alpha^2)\,\mathrm{d}x=\sin\alpha$$

所有属于区间[2,3]的解.

3. 在锐角三角形ABC中,从顶点A和C向边BC和AB作高AP和CQ,已知$\triangle ABC$的面积等于18,$\triangle BPQ$的面积等于2,线段PQ的长等于$2\sqrt{2}$,求$\triangle ABC$外接圆的半径.

4. 求使不等式

$$\begin{cases}x^2+2xy-7y^2\geqslant\dfrac{1-a}{a+1}\\3x^2+10xy-5y^2\leqslant-2\end{cases}$$

有解的参变数a的所有数值.

5. 四面体$A-BCD$的体积等于5,通过棱AD和BC的中点作平面,交CD棱于点M,这时线段DM的长与线段MC的长之比等于$\dfrac{2}{3}$,设从顶点A到所给的平面的距离等于1,求用所给平面截四面体所得的截面面积.

计算数学与控制论系

1. 解不等式

$$(x-1)\sqrt{x^2-x-2}\geqslant0$$

2. 求函数

$$\sqrt{3}\cos\frac{x}{2}+\sin\frac{x}{2}-\frac{x-3}{2}$$

的诸极小值点.

3. 求以下直线的方程,这条直线通过坐标为$(\frac{1}{2},2)$的点与函数$y=-\frac{x^2}{2}+2$的图像相切,并且与$y=\sqrt{4-x^2}$的函数图像交于两个不同的点.

4. 集合A由几个不同的自然数组成,集合A中数的个数大于7,A中所有数的最小公倍数等于210,对于A的任何两个数,它的最大公约数大于1,A的所有数的乘积能被1 920整除,但又不是任何整数的平方,求组成A的各个数.

5. 凸四边形$ABCE$是棱锥$A-BCEH$的底面,对角线BE把凸四边形$ABCE$分成两个等积的三角形,棱AB的长等于1,棱BC和CE的长相等,棱AH和EH的长的和等于$\sqrt{2}$,棱锥的体积等于$\frac{1}{6}$,求被包含在棱锥$A-BCEH$中的所有球中间的具有最大体积的那个球的半径.

口试

1. 求函数$f(x)=a\sin x-b\cos x$的最小值和最大值.

2. 在自然数范围内解方程

$$A_{x-3}^{2}=C_{x+2}^{3}+20$$

3. 如果所有的角平分线的长都小于1,证明:三角形的面积小于1.

4. 证明不等式

$$3<\pi<4$$

5. 作函数

$$y=\log_{|\sin x|}\frac{1}{2}$$

的图像.

需要全本请访问 www.ertongbook.com

第2章

国立列宁格勒大学

数学力学系、应用数学管理系

1. 对于哪些 a 和 b 的值($a,b\in\mathbf{R}$①),函数

$$f(x)=2x^4-a^2x^2+b-1$$

和

$$g(x)=2ax^3-1$$

的图像仅有两个公共点?

2. 有多少个六位数,它们恰恰包含四个不同的数字?

3. 解方程($a\in\mathbf{R}$)

$$1+2(\sin^2 2x-2a\cos 2x+a)\tan^2 x-\cos 4x=0$$

4. 正四棱锥相邻侧面之间的角等于 α,底边长为 a,求与棱锥各侧面相切又与棱锥的外接球相切球的半径.

5. 求矢量 $\boldsymbol{a}=(x,y,z)$,它和矢量 $\boldsymbol{b}=(y,-2z,3x)$,$\boldsymbol{c}=(2z,3x,-y)$ 构成相等的角,并且 $\boldsymbol{a}$ 垂直于矢量 $\boldsymbol{d}=(1,-1,2)$,$|\boldsymbol{a}|=2\sqrt{3}$,矢量 $\boldsymbol{a}$ 和轴 O_y 之间的角是钝角.

经济系经济控制专业和国民经济计划专业、化学系、心理学系

1. 求以下平面图形的面积,它由函数 $y=4x-x^2+1$ 的图像及此图像在横

① $\mathbf{R}$ 表示全体实数的集合,下同.

——编译者注

坐标 $x=0$ 和 $x=3$ 的点的两条切线所围成.

2. $(x^2-\frac{2}{x})^m$ 的展开式的前三项系数的和等于 97,求展开式中含有 x^4 的项.

3. 求方程

$$\sin(\frac{\pi}{4}+\frac{3}{2}x)=2\sin(\frac{3}{4}\pi+\frac{x}{2})$$

属于区间$[-\pi,\pi]$的解.

4. 三棱锥侧棱的长等于 a,b,c,这些棱构成的面角是直角,求棱锥垂于底面的高的长度.

5. 当 a 和 $b(a,b\in\mathbf{R})$是什么数值时,方程及不等式组

$$\begin{cases}3^{2(x-y)}-6\times3^{-2x}-3^{-y}>0\\ax+by=5\end{cases}$$

有解?

地理系、地质系、经济系政治经济专业

1. 求函数 $f(x)=(x-1)^2\sqrt{x^2-2x+3}$ 在区间$[0,3]$上的极值以及最大值和最小值.

2. 解不等式

$$\log_{\frac{1}{2}}\frac{x^2+6x+9}{2(x+1)}+\log_2(x+1)<0$$

3. 求如下三个数,如果它们组成等比数列,并且它们的和等于 35,它们的平方和等于 525.

4. 解方程

$$2^{\frac{\sin x+\sin 3x-\sin 4x}{(1-\cos x)(1-\cos 3x)}}=(\frac{1}{4})^{\tan x\cdot(1+\tan^2 x)^{-1}}$$

5. 求边长为 a 的正六边形围绕其一边旋转所获得的旋转体的体积.

第3章

国立喀山大学

数学力学系

1. 解方程

$$2\sin 6x = \tan 2x - 2\sin 2x$$

2. 求矢量 $\boldsymbol{p}$ 的坐标，已知它与矢量 $\boldsymbol{q} = (3, -4)$ 共线，并且矢量 $\boldsymbol{p}$ 和轴 Ox 成钝角，$|\boldsymbol{p}| = 10$.

3. 棱锥的底面是一个等腰三角形，三角形的腰等于 a，顶角等于 α，所有的侧面对底平面的倾角为 β，求棱锥的体积.

4. 在坐标平面上作出以下点集，这些点的坐标满足不等式

$$\log_{1+y}(1+\sin x) > 1$$

计算数学与控制论系

1. 解方程

$$2\sin^2\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = 2\sin^2 x - \tan x$$

2. 解不等式

$$|3^x - 3| + 9^x - 3 > 0$$

3. 一个直平行六面体内接于一个高为 H 和底边为 a 的正四棱锥中，平行六面体的底面是边长为 b 的正方形，它的下底面在棱锥的底面上，而上底面的各顶点在棱锥的侧棱上，当 b 是什么值时，内接平行六面体的体积为最大？求 b 取此值时它的体积.

4. 路上放着一些相互距离为 10 m 的路杆，一个工人从最边缘一棵的路杆开始，一棵棵地把所有的路杆搬到最边缘另一棵的路杆那边去，为此这个工人

总共需要走完 1.44 km 的路程,问在路上放着多少棵路杆?

物理系

1. 解方程

$$\sin x - \frac{|2\cos x - 1|}{2\cos x - 1}\sin^2 x = \sin^2 x$$

2. 解方程组

$$\begin{cases} \dfrac{x^2}{y} + \dfrac{y^2}{x} = 28 \\ \log_9 x - \log_{\frac{1}{9}} y = \dfrac{3}{2} \end{cases}$$

3. 在曲线 $y = x^3 - 3x^2 + 2$ 上求出这样的一些点,这些点上的切线与直线 $y = 3x$ 平行.

4. 正四棱锥的侧面之间的二面角等于 α,而底面的边等于 a,求棱锥的体积.

第4章 国立新西伯利亚大学

数学力学系、物理系、经济系

1. 一汽车匀速行驶，然后以 2 m/s^2 的匀减速度开始刹车并停了下来，已知在停车前的最后 5 s 汽车驶过前面 10 s 内所走过距离的$\frac{1}{7}$，求汽车的初速度.

2. 解方程

$$\frac{\sin x+\sin 3x}{\sqrt{2}|\cos x|}=\sin 2x+\cos 2x$$

3. 已知半径为 3 和 1 的两个圆在一平面上，两个圆的圆心距离为 $2\sqrt{2}$，直线 l 是这两个圆的公切线，一个三角形它的三个顶点分别是两个切点及两圆交点中距 l 最近的一个，求这个三角形的面积.

4. 求对于参变数 a 的哪些实数值，使得不等式 $\log_x(5x^2-8x+3)>2$ 的所有的解同时是不等式 $x^2-2x-a^4+1\geqslant 0$ 的解.

5. 正四棱台 $ABCDA'B'C'D'$ 中，下底面 $ABCD$ 是边长为 3 的正方形，上底面 $A'B'C'D'$ 是边长为 1 的正方形，侧棱 AA'，BB'，CC'，DD' 的长为 3，点 M 是棱 $C'D'$ 的中点，过点 M 引直线，与直线 AA' 和 BC 在点 P 和 Q 相交，求线段 PQ 的长.

自然科学系、地球地理地质系

1. 解方程组

$$\begin{cases}2x^2+y^2+3xy=12\\(x+y)^2-\frac{1}{2}y^2=7\end{cases}$$

2. 解方程

$$1-\cos 3x\cot x=\sin 3x$$

3. 在$\triangle ABC$中，在AB边上以如下的方式取点D，使线段BD的长是线段AD长的4倍，点O_1和O_2是$\triangle ACD$和$\triangle BCD$外接圆的圆心，已知直线O_1O_2平行于直线BC，问直线O_1O_2按什么比例把$\triangle ABC$的面积分成两部分？

4. 解不等式

$$\log_2\left(1+\frac{1}{x}\right)+\log_{\frac{1}{2}}\left(1+\frac{x}{4}\right)\geqslant 1$$

5. 已知底为$ABCD$和侧棱AA'，BB'，CC'，DD'的立方体，点N是棱AB的中点，点M是棱BB'的中点，点O是面$BCC'B'$的对角线的交点，过点O作直线，此直线分别与直线AM和CN交于点P和Q，如果已知立方体的棱长为1，求线段PQ的长.

需要全本请访问 www.ertongbook.com