

主 编 ● 卿雪梅 何 宏
副主编 ● 姚光红 赵 勇


高校初等教育专业人才培养与开放教育规划教材
GAOXIAO CHUDENG JIAOYU ZHUANYE RENCAI PEIYANG YU KAIFANG JIAOYU GUIHUA JIAOCAI

小学数学 新课程教材教法

XIAOXUE SHUXUE XINKECHENG JIAOCAI JIAOFA



 西南交通大学出版社



高校初等教育专业人才培养与开放教育规划教材

小学数学 新课程教材教法

主 编 ○ 卿雪梅 何 宏
副主编 ○ 姚光红 赵 勇
编 委 ○ 谢 斌 杨 应 刘 宇 熊洪丽
 邓蜀元 黎晓宇 代丽娟 王万龙

西南交通大学出版社
· 成 都 ·

图书在版编目 (C I P) 数据

小学数学新课程教材教法 / 卿雪梅, 何宏主编. —
成都: 西南交通大学出版社, 2016.8
高校初等教育专业人才培养与开放教育规划教材
ISBN 978-7-5643-4933-2

I. ①小… II. ①卿…②何… III. ①小学数学课—
教学法—高等学校—教材 IV. ①G623.502

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2016) 第 199835 号

高校初等教育专业人才培养与开放教育规划教材

小学数学新课程教材教法

主编 卿雪梅 何宏

责任编辑 张宝华
特邀编辑 黄芷
封面设计 何东琳设计工作室

出版发行 西南交通大学出版社
(四川省成都市二环路北一段 111 号
西南交通大学创新大厦 21 楼)
发行部电话 028-87600564 028-87600533
邮政编码 610031
网 址 <http://www.xnjdcbs.com>

印 刷 四川森林印务有限责任公司
成 品 尺 寸 185 mm × 260 mm
印 张 24.5
字 数 645 千
版 次 2016 年 8 月第 1 版
印 次 2016 年 8 月第 1 次
书 号 ISBN 978-7-5643-4933-2
定 价 59.00 元

课件咨询电话: 028-87600533

图书如有印装质量问题 本社负责退换

版权所有 盗版必究 举报电话: 028-87600562

前 言

“小学数学新课程教材教法”课程是高职院校小学教育专业开设的一门理论性强、实践性强的专业核心课程,开设该课程的中心任务是培养学生作为未来小学数学教师所必须具备的职业能力和素质.为了提高课程教学质量,我们根据职业教育的要求,依据高职教育理论,确定了课程目标;以“技能训练为主、理论够用为度”构建课程内容;采用案例教学法,改变课程教学模式;强调职业技能训练.按照教育部对我国高职高专提出的“以应用为目的,理论知识以必需、够用为度”的教育理念,结合高职院校学生的实际情况,我们在编写过程中贯彻了如下思想.

首先,依据高职教育理论,确定课程目标.

学生通过该课程的学习,充分掌握小学数学教学的基本原理和基本方法,学会运用一些具体的数学思想和方法来处理小学数学教学情境中出现的问题,分析教学中常见的现象和问题,形成以学生发展为主的教学观念.因此,根据小学教育专业职业岗位的具体要求和实际需要,我们将课程目标确定为三方面.

1. 总体目标

课程内容方面,通过对该课程的学习,学生对小学数学课程能形成整体感知和全面认识;课程能力方面,通过亲身实践,学生应结合小学数学教学的基本理论和教学策略,顺利地展开不同年级的数与代数教学、空间与图形教学、概率与统计教学、综合实践与应用教学的备课、上课、说课、听课、评课活动,形成较强的小学数学教学设计的实施能力并具备教学创新能力.最终目标是帮助学生成为一名理念新、能力强、素质高且适应基础教育改革和发展的合格小学数学教师.

2. 职业能力目标

(1) 了解数学的研究对象、特点与发展,认识数学在人的发展中的重要作用.

(2) 熟悉我国新一轮基础教育数学课程改革的理念和要求,且在教学中能将这一理念具体落实.

(3) 熟悉《全日制义务教育小学数学课程标准》的内容领域(“数与代数”“空间与图形”“统计与概率”“实践与综合应用”)在各个学段中的标准,以及与传统内容的区别.

(4) 熟悉小学数学教材的体系、结构与特点,掌握分析小学数学教材的内容和具体要求,具有初步独立钻研和分析小学数学教材的能力.

(5) 掌握小学数学教学工作中的各个重要环节,初步认识小学数学教学的原则和基本方法,明确备课与上课的基本要求,并能按要求开展教学.

(6) 能根据小学生的特点和学段要求,运用小学数学学习的过程理论、现代数学教学设计理论,结合小学数学概念教学、规则教学、问题解决教学的一般规律和小学数学新课程理念进行教学设计.

(7) 熟练掌握小学数学课堂的教学艺术.

(8) 具备一定的课堂教学组织能力,对课堂驾驭自如,能顺利完成一节小学数学课的教学任务.

(9) 具备较强的语言表达能力及独立分析问题、解决问题的能力.

3. 职业素质目标

- (1) 热爱教育事业, 对小学生有爱心、有耐心.
- (2) 有较强的团结协作精神和较强的沟通交流能力.
- (3) 吃苦耐劳, 且具有一定的创新能力.
- (4) 工作认真负责, 且有信心胜任小学数学的教学工作.
- (5) 对教育教学工作有激情, 且积极参与小学数学教学的改革与研究.

其次, 以“技能训练为主、理论够用为度”的要求构建课程内容.

在传统教学模式影响下, 一直以来, 高职高专院校的《小学数学新课程教材教法》教材的特点在于强调理论知识的完整性、系统性. 教材内容过于注重对理论知识的详细、全面阐述, 而疏于安排学生实践, 致使教师花费过多时间大篇幅地对理论知识进行系统讲授, 而忽视对学生的实践训练要求, 课程显得枯燥乏味. 为了适应高职教育发展的需要, 我们依据“小学数学新课程教材教法”课程目标, 在课程设置中应强调学生职业能力的培养, 进一步以理论指导实践的做法, 制订了“以技能训练为主, 将知识与技能、素质融为一体”的课程内容. 根据高职学生的特点与职业教育的需求, 整个课程围绕以“必需、够用”理论原则, 强调以技能训练为课程核心, 将课程内容安排了十三个模块. 分别是: 走进数学课程、小学数学课程标准与课程内容、学生的数学学习过程、小学数学课堂教学过程、小学数学课堂教学策略及教学组织、小学数学教学设计、小学数学教学评价、小学数学说课、小学数学概念教学、小学数学运算规则教学、小学数学空间与图形教学、小学数学统计与概率教学、小学数学实践与综合应用教学. 其中, 第一、五章由姚光红老师编写, 第三、六、七、十一章由何宏老师编写, 第二、四、八、九、十、十二章由卿雪梅老师编写, 第十三章由赵勇、卿雪梅老师共同编写.

最后, 采用案例教学模式, 改变课程教学方法.

长期以来, 在高职高专院校“小学数学新课程教材教法”课程的教学中, 主要采用“满堂灌”“填鸭式”的教学方法, 理论知识讲授为主, 轻视学生的实践活动, 强调单方面的知识灌输, 忽视学生动手操作的教学模式. 这样的教学模式违背了高职教育的理念, 使本来基础就差, 学习习惯不好的学生很难将理论知识系统化、实践化. 结合高职教育理念, 理论“必需、够用”为度, 着重训练学生的职业技能, 而培养学生的职业技能主要靠动手实践, 学生也只有反复的、大量的动手操作中, 各方面能力才能得到充分的训练与培养. “小学数学新课程教材教法”作为重要的专业课程, 以培养学生的职业能力为主要目的, 因此必须改变枯燥死板的教学模式, 不能重理论而轻实践. 为了提高这门课程的教学效率, 我们在教学过程中借助小学数学教材, 将案例教学法引进课堂. 应用案例教学法作为大部分课程的主要教学方法, 辅以其他教学方法来完成教学, 改变了以往教师讲学生听的“灌输式”教学模式, 摒弃了重理论轻实践的不良做法, 着力于发挥学生在学习过程中的主体地位, 让他们成为学习的主人, 使学生学习的积极性和主动性得到充分调动和提升. 学生在案例教学的模式下, 参与实践活动, 使自己的实践能力、创新能力和教学设计能力得到相应的训练和全面提高.

希望同学们把该书作为把握小学数学新课程、研究小学数学教学法和反思自己教学行为的一个媒介, 把学习小学数学新课程教学法和实践小学数学新课程教学法的过程作为建构自己的个性“教学法”的过程.

限于编者水平, 书中难免存在不妥之处, 望读者批评指正.

编者

2016年4月

目
录

CONTENTS

第一章 走进数学课程	1
第一节 数学的基本认识	1
第二节 小学数学学科的特点与任务	4
第三节 我国小学数学课程的改革与发展	11
第二章 小学数学课程标准与课程内容	23
第一节 2011 版小学数学课程标准解读	23
第二节 人教版小学数学课程内容	31
第三节 人教版与西师版小学数学课程编排特点分析	48
第三章 学生的数学学习过程	54
第一节 小学数学学习概述	54
第二节 学生数学认知发展的基本规律	64
第三节 学生数学能力的培养	66
第四章 小学数学课堂教学过程	82
第一节 小学数学课堂教学过程的基本要素	82
第二节 小学数学课堂教学特征	84
第三节 小学数学课堂教学活动的基本构成	90
第五章 小学数学课堂教学策略及教学组织	100
第一节 小学数学教学的组织策略	100
第二节 小学数学教学的原则、方法与手段	105
第六章 小学数学教学设计	113
第一节 教学设计的基本概念	113
第二节 小学数学教学设计的前期分析	116
第三节 小学数学教学目标编制	118
第四节 小学数学教学方案的设计	122
第七章 小学数学教学评价	137
第一节 小学数学教育评价	137
第二节 小学数学课堂教学评价	140

第三节 小学数学学习评价	148
第八章 小学数学说课	156
第一节 小学数学说课概述	156
第二节 小学数学说课前的准备	158
第三节 小学数学如何说课	160
第四节 小学数学说课的方法和技巧	169
第五节 应聘教师的说课策略	171
第九章 小学数学概念教学	198
第一节 小学数学概念教学概述	198
第二节 小学数学概念教学的过程与方法	204
第三节 小学数学概念教学设计示例	213
第十章 小学数学运算规则教学	228
第一节 小学数学运算规则学习概述	228
第二节 小学数学运算规则教学的基本模式与策略	234
第三节 小学数学运算规则教学设计示例	242
第十一章 小学数学空间与图形的教学	258
第一节 小学数学“空间与图形”教学概述	258
第二节 小学数学“空间与图形”教学的过程与方法	267
第三节 小学数学“空间与图形”教学典型课例	270
第十二章 小学数学统计与概率教学	280
第一节 小学数学“统计与概率”教学概述	280
第二节 小学数学“统计与概率”教学的过程与方法	288
第三节 小学数学“统计与概率”教学设计典例	292
第十三章 小学数学实践与综合应用学习	307
第一节 “实践与综合应用”的意义、特点与教学目标	307
第二节 小学数学“实践与综合应用”教学内容的设计	315
第三节 小学数学“实践与综合应用”教学的组织形式	319
第四节 小学数学“实践与综合应用”教学设计典例	321
参考文献	332
附录一	334
附录二	358

第一章 走进数学课程

本章主要内容:

- 数学的基本认识
- 小学数学学科的特点与任务
- 我国小学数学课程的改革与发展

第一节 数学的基本认识

一、数学的产生

考察一下数学的历史,可以看到它的发展存在着两个起点.

(一) 以实际问题为起点

数学的产生首先是以实际问题为起点的,即人类为了了解客观存在的内部性质的需要,用以解决实践上的问题.例如,人类在自己的生产与生活中,需要对一些物体进行量的刻画和描述,于是,“数”就产生了;又如,人类在自己的生产与生活中,需要对一些对象进行集合意义上的合并与分解,于是,四则运算就产生了;再如,人类在科学研究过程中,要研究斜抛物体的运动轨迹,就需要用图形来描述,以帮助分析,但如何作出这些曲线图形呢?笛卡尔(Descartes)就用代数方法来研究这些曲线的特点,于是解析几何就产生了.

(二) 以理论问题为起点

数学的产生其次是以理论问题为起点的,即人类为了了解思想存在的内部性质的需要,用以解决理论上的问题.例如,5世纪的普多克罗斯(Pudkyols)注意到,一个圆的直径可以将整个圆分成两半,但由于圆的直径有无限多,因此,必定存在着两倍于直径的半圆.而伽利略(Galileo)却注意到,每个正整数与它的平方能建立一一对应的关系,而这些正整数的平方的集合应是正整数集合的真子集,这样就构成了一个整体和它的部分相等的悖论(史称伽利略悖论).为了解决这个悖论,康托(Cantor)等做了研究,创立了集合论,并创造性地提出了“超越数”的概念.

当然,数学的最终起点还是现实世界,它更多地来自于人类的问题提出和问题解决,是人类力图对现实世界的最本质和最一般的反映.超越现实世界的数学的产生,其目的还是获得对现实世界更合理、更准确、最一般的反映.

二、数学的发展过程

数学科学的发展过程经历了漫长的历史,从人类早期对数学的认识开始,大致可以分为五个时期,即数学萌芽时期、常量数学时期、变量数学时期、近代数学时期、现代数学时期.在

不同的时期,人类对数学的认识从低级到高级不断发展.了解数学的发展过程,有助于我们研究小学数学学科的有关问题.

(一) 数学萌芽时期(公元前6世纪以前)

这个时期人类在长期的生产实践中逐渐形成了数的概念,初步掌握了数的运算方法,并积累了一些数学知识.

由于田亩度和天文观测的需要,几何知识初步兴起,但还没有逻辑因素,未发现命题的证明.

这个时期的特点是,人们在实践中从现实世界里零零星星地认识了数学中最古老、最原始的概念——“数(自然数)”和“形(简单几何图形)”.数的概念起源于数(读 shǔ).原始社会人们采用“结绳记数”,就是把打猎所获得猎物与绳子的“结”进行比较,得出猎物的个数.从我国出土的甲骨文中,发现大约公元前14世纪至公元前11世纪的数字是采用十进制记数法,最大数是3万.由此可见,数已从具体事物分离出来,抽象为“数”的概念,但仍然印上了十个手指指数数的烙印.另外,人类还在采集果实、打造石器、烧土制陶的活动中,对各种物体加以比较,区分直曲方圆,逐渐形成了“形”的概念.我国出土的“仰韶文化”的彩陶中,就有由三角形和直线组成或由圆和曲线组成的图案.

(二) 常量数学时期(公元前6世纪—公元17世纪)

这个时期的特点是,人们将零星的数学知识进行了积累、归纳、系统化,采用逻辑演绎的方法形成了古典初等数学的体系.数学萌芽时期,人们认识的“数”和“形”,只是零星的数学知识,并未构成逻辑体系.到了公元前5世纪,古埃及由于尼罗河长期泛滥,冲毁了土地区域,需要重新丈量,由此积累了丰富的几何知识.后来古埃及人把几何知识传到古希腊,由欧几里得(Euclid)把人们长期实践发现、积累的几何知识,按照演绎的方法写成了《几何原本》.同一个时期,人们为了解决实践中的一些实际应用问题,如研究天文历法中的问题,促使了算术、代数的发展.数学从原始自然数、分数发展并扩充到正负实数.东汉时期的《九章算术》,就是人们在长期实践中,用数学解决实际问题的经验总结.

公元前3世纪至公元2世纪撰写成的《几何原本》和《九章算术》,标志着古典初等数学体系的形成.

《几何原本》全书共13卷.全书主要以空间形式为研究对象,以逻辑思维为主线,从5条公设、23个定义和5条公理推出了467条定理,从而建立了公理化演绎体系.《九章算术》则是由246个数学问题、答案和术文组成.全书主要研究的对象是数量关系.该书以直觉思维为主线,按算法分为方田、粟米、衰分、少广、商功、均输、盈不足、方程、勾股等九章,构成了以题解为中心的机械化算法体系.

(三) 变量数学时期(17世纪—19世纪)

变量数学产生于17世纪,其标志有两个:一是解析几何的产生;二是微积分的建立.

这个时期的特点是,“运动”成为自然科学研究的中心课题.数学由研究现实世界相对静止的事物或现象进而探索运动变化的规律.常量数学已发展到变量数学.16世纪,欧洲社会萌生了资本主义,手工业生产转向了机器工业生产,迫使自然科学对“运动”和各种“过程”进行研究,进而产生了“变量”与“函数”的概念.

17世纪上半叶,笛卡尔(Descartes)将几何内容的课题与代数形式的方法相结合,产生了

解析几何学,这标志着变量数学时期的开始.17世纪60年代,牛顿(Newton)和莱布尼茨(Leibniz)各自从运动学和几何学研究的需要中创建了微积分.随后,相继建立了级数理论、微分方程论、变分学等分析学领域的各个分支.15世纪至18世纪,人们还研究了大量的随机现象,发现存在着某种完全不确定的规律,从而开辟了或然数学的新领域,建立了概率论.

这个时期,数学的研究对象已由常量进入变量,由有限进入无限,由确定性进入非确定性;数学研究的基本方法也由传统的几何演绎方法转变为算术、代数的分析方法.

(四) 近代数学时期(19世纪)

这个时期,数学的研究对象和内容在深度上及广度上都有了很大发展.分析学、代数学、几何学的思想、理论和方法都发生了革命性的变化,数学越发抽象,不断分化、不断综合的发展规律开始显露.数学基础研究的开始,标志着一座宏伟稳固的数学大厦已在人们脑海里出现.数学应用范围继力学、光学之后,又在热力学、电磁学、技术科学中获得扩展.

(五) 现代数学时期(20世纪)

在这一时期,电子计算机进入数学领域,使整个数学的面貌大为改观.数学几乎渗透到所有科学领域,形成了数学科学的一系列分支理论和应用数学理论.纯粹数学不断向纵深发展,集合论观点的普遍运用,公理化方法的完善,数理逻辑的发展,数学基础的奠定,模糊数学的创建,以及泛函分析、抽象代数和拓扑学三大现代理论的建立,使数学在整个科学体系中的特殊地位和作用突出地显现出来.20世纪以来,人们眼中的数学是以往任何时代都无法相比的.

三、数学的研究对象

数学是人们认识自然、认识社会的重要工具,千百年来人们不断地探索和认识数学,运用数学解决现实问题,对数学的认识也在不断地演变和发展.数学家、哲学家和数学教育家都有自己对数学研究对象的认识.恩格斯曾对数学的属性做过如下的描述:数学就是研究“现实世界的空间形式和数量关系”的一种科学.这是对数学研究对象的一种经典的解释,是对数学十分概括和深刻的解释.数学是对现实世界的事物在空间形式和数量关系方面的抽象,数学来源于人们的生产和生活实践,反过来又为人们的社会实践和日常生活服务,是人类从事各项活动不可缺少的工具.“数量关系”是算术、代数等领域研究的内容,用来表现现实世界各种数量及其关系.“空间形式”是几何学研究的内容,研究物体的形状、大小及其相互关系.人类在社会和生产实践中,不断揭示数量关系和空间形式的规律,并将其不断抽象化、系统化、形式化,形成数学科学体系.

随着数学科学的发展,对数学本质的认识在发展,数学的研究对象也在不断扩展,人们从不同的角度阐述对数学本质的认识和理解.一种受到普遍关注的观点认为,数学是关于客观世界模式的科学.数学通过揭示各种隐藏着的模式,帮助我们理解周围世界.无论是数、关系、形状、推理,还是概率、数理统计,都在反映人类发展进程中对客观世界某些侧面数学的把握.人们从实际中提炼数学问题,抽象出数学模型,再回到现实中进行检验.从这个意义上讲,数学可以被看作是一种技术或模型.

此外,从数学的产生与发展历史看,数学还具有这样几个性质:其一,数学的对象是由人类发明或创造的;其二,数学的创造源于对现实世界和数学世界研究的需要;其三,数学性质具有客观存在的确定性;其四,数学是一个发展的动态体系.

四、数学的基本特征

一般认为,数学具有理论的抽象性、逻辑的严谨性和应用的广泛性这三个特征。

(一) 理论的抽象性

我们知道,任何一门科学都不是直接处理现实对象的,而是用我们通常所称的“模型”去处理其抽象的反映,而数学则不同,它往往是处理所有这些模型的抽象,得出这些模型的一般模式,从而来概括同类对象或同类对象关系。显然,数学是作为一个独立的客体而存在的,是抽去了具体内容的一种形式科学,它是用形式化、符号化和精确化的语言来表现的一种“抽象的抽象”或“概括性的抽象”,它是以“一切性质的抽象”呈现的。因而,数学对象没有任何物质和能量的特征,它只有一个特征,那就是这些对象都处于一定的相互关系之中。例如,数学研究的“直线”,是一种没有长短、粗细、轻重和颜色等任何物质和能量特征的“理想化”对象。

(二) 逻辑的严谨性

数学具有严密的逻辑严谨性,即数学的结果是从一些基本概念(或公理)出发并采用严格的逻辑推论而得到的。这种推论(推理)对于每一个懂得这样的规则并拥有一定数学基础的人来说,都是无需争辩和确信无疑的。数学的逻辑严谨性还带来了数学的精确性,也就是说,数学的表述具有相当严密的唯一性。而且数学语言常常反映在其他的学科(尤其是自然学科)之中,用来准确地表述概念或由经验所获得的发现。

数学的严谨性还表现在它的系统性。数学体系本身是一个精确的自然结构,而且是所有自然结构中最具有完美模型的特征。它是最简洁、最精确、最稳定的模型来揭示最本质、最抽象的关系的系统理论。正如弗赖登塔尔所说,数学与其他思维相比,有一个最大的特点,那就是对任何一个陈述,都可以确定其对或错,因为只有数学可以加上一个强有力的演绎结构。这就是所谓数学的严谨性。当然,当数学科学变得很严谨的时候,它就表现出一种不可忽视的人为的特性,以至于有时人们会忘掉它的历史起源。

(三) 应用的广泛性

数学的对象领域,涉及整个客观世界。数学是解决我们生活和生产过程中问题的主要工具,因为没有物质的领域不呈现出数学可以研究的现象或规律,尤其是在社会发生的科学技术不断发展的今天,数学已经渗透到人们的所有生活中。同时,数学还在其他的科学中占有特殊的地位,因为无论是自然科学、社会科学还是思维科学,都可借用数学的严密性和抽象性的特点来做更为精确的研究或描述。

第二节 小学数学学科的特点与任务

一、小学数学学科的特点

义务教育阶段的数学课程,其基本出发点是促进学生全面、持续、和谐发展。它不仅要考虑数学自身的特点,还要遵循学生学习数学的心理规律,强调从学生已有的生活经验出发,让学生亲自将实际问题抽象为数学模型并进行解释与应用,进而使学生获得对数学的理解,同时使其在思维能力、情感态度与价值观等多方面得到提高和发展。结合小学生身心发展的特征和

智能发展水平，小学数学学科应具备以下特点：

（一）生活性

倡导数学学习回归儿童的生活，已经成为当今转变小学数学教育观念的一个重大命题。我们已经关注到，儿童是从自己的生活实践开始逐步认识数学的，因此，要使儿童的数学学习真正地回归到儿童的生活中去，就要时时关注儿童在学习中关心什么，经历了什么，对什么感兴趣，以及在生活中发现了什么。让数学学习与儿童的生活充分地融合起来，让他们在寻找、发现、探索中认识并掌握数学。

（二）现实性

儿童的数学是他们的现实数学，儿童的数学学习组织应源于他们的数学现实。这种现实存在于儿童与外部世界的沟通和交流之中，存在于儿童社会生活的实践性活动之中。这些“现实”是小学数学课程的起点，也是儿童获得数学的学习活动与生活实践的节点。课程的任务是构建抽象与现实的连续体。因此，小学数学课程的一个重要特征就是加强抽象的数学与现实的联系，强化数学的学习与运用，真正回归儿童的生活现实。

（三）体验性

学校的数学教育应当努力改变相应的课程内容、教学方式、组织策略和评价模式，应积极倡导努力探求解法，而不单是记忆步骤；应主动探索模式，而不单是记忆公式；应积极形成猜测，而不单是做些习题。可见，学校的数学教育应当成为学生亲身体验数学问题、解决过程的一种活动，即不要总是将整理好的详细证明（事实）材料提供给学生，而是要尽可能地让学生自己进行观察、发现和证明。只有这样，才有可能使学生真正经历超越局部而非简单地接受解决问题的过程。

从以上三个特点看小学数学，实质上是强调数学与学生生活的本质联系；强调学生在数学学习中的主体作用，突出数学促进学生发展的功能；强调各种生活化的活动，启迪和诱导儿童的多种智能，为今后在不同领域充分展示其才能做好准备。

二、小学数学学科的任务

小学数学教育的最终目标是发展人，也就是发展人在快速变迁的社会中获得高质量生活所需要的基本素养、能力和情感。

（一）小学数学学科的基本任务是发展公民的数学素养

第二次世界大战之后，随着计算机技术等现代科学技术的迅速发展，数学的应用领域得到了极大的拓展。就像今天的识字、阅读一样，数学日益成为公民必需的文化素养，数学教育大众化成为时代的要求。例如，在现代社会，大量信息以各式各样的数据形式出现在我们面前，如何收集有用的数据，怎样整理、分析信息，得出有用的结论，就成为现代人必不可少的一种能力。可见，数学不仅是人们用来交流信息和思想的工具，还是人们用来完成一系列实际任务及解决现实生活问题的工具。同时，数学也是人们探索新世界的工具。可见，我们的小学数学教育不是追求将所有的儿童都培养成伟大的数学家，而是注重培养他们最基本的数学素养。

早在 20 世纪 80 年代，著名的科克罗夫特在报告中提出“数学素养”这个词。该报告认为数学素养主要包括两个内涵，一是指个人在日常生活中具有运用数学技能的能力，能够满足个

人每天生活中的实际数学需求；二是指能正确理解含有数学术语的信息，如阅读图表和表格等。这表是一个具备数学素养的人应该能正确理解一些数学的沟通方式。显然，这种观点明显超出了我们通常所理解的数学运算的学习，也超出了我们所理解的以掌握数学概念和解题方法为目的的学习，更超出了我们通常所理解的解题技能的学习。

参照美国数学教师协会（NCTM）的标准（即1989年的“学校数学大纲及其评价标准”），我们大致可以给数学素养的基本内涵做如下表述：

（1）懂得数学的价值。

能初步懂得数学的价值和数学在文化中的地位及其在社会生活中的作用，了解用数学思想来思考并用数学方法来处理日常生活中发生的事件与现象的优越性，提高对日常事物或现象用数学概念、思想与方法进行观察、推测、尝试、计划并合情合理地思考的意识和兴趣。

（2）对自己的数学能力有信心。

在学习中对自己的数学能力有信心，能够在数学学习中获得一些积极、良好的情感体验，从而提高参与社会生活以及对社会生活的探究、发现和改造等活动中主动进行决策的兴趣。

（3）有解决现实数学问题的能力。

能初步掌握对日常生活中存在的各种信息的采集、整理、辨析、处理与运用的基础能力，并能用数学方法对它们进行初步的考察、区分、组织和模型建构，从而获得基础性的解决数学问题的能力。

（4）学会数学交流。

学会读数学、写数学和讨论数学，包括学会简单的数学交流，能用数学语言来解释、阐述或证明自己的研究与解决问题的猜测、计划、过程和结果等。

（5）学会数学的思想方法。

学会一些初步的、简单的数学思想和数学方法，包括对应、变量、统计等思想，以及化归、假设、建模等方法。

（二）数学素养的基本特征

1. 发展性

实际上，数学素养是随着社会的进步而变化和发展的。例如，在100多年前，掌握算术技能可能就是一种重要的数学素养，但随着今天计算机技术的发展，算术技能的重要性和对运算技能的需求都已发生了显著的变化。今天，作为一个有数学素养的人，面对一个现象或问题，他可能先要判断是否需要计算，如是，则可能先思考是否需要精确计算，然后才考虑用什么方法进行计算。在此期间，他可能还要思考是否需要增加有用的信息，他可能还要考虑如何辨析这些信息，等等。

2. 过程性

首先，发展数学素养的目标不是一个终极的目标，而是一种指向发展方向的过程性目标，是我们数学教育所追求的一种价值。因此，数学教育关注的是儿童数学素养的渐进发展过程。其次，数学素养的发展是伴随着数学学习过程的，不是靠我们通常所理解的“单项训练”就能实现的。有时，它还伴随着其他的环境或伴随着其他学科学习中的有意识渗透。

3. 实践性

数学素养具有明显的现实性和实践性特征，它与我们的日常生活是紧密联系的。因为，儿

童的数学素养是借助现实数学和自己的主体性实践获得发展的。数学学习就是要让儿童感觉到，没有一定的数学素养，他们可能就会在一些日常的社会生活中难以行动。同时，数学学习也应让儿童感觉到，数学素养就存在于他们的日常生活之中，使儿童在数学探究和问题解决中发展数学素养。

（三）培养数学思维是实现数学素养发展的基本点

思维是人类揭示事物本质特征的过程，而数学就是研究存在的和思想的现实或关系本质的科学。因此，数学学习的过程首先是思维的过程。儿童对现实世界的观察，对观察对象的分类与比较，对事物属性的归纳与抽象，对性质和规律的运用等，都是思维的过程。人是通过深入的思考获得对数学的理解的，也是通过深入的思考获得数学素养的。人的数感、数学观念、数学思想、数学运用能力等都是在数学思维的过程中得以形成与发展的。

可见，学习数学不仅是因为数学是个体在社会生活中有用的工具，更重要的是，数学还可以促进人的思考，即数学是促进个体思维发展的重要基础。今天的人们需要更精确地去了解和解释世界，需要更主动、更有效地与他人沟通，需要获得更具创造性的生活，而所有这些都需要有敏锐的和创造性的思维能力。因此，儿童能用数学眼光看待世界，并有意识且适当地运用数理思维，这是一种重要的数学素养。

当然，儿童尚处在以具体的形象思维为主，并逐步向抽象的逻辑思维过渡的年龄阶段。低年级儿童更多的是具备具体的形象思维；到了中、高年级，抽象逻辑思维的成分逐渐加大，但一般还不能完全依靠抽象的数学概念进行思考，往往还需要具体的形象思维的支持。因此，发展儿童的数学思维能力必须遵循儿童的认知规律。

1. 观察与比较

所谓“观察”，就是指人们对周围客观世界的各种事物和现象，在自然条件下，按照客观事物和现象本身存在的自然联系的实际情况，加以有目的的感知，从而确定或研究它们的性质或关系的一种思维活动。观察是多种感觉器官对对象的有意识的知觉。

从儿童思维发展的特征看，他们观察能力的发展有着一个较为明显的阶梯性，即：对象的概括化能力→知觉的形式化能力→空间结构的知觉能力→逻辑模式的识别能力。

所谓“比较”，实际上是借以认出对象和现象的一种逻辑方法。在数学学习中，利用比较可以形成新的概念。例如，通过比较自然数的约数的性质，可以认识质数与合数。利用比较也可以区别相近或相似的概念。例如，通过比较可以区分除尽与整除的关系，或者区别竖直与垂直的不同。利用比较还可以形成比较自身的概念。例如，通过一一对应的方式，可以形成“多和少”或“长和短”等比较的概念。对小学生来说，发展他们的比较能力，要注意阶段性。

首先，引导儿童先比较事物的不同因素，再比较事物的相同因素。其次，引导儿童先比较事物差异性较大的属性，再比较事物差异性较小的属性。最后，要遵循从感知比较发展到表象比较，再发展到概念比较这样的规律。

2. 分析与综合

分析与综合是人类认识事物本质的一个必不可少的基本思维过程。数学知识是客观事物抽象的和模型化的反映。因此，能否将概念还原成事实，要看概念掌握的清晰程度和深刻程度，要依赖于学生的分析与综合能力。所谓“分析”，简单地说，就是指在头脑中将对象和现象分解成个别部分，从而找出它们的属性、特征等，进行单独考察的思维活动。而所谓“综合”，就是

指将分解后的各个部分结合起来,从整体来考察对象或现象的思维活动。

分析始于感知,但这种感知是片面的,不能获得整体的认识.综合则是将片面的感知进行整合,形成整体知觉.一般来说,没有分析,就谈不上综合,但分析并非一定是在综合之前.另外,分析与综合是伴随在同一认识活动过程之中的。

儿童分析与综合能力的发展是一个从低级阶段到高级阶段的发展过程.所谓“低级阶段”,是指分析与综合同感知直接挂钩;所谓“高级阶段”,则是指分析与综合不再同感知直接挂钩。

在小学数学学习中,可以利用多种途径培养儿童进行分析与综合的能力,如利用某些问题解决学习来发展儿童的分析与综合能力,因为在问题解决学习的过程中有一个理解问题的活动,而理解问题的活动就是在头脑中构造问题表征的活动,这是一个不容忽视的阶段.研究表明,许多问题解决的障碍可能并不在于问题解决的策略不当或者过程有误,而往往在关于问题性质的认识与问题表征上存在某些问题.一般来说,问题从被确认到获得解决有一系列的不断变化的状态,即从问题的起始状态到问题的目标状态.首先就有一个表征构造的过程,而表征构造的过程就是一个不断分析与综合的过程.只有这样,才能从问题的起始状态出发,通过图式的检索进入并逐渐逼近问题的目标状态.又如利用某些计算(规则)学习来发展儿童的分析与综合能力.仅从计算的审题过程看,儿童除了表现出对审题的不重视外,还表现出审题的无序、粗糙和随意性强等特点,从而影响了解题的正确性或速度。

3. 抽象与概括

抽象与概括也是人类认识事物本质的一个必不可少的基本思维过程.简单地说,所谓“抽象”,就是指发现事物的本质属性,放弃非本质属性的思维过程;所谓“概括”,就是指从个别单独的属性推广到同类事物的一般属性的思维过程。

数学学习的过程就是培养抽象与概括能力的过程,这首先是由数学科学本身的抽象性特征所决定的.其次,数学科学是对客观世界本质属性的最一般的反映,而这种最一般的反映必须要以抽象为前提.但是,由于儿童尚处于以具体形象思维为主并逐步向抽象逻辑思维过渡的年龄阶段,其内部的思维活动就常需要有一定的外部支撑点——直观的感知.因此,对儿童抽象与概括能力的培养,应注意要有一定的阶段性。

按皮亚杰等人的研究,低年级的儿童尚处在“前运算阶段”(相当于布鲁纳的“动作式阶段”)向“具体运算阶段”过渡的时期,往往只能形成“一级概念”(具体概念),要形成“二级概念”(定义概念)还比较困难.他们往往只能依赖经验(直观)进行初步的抽象,而这种抽象与概括的发展是从对象的外显特征入手开始分类的,凭借感觉学习来形成和保持各种表象.也就是说,他们的概念还往往依赖直观或经验来支撑。

而年龄稍高一些的儿童开始处于“具体运算阶段”(相当于布鲁纳的“映象式阶段”),守恒概念逐渐形成,而且思维的可逆性和多维性逐渐得到了发展,能将环境中的经验构成内在的表象,并开始摆脱分类而从事物的内部特征入手,从而可能获得一些“二级概念”.但是,这个阶段的儿童在获得和使用这些概念的时候,仍需一定的直观形象来支撑。

至于更高年龄段的儿童,他们的思维水平已开始从“具体运算阶段”向“形式运算阶段”(相当于布鲁纳的“符号式阶段”)过渡,他们已有一定的对抽象的假设或命题进行逻辑转换的水平,他们开始用符号进行思维,而且概括能力也开始增强,能将一类本质属性推广到同类事物中去。

例如,对“角”的认识,低年龄段的儿童可能只能从日常的经验或活动的体验中寻找支撑,因而在他们看来,角就是“尖”的,他们还不能形成对图形特征的表征;稍高年龄段的儿童可能就

会从图形特征入手,通过了解图形的基本组成形成对图形的表征.但是,对于像“ \angle ”这样的图形,他们可能就会糊涂,这究竟是“钩”还是“角”.更高年龄段的儿童可能就会从形成“角”的角度去真正理解其本质含义,并开始懂得对情境对象依照一定的规则做符号推演(判定).

有关儿童的抽象与概括能力的发展,可以用表 1-1 表示.

表 1-1 儿童的抽象与概括能力的发展

年龄段	皮亚杰分类	布鲁纳分类	特点	活动
低年龄段	前运算阶段向具体运算阶段过渡	动作式阶段	只能形成“一级概念”(具体概念),而要形成“二级概念”(定义概念)还比较困难	往往只能依赖经验(直观)进行初步的抽象,并且是从对象的外显特征入手开始分类,凭借感觉学习形成和保持各种表象,即他们的概念还往往依赖直观或经验来支撑
中年龄段	具体运算阶段为主	映象式阶段	守恒概念逐渐形成,而且思维的不可逆性和多维性逐渐得到了发展,能将环境中的经验构成内在的表象,从而可能获得一些“二级概念	开始摆脱分类,而从事物的内部特征入手,但在获得和使用这些概念的时候,仍需一定的直观形象来支撑
高年龄段	具体运算阶段向形式运算阶段过渡	映象式阶段向符号式阶段过渡	已有一定的抽象的假设能力或对命题进行逻辑转换的能力,开始能用符号进行思维,概括能力也开始增强	能将某一类事物的本质属性推广到同类事物中去

4. 判断与推理

判断与推理也是最基本的和最主要的思维过程.所谓“判断”,就是一个由理解(概念)到结论(概念)的思维过程,它是反映事物和现象中的某些本质属性的思维过程.在数学中,命题往往是判断的一个重要形式,它是数学问题解决的重要的思维工具;所谓“推理”,就是用一种判断作出另一种判断的思维过程.它通常可以分为演绎推理、归纳推理和类比推理三种不同的形式.

直觉作用大,判断受经验的干扰以及概念不清是儿童在判断过程中常表现出来的一些特点.例如,“哥哥有 10 本书,弟弟有 6 本书,哥哥给弟弟几本书,两人就同样多?”儿童凭借直觉就会认为,将哥哥比弟弟多出的部分给弟弟后,两人就同样多了.因此,首先可以通过加强概念教学来发展儿童的判断能力,因为判断是由概念组成的,而且概念的形成与概括本身就是一个判断的过程.其次可以通过让儿童反思自己的学习过程来发展儿童简单的判断能力.总的来说,培养儿童在数学的表述与交流中能言而有据,以及基于准确的概念来反思自己的学习的能力,是发展他们的判断能力的最有效的途径.

发展儿童的推理能力也是一项重要的任务.一般说来,在小学数学的学习中,较多采用的是“不完全归纳”的推理,即从直观出发,让儿童通过观察、操作、比较,获得感知体验,从而在分析、抽象的基础上获得认知.

但对年龄稍低的儿童来说,他们对抽象的假设或命题进行逻辑转换的思维能力尚未真正形成,往往较难认识到一个判断与另一个判断之间的逻辑关系.因此,虽然演绎思维有利于培养学生言而有据的科学态度以及判断合乎逻辑的思维品质,但在具体的运用中,通常需要从最简

单的因果关系入手,以“因为……所以”这种直接演绎的方式来表达自己的观点或想法。

演绎推理、归纳推理和类比推理这三种不同的形式的特点可以从表 1-2 反映出来。

表 1-2

推理名称	思维方向	特点	教师作用	形式与过程	
演绎推理	从一般至特殊	前提为真,符合逻辑规则,则命题为真	不便于引导	直接演绎	由一个前提直接推出结论
				间接演绎	由两个或两个以上的前提推出结论
归纳推理	从特殊到一般	结论并不完全可靠	便于引导	整理事实性材料→对材料作出概括性结论→从特殊结论推出一一般结论	
类比推理	从特殊到特殊	不是一种严格的证明,而是一个依照某种逻辑关联的推测过程,结论并不完全可靠	便于引导	找出特殊的材料→对材料进行观察比较→发现其和学习对象的关联性→找出从一个特殊属性推向另一个特殊属性的可能性	

(四) 提高将数学运用于现实情境的能力是发展数学素养的基本目标

数学教育目标是为了拓展人的空间,包括数学的空间和生活的空间.拓展数学空间的最终目的还是拓展人的一般生活空间,使人的生活变得更为丰富多彩.显然,数学对每一个人来说都是有价值的。

1. 学会用数学的思想来考察现实

在现实情境中发展儿童的数学素养是一个重要的途径.因为儿童可以在这些实践、操作以及使用具体材料的过程中,有效地获取知识和技能,增进理解;运用数学知识发现和解决一系列现实生活问题;处理由其他领域或其他学科提出的问题;对数学内部的规律和原理进行探索研究,等等.概括地说,要学好数学,就要用数学对具体情境进行思考和探索.这时,学生需要学会如何面对新的事物;学生需要学会如何有逻辑地和有创意地思考;学生需要学会如何分析和解决问题;学生需要学会如何获得信息并有效地加以处理;学生需要学会如何与别人交流与沟通。

因此,数学教学应该引导儿童观察和认识周围世界最简单的数量关系,建立情境与一般法则的联系,从而激发他们超越这些规则并用数学语言来表达潜在的意识,真正使数学知识成为学生生活和思维的组成部分,这对儿童来说是非常重要的。

2. 构建普遍知识与特殊情境的联系

理解普遍的数学规则(知识)和特殊情境之间的不同,是儿童数学学习中要解决的一个关键问题,也是发展数学运用能力的一个重要任务.特殊情境中的那些规则性的成分往往并不会明确地显示出来,而要实现特殊情境中的问题解决,却又必须依照某些规则.从教学实践中不难发现,儿童在解决问题的过程中所产生的错误,在许多情况下往往并不是因为某些数学规则性知识的问题,而是因为不能抓住一般的数学规则性成分和在特殊情境中的运用之间的联系。

小学数学课程中的许多陈述性知识,往往是以严谨的命题或抽象的符号来呈现的,一旦需要将命题的推演或符号的证明转化为现实的特殊情境中的问题思考,就会给问题的表征和知识的检索带来一定的困难.例如,通过学习,儿童也许能理解并掌握乘法的意义,但是在遇到下