



高等教育土建类专业规划教材
卓越工程师系列

材料力学

学习指导与习题精解

CAILIAO LIXUE
XUEXI ZHIDAO YU XITI JINGJIE

主 编 杨 震 李 朗 韩志型
副主编 朱国权 彭 芸 罗小惠 富 裕
主 审 陈国平



重庆大学出版社

主要内容

为适应我国社会主义现代化建设和培养德智体全面发展的社会主义建设者和接班人的需要，教育部颁布了《普通高等学校本科专业目录》和《普通高等学校本科专业设置管理规定》，对本科专业进行了调整和改革。本书是根据教育部颁布的《普通高等学校本科专业目录》和《普通高等学校本科专业设置管理规定》的要求，结合我国高等工程教育改革的实际，参照国外先进教材编写而成的。本书可作为高等院校工科专业及相关专业的教材，也可供从事工程技术人员参考。

高等教育土建类专业规划教材卓越工程师系列

材料力学学习指导与习题精解

CAILIAO LIXUE XUEXI ZHIDAO YU XITI JINGJIE

主 编 杨 震 李 朗 韩志型
副主编 朱国权 彭 芸 罗小惠 富 裕
主 审 陈国平

材料力学是工科院校（门）重要课程之一。随着我国社会主义现代化建设和培养全面发展的社会主义建设者和接班人的需要，教育部颁布了《普通高等学校本科专业目录》和《普通高等学校本科专业设置管理规定》，对本科专业进行了调整和改革。本书是根据教育部颁布的《普通高等学校本科专业目录》和《普通高等学校本科专业设置管理规定》的要求，结合我国高等工程教育改革的实际，参照国外先进教材编写而成的。本书可作为高等院校工科专业及相关专业的教材，也可供从事工程技术人员参考。

本书的编写安排与主教材《材料力学》（杨震、李朗、韩志型主编，重庆大学出版社2017年出版）保持一致。全书共分11章，除绪论一章略有不同外，各章均包括四个部分，分别为：学习指导部分，按章和节列出了基本要求、知识点、重点、难点和常见问题；例题解析部分，按若干具有代表性的典型例题来叙述问题的求解过程；习题精解部分，对应于主教材习题，给出了每道习题的详细解题过程；自我检测部分，每章末附有自我检测题，用于检查对本章知识的学习效果。

本书编写分工为：
1章、彭芸编写第6章、
10章、全书插图等，
由于编者水平有限

第2章编写第4章和第
第8章、第9章和第
正。

编 者

2019年7月

重庆大学出版社

内容提要

本书是与韩志型等主编的《材料力学》相配套的学习辅导教材,旨在帮助使用者更好地理解 and 掌握主教材内容,从而更深入地理解材料力学的基本概念、基本理论和基本方法,并在此基础上进一步扩展与延伸知识面。每章都对学习内容进行了整理,对学习重点和难点进行了归纳,对易出现的问题加以分析,并结合例题进行疑难解析。最后,针对每章的习题给出了详细的参考解答。

本书可作为在校学生学习材料力学课程的参考用书,也可为从事材料力学教学的老师、准备参加研究生入学考试的学生提供帮助。

图书在版编目(CIP)数据

材料力学学习指导与习题精解/杨震,李朗,韩志

型主编. -- 重庆:重庆大学出版社,2020.1

高等教育土建类专业规划教材·卓越工程师系列

ISBN 978-7-5689-0492-6

I. ①材… II. ①杨… ②李… ③韩… III. ①材料力学—高等学校—教学参考资料 IV. ①TB301

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2019)第 086979 号

高等教育土建类专业规划教材·卓越工程师系列

材料力学学习指导与习题精解

主 编 杨 震 李 朗 韩志型

副主编 朱国权 彭 芸 罗小惠 富 裕

主 审 陈国平

责任编辑:王 婷 版式设计:王 婷

责任校对:刘 刚 责任印制:张 策

*

重庆大学出版社出版发行

出版人:饶帮华

社址:重庆市沙坪坝区大学城西路 21 号

邮编:401331

电话:(023)88617190 88617185(中小学)

传真:(023)88617186 88617166

网址:<http://www.cqup.com.cn>

邮箱:fxk@cqup.com.cn(营销中心)

全国新华书店经销

重庆升光电力印务有限公司印刷

*

开本:787mm×1092mm 1/16 印张:14 字数:351千

2020年1月第1版 2020年1月第1次印刷

印数:1—3 000

ISBN 978-7-5689-0492-6 定价:35.00元

本书如有印刷、装订等质量问题,本社负责调换

版权所有,请勿擅自翻印和用本书

制作各类出版物及配套用书,违者必究

前 言

1 材料力学是工科院校一门重要的技术基础课。为适应 21 世纪教学内容和体系的发展,许多高校都编写了多种改革教材,也对课程的教学辅助书籍提出了更新的、更高的要求。为适应这一形势的发展需要,我们编写了这本材料力学辅导书,旨在为学生学习和复习材料力学内容提供一本提纲挈领、启发思维的参考读物。

2 本书的章节安排与主教材《材料力学》(韩志型、杨震、彭芸主编,重庆大学出版社 2017 年出版)保持一致。全书共分 11 章,除绪论一章略有不同外,各章均包括四个部分,分别为:学习指导部分,提炼和概括了基本要求、知识点、重点、难点和常见问题;例题解析部分,以若干具有代表性的典型例题来阐述问题的分析思路和求解步骤;第三部分对应于主教材习题,给出了每道题的详细解题过程,着重于解题思路和分析讨论;最后为本章单元测试,用于检查对该章知识的学习效果。

3 本书编写分工为:朱国权编写第 1 章和第 2 章,罗小惠编写第 3 章,李朗编写第 4 章和第 5 章,彭芸编写第 6 章,杨震编写第 7 和第 11 章,韩志型和富裕共同编写第 8 章、第 9 章和第 10 章。全书由杨震、韩志型统稿、定稿,由陈国平审阅。

4 由于编者水平有限,书中难免有不妥甚至错误之处,恳请读者批评指正。

编 者

2019 年 7 月

4 弯曲内力	43
4.1 学习指导	43
4.2 例题解析	45
4.3 习题精解	48
4.4 单元测试	67

11 能量法	197
11.1 学习指导	198
11.2 例题解析	199
11.3 习题精解	200
11.4 单元测试	204
12 参考文献	216
13 绪论	1
13.1 学习指导	1
13.2 例题解析	2
13.3 习题精解	6
13.4 单元测试	21
14 轴向拉伸与压缩	3
14.1 学习指导	3
14.2 例题解析	4
14.3 习题精解	6
14.4 单元测试	21
15 剪切、挤压和扭转	23
15.1 学习指导	23
15.2 例题解析	26
15.3 习题精解	28
15.4 单元测试	41
16 弯曲内力	43
16.1 学习指导	43
16.2 例题解析	45
16.3 习题精解	48
16.4 单元测试	67

目 录

1 绪 论	1
1.1 学习指导	1
1.2 例题解析	2
1.3 习题精解	6
1.4 单元测试	21
2 轴向拉伸与压缩	3
2.1 学习指导	3
2.2 例题解析	4
2.3 习题精解	6
2.4 单元测试	21
3 剪切、挤压和扭转	23
3.1 学习指导	23
3.2 例题解析	26
3.3 习题精解	28
3.4 单元测试	41
4 弯曲内力	43
4.1 学习指导	43
4.2 例题解析	45
4.3 习题精解	48
4.4 单元测试	67

5 弯曲应力	69
5.1 学习指导	69
5.2 例题解析	71
5.3 习题精解	74
5.4 单元测试	87
6 弯曲变形	89
6.1 学习指导	89
6.2 例题解析	93
6.3 习题精解	95
6.4 单元测试	110
7 简单超静定问题	112
7.1 学习指导	112
7.2 例题解析	114
7.3 习题精解	116
7.4 单元测试	129
8 应力状态与强度理论	132
8.1 学习指导	132
8.2 例题解析	135
8.3 习题精解	137
8.4 单元测试	152
9 组合变形	154
9.1 学习指导	154
9.2 例题解析	157
9.3 习题精解	159
9.4 单元测试	175
10 压杆稳定	178
10.1 学习指导	178
10.2 例题解析	180
10.3 习题精解	182
10.4 单元测试	195

11 能量法	197
11.1 学习指导	197
11.2 例题解析	199
11.3 习题精解	202
11.4 单元测试	214
参考文献	216

1

绪 论

► 1.1 基本要求

- (1) 掌握工程上对构件的要求, 掌握变形固体的基本假设, 掌握杆件变形的基本形式。
- (2) 熟悉材料力学的任务, 了解构件的分类。
- (3) 掌握外力、内力、应力、位移、变形、应变等基本概念。

► 1.2 知识点

- (1) 为了保证构件的正常工作, 构件必须满足强度、刚度和稳定性要求。
- (2) 材料力学对变形固体作了连续性假设、均匀性假设和各向同性假设, 并主要研究构件在完全弹性和线弹性范围内发生的小变形问题。
- (3) 杆件的基本变形形式有轴向拉伸(或压缩)、剪切、扭转和弯曲。
- (4) 外力是指来自物体外部的力; 内力是指由于外力作用引起的构件内部各部分之间产生的附加相互作用力。
- (5) 应力是指构件截面上分布内力的集度, 应力包括正应力和切应力。

► 1.3 常见问题

- (1) 应力、应变和位移的概念容易混淆, 应注意区分。

。图 1.1.1 所示为一矩形截面杆，其横截面尺寸为 $b \times h$ ，长度为 L 。在杆的左端施加一拉力 F ，在右端施加一反向拉力 F 。试求杆的伸长量 ΔL 。

解：由图 1.1.1 所示可知，杆的横截面面积为 $A = bh$ 。在杆的左端施加一拉力 F ，在右端施加一反向拉力 F 。根据胡克定律，杆的伸长量为 $\Delta L = \frac{FL}{EA}$ 。将 $A = bh$ 代入，得 $\Delta L = \frac{FL}{Ebh}$ 。

1

绪论

1.1 学习指导

► 1.1.1 基本要求

- (1) 掌握工程上对构件的要求，掌握变形固体的基本假设，掌握杆件变形的基本形式。
- (2) 熟悉材料力学的任务，了解构件的分类。
- (3) 掌握外力、内力、应力、位移、变形、应变等基本概念。

► 1.1.2 知识点

- (1) 为了保证构件的正常工作，构件必须满足强度、刚度和稳定性要求。
- (2) 材料力学对变形固体作了连续性假设、均匀性假设和各向同性假设，并主要研究构件在完全弹性和线弹性范围内发生的小变形问题。
- (3) 杆件的基本变形形式有轴向拉伸（或压缩）、剪切、扭转和弯曲。
- (4) 外力是指来自物体外部的力；内力是指由于外力作用引起的构件内部各部分之间产生的附加相互作用力。
- (5) 应力是指构件截面上分布内力的集度；应变包括正应变和切应变。

► 1.1.3 常见问题

- (1) 位移、变形和应变的概念容易混淆，应注意区分。

(2) 均匀性假设和各向同性假设不易理解透彻。

1.2 例题解析

【例题 1.1】如图 1.1 所示为一矩形截面薄板，受均布荷载 q 作用，已知边长 $l=400$ mm，受力后沿 x 方向均匀伸长 $\Delta l=0.05$ mm。试求板中 a 点沿 x 方向的正应变。

【解】由于矩形截面薄板沿 x 方向均匀受力，可认为板内各点沿 x 方向具有正应力与正应变，且处处相同，所以平均应变即 a 点沿 x 方向的正应变。

$$\varepsilon_a = \frac{\Delta l}{l} = \frac{0.05}{400} = 125 \times 10^{-6}$$

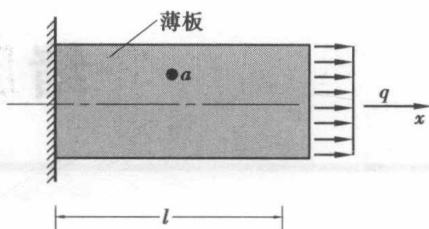


图 1.1 例题 1.1 图

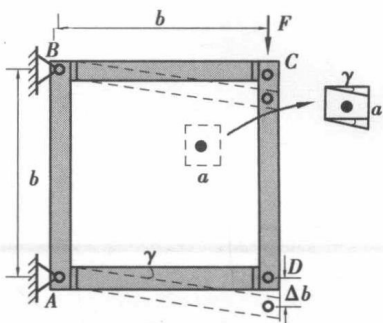


图 1.2 例题 1.2 图

【例题 1.2】如图 1.2 所示为一嵌于四连杆机构内的薄方板， $b=250$ mm。若在力 F 作用下 CD 杆下移 $\Delta b=0.025$ mm，试求薄板中 a 点的切应变。

【解】由于薄方板变形受四连杆机构的制约，可认为板中各点均产生切应变，且处处相同。

$$\gamma_a = \gamma \approx \tan \gamma = \frac{\Delta b}{b} = \frac{0.025}{250} = 100 \times 10^{-6}$$

图 2-1 例 2-1 图

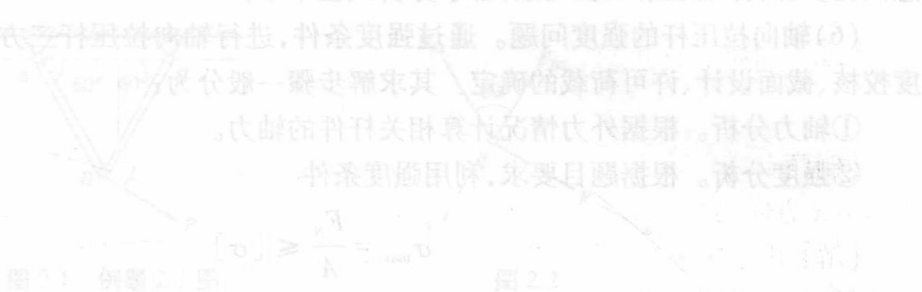


图 2-1 例 2-1 图

图 2-1

2

轴向拉伸与压缩

2.1 学习指导

► 2.1.1 基本要求

- (1) 掌握轴向拉压杆件轴力的计算,并能够正确绘制轴力图。
- (2) 能够正确计算轴向拉压杆横截面上的应力,并进行强度校核。
- (3) 熟悉并掌握典型塑性材料(低碳钢)和脆性材料(铸铁)轴向拉压时的力学性能。
- (4) 掌握轴向拉压杆变形的计算。

► 2.1.2 知识点

(1) 轴力。由于轴向拉压杆外力合力的作用线与杆的轴线重合,故其内力合力的作用线也必然与杆轴线重合,该内力称为轴力。

(2) 轴力图。可以用轴力图来表示横截面上的内力沿着轴线变化的情况。

(3) 横截面上正应力的计算。通过正应力计算公式

$$\sigma = \frac{F_N}{A}$$

可计算出不同横截面上的正应力。

(4) 斜截面上的应力。在斜截面上不但有正应力,还有切应力,应特别注意正应力和切应力取极值时的一些特殊截面。

(5) 轴向拉压时材料的力学性能。熟悉低碳钢和铸铁轴向拉伸和压缩时的力学性能,熟悉试验步骤,仔细观察试验现象,善于分析试验结果。

(6) 轴向拉压杆的强度问题。通过强度条件,进行轴向拉压杆三方面的强度计算——强度校核、截面设计、许可荷载的确定。其求解步骤一般分为:

① 轴力分析。根据外力情况计算相关杆件的轴力。

② 强度分析。根据题目要求,利用强度条件

$$\sigma_{\max} = \frac{F_N}{A} \leq [\sigma]$$

进行强度校核、横截面设计或者许可荷载的确定。

(7) 轴向拉压杆变形的计算。轴向拉压杆变形的计算一般包括两种计算:一种是计算某杆的伸长或缩短;另一种是计算结点的位移。对某杆进行变形计算时,可通过公式 $\Delta l = \frac{F_N l}{EA}$ 来

进行计算。需要注意的是,如果该杆受多个外力的作用,其总变形应分段进行计算,最后求其代数数和。在计算的过程中,轴力的正负号一定要代入。在进行结点位移的计算时,一般采用以切代弧的方法来进行计算,也可以采用第 11 章介绍的能量法进行计算。一般先求解结点的水平位移和竖直位移,再求其最终的位移。结点位移求解(以切代弧方法)的一般步骤如下:

① 轴力的计算。根据已知外力求出各杆的轴力。

② 变形的计算。根据轴力及已知条件求出各杆的伸长量或缩短量。

③ 结点位移的计算。画出结构变形后的示意图,以切代弧,考虑结构之间的几何尺寸,分别求出结点的水平位移和竖直位移,然后求出最终结点的位移。

(8) 应力集中现象。注意该现象,在生活工作中对脆性材料应加以避免。

► 2.1.3 常见问题

(1) 轴力的正负问题。初次接触的时候,经常会把轴力的正负号弄错。

(2) 结点位移的分析问题。在画结点受力之后的变形示意图时,要注意各杆变形应与其受力情况相对应。应用以切代弧时,应清楚以什么为圆心,以什么为半径画圆弧,其切线应是哪一点的切线。

2.2 例题解析

【例题 2.1】 如图 2.1 所示的结构上作用荷载 F , AB 杆为钢杆,其横截面直径 $d = 20$ mm; BC 杆为木杆,其横截面为边长 $a = 100$ mm 的正方形。已知 $F = 20$ kN,许用应力 $[\sigma]_{\text{钢}} = 160$ MPa, $[\sigma]_{\text{木}} = 10$ MPa,试对该结构进行强度校核。

【分析】 该题主要考查轴向拉压杆的强度计算。由于 AB 杆和 BC 杆的材料不同,其许用应力也不相同,故需要分别校核其强度。由题意可计算出两杆的横截面面积,只需要再计算出两杆的轴力,就可以通过正应力的计算公式进行强度校核。显然, AB 杆和 BC 杆均为二力

杆,要计算各杆的轴力,可用截面法截取结点 B 附近的部分杆件进行受力分析,从而计算出相应的轴力。

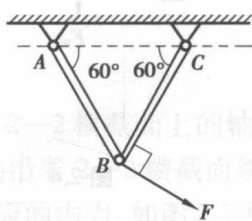


图 2.1 例题 2.1 图

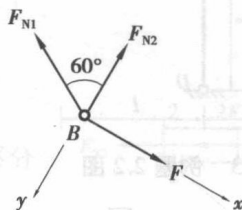


图 2.2

【解】(1) 计算各杆轴力。取结点 B 进行分析,建立坐标系,其受力图如图 2.2 所示。

由平衡方程

$$\begin{aligned} \sum F_x = 0 & \quad F - F_{N1} \cos 30^\circ = 0 \\ \sum F_y = 0 & \quad -F_{N2} - F_{N1} \sin 30^\circ = 0 \end{aligned}$$

解得

$$F_{N1} = \frac{2\sqrt{3}}{3}F, \quad F_{N2} = -\frac{\sqrt{3}}{3}F$$

(2) 校核钢杆的强度。

钢杆横截面上受到的正应力为:

$$\sigma_{AB} = \frac{F_{N1}}{A_{AB}} = \frac{\frac{2\sqrt{3}}{3}F}{\frac{\pi d^2}{4}} = 73.5 \text{ MPa} < [\sigma]_{\text{钢}}$$

钢杆满足强度条件。

(3) 校核木杆的强度。

木杆横截面上受到的正应力为:

$$\sigma_{BC} = \left| \frac{F_{N2}}{A_{BC}} \right| = \left| \frac{-\frac{\sqrt{3}}{3}F}{\frac{\pi a^2}{4}} \right| = 1.2 \text{ MPa} < [\sigma]_{\text{木}}$$

木杆满足强度条件。

综上,该结构满足强度条件。

【例题 2.2】如图 2.3 所示, AB 是刚性杆,在 B 端受力偶 M_e 作用,已知 CD 杆的截面积 $A = 500 \text{ mm}^2$, $E = 200 \text{ GPa}$, $[\sigma] = 160 \text{ MPa}$, $l = 1 \text{ m}$ 。试求此结构所能承受的最大荷载 M_e 。以及此时 B 点的位移 δ_B 。

【分析】由于 AB 杆是刚性杆,不考虑其强度以及变形,仅考虑轴向拉压 CD 杆的强度、变形的计算,因此,对于题目要求计算的最大荷载 M_e ,只需要根据 CD 杆满足强度条件就可以计算出来。对题目要求计算 B 点的位移 δ_B ,除了要考虑 CD 杆的变形,还要考虑结构变形后的几何关系。

【解】(1) 计算 CD 杆的轴力。取 AB 杆为研究对象,其受力图如图 2.4 所示。

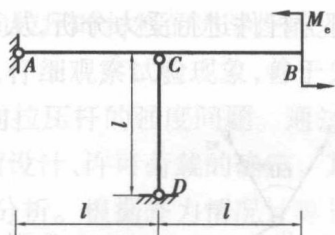


图 2.3 例题 2.2 图

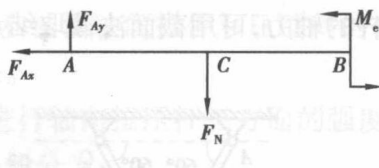


图 2.4

$$\sum M_A = 0 \quad F_N \times 1 \text{ m} - M_e = 0$$

(2) 确定最大荷载 M_e 。

由强度条件

$$\sigma = \frac{F_N}{A} \leq [\sigma]$$

可得

$$F_N \leq A[\sigma] = 500 \text{ mm}^2 \times 160 \text{ MPa} = 80 \text{ kN}$$

故

$$M_e = F_N \times 1 \text{ m} = 80 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

(3) 计算 B 点的位移 δ_B 。

CD 杆的变形

$$\Delta l_{CD} = \frac{F_N l_{CD}}{EA} = \frac{80 \text{ kN} \times 1 \text{ m}}{200 \text{ GPa} \times 500 \text{ mm}^2} = 0.8 \text{ mm}$$

考虑变形后的几何关系, 可知

$$\delta_B = 2\Delta l_{CD} = 1.6 \text{ mm} (\uparrow)$$

2.3 习题精解

【习题 2.1】试求图 2.5 中各杆 1—1 和 2—2 横截面上的轴力, 并作杆件的轴力图。

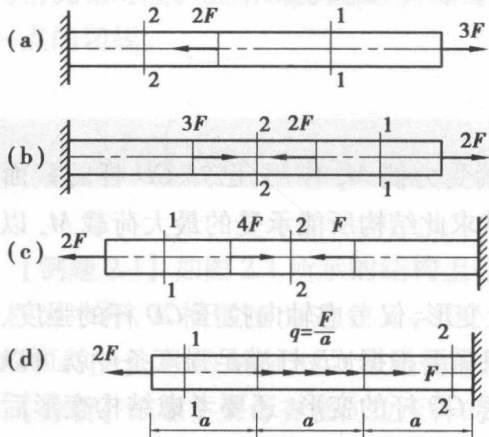


图 2.5 习题 2.1 图

【解】(a) 解: 根据外力可知, 该杆分为 2 段, 分别计算其内力。

(1) 用截面法求 1—1 横截面上的轴力。

①用假想的平面沿着 1—1 横截面切开, 留下右部分进行研究, 并代入相应的内力, 如图 2.6 所示。

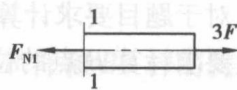


图 2.6

②根据平衡条件,由平衡方程

$$\sum F_x = 0, \quad 3F - F_{N1} = 0$$

解得

$$F_{N1} = 3F$$

(2)用截面法求 2—2 横截面上的轴力。

①用假想的平面沿着 2—2 横截面切开,留下右部分

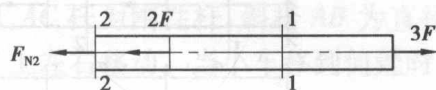


图 2.7

进行研究,并代入相应的内力,如图 2.7 所示。

②根据平衡条件,由平衡方程

$$\sum F_x = 0, \quad 3F - 2F - F_{N2} = 0$$

解得

$$F_{N2} = F$$

(3)画轴力图,如图 2.8 所示。轴力图坐标原点与杆的左端对齐。

(b)解: $F_{N1} = 2F, F_{N2} = 0$ 。画轴力图如图 2.9 所示。

(c)解: $F_{N1} = 2F, F_{N2} = -F$ 。画轴力图如图 2.10 所示。

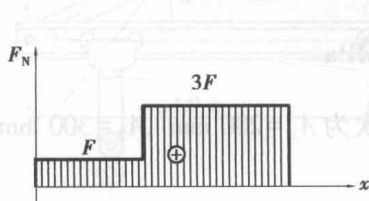


图 2.8

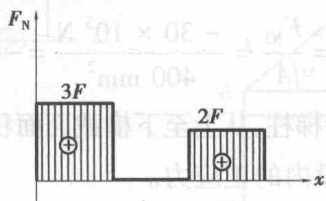


图 2.9

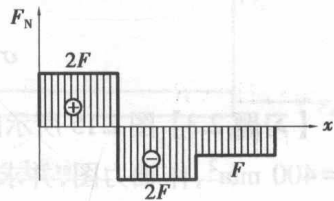


图 2.10

(d)解:根据外力可知,该杆分为 3 段,分别计算其内力。

用同样的分析方法,可求出左右两个分段的轴力。

$$F_{N1} = 2F$$

$$F_{N2} = 0$$

对于中间一段,在如图 2.11 所示位置切开,保留左边一部分,代入相应的内力。

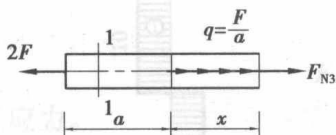


图 2.11

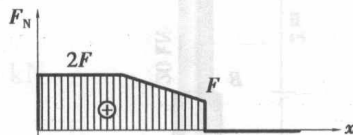


图 2.12

根据平衡条件,由平衡方程

$$\sum F_x = 0, \quad -2F + qx + F_{N3} = 0$$

解得

$$F_{N3} = 2F - \frac{F}{a}x \quad (0 \leq x < a)$$

画轴力图如图 2.12 所示。

【习题 2.2】试求图 2.13 所示等直杆横截面 1—1, 2—2 和 3—3 上的轴力,并作轴力图。若横截面面积 $A = 400 \text{ mm}^2$, 试求各横截面上的应力。

【解】(1)用截面法计算各横截面上的轴力。

$$F_{N1} = 30 \text{ kN}, F_{N2} = -10 \text{ kN}, F_{N3} = -30 \text{ kN}$$

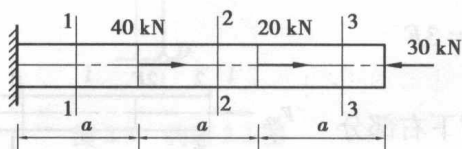


图 2.13 习题 2.2 图

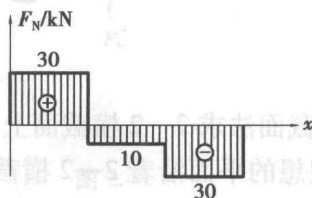


图 2.14

(2)画轴力图,如图 2.14 所示。

(3)计算各段横截面上正应力。

$$\sigma_{1-1} = \frac{F_{N1}}{A} = \frac{30 \times 10^3 \text{ N}}{400 \text{ mm}^2} = 75 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{2-2} = \frac{F_{N2}}{A} = \frac{-10 \times 10^3 \text{ N}}{400 \text{ mm}^2} = -25 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{3-3} = \frac{F_{N3}}{A} = \frac{-30 \times 10^3 \text{ N}}{400 \text{ mm}^2} = -75 \text{ MPa}$$

【习题 2.3】图 2.15 所示的阶梯柱,从上至下横截面面积依次为 $A_1 = 200 \text{ mm}^2$, $A_2 = 300 \text{ mm}^2$, $A_3 = 400 \text{ mm}^2$,作轴力图,并求各段内的正应力。

【解】(1)作轴力图。

该柱分为上中下 3 段,各段的轴力分别为:

$$F_{N1} = -10 \text{ kN}, F_{N2} = 10 \text{ kN}, F_{N3} = -20 \text{ kN}$$

画轴力图,如图 2.16 所示。

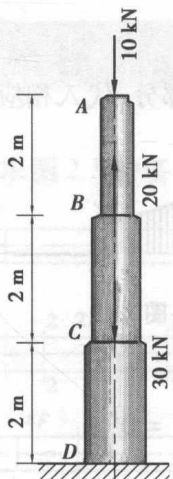


图 2.15 习题 2.3 图

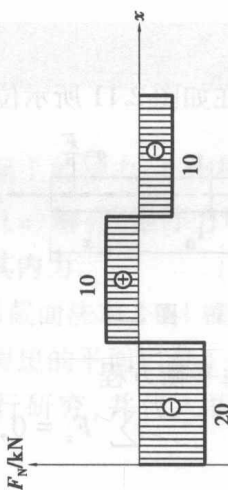


图 2.16

(2)计算各段的正应力。

$$\sigma_{AB} = \frac{F_{NAB}}{A} = \frac{-10 \times 10^3 \text{ N}}{200 \text{ mm}^2} = -50 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{BC} = \frac{F_{NBC}}{A} = \frac{10 \times 10^3 \text{ N}}{300 \text{ mm}^2} = 33.33 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{CD} = \frac{F_{NCD}}{A} = \frac{-20 \times 10^3 \text{ N}}{400 \text{ mm}^2} = -50 \text{ MPa}$$

【习题 2.4】如图 2.17 所示为一旋臂吊车的计算简图, AC 杆为刚性杆, 斜杆 AB 为直径 $d=20 \text{ mm}$ 的钢杆, 起吊的荷载 $W=20 \text{ kN}$, 小车可以在梁 AC 上左右移动。当小车移到何处时, 斜杆 AB 横截面上的应力最大? 等于多少?

【解】(1) 计算轴力。

当小车移动到靠近铰 A 时, 斜杆 AB 横截面上的正应力最大。取 AC 杆为研究对象, 受力图如图 2.18 所示。

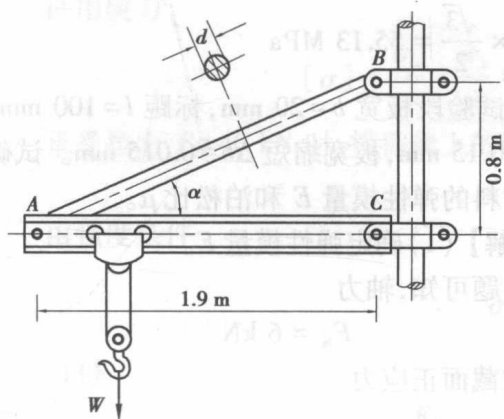


图 2.17 习题 2.4 图

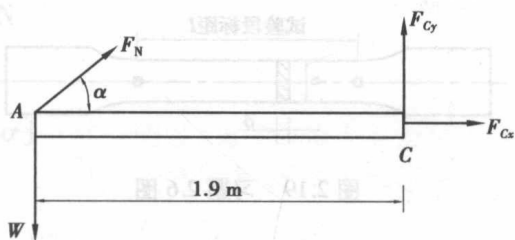


图 2.18

根据平衡条件, 列平衡方程为

$$\sum M_C = 0, \quad W \times 1.9 - F_N \sin \alpha \times 1.9 = 0$$

$$20 \times 1.9 - F_N \times \frac{0.8}{\sqrt{0.8^2 + 1.9^2}} \times 1.9 = 0$$

解得

$$F_N = 51.54 \text{ kN}$$

(2) 计算正应力。

$$\sigma = \frac{F_N}{A} = \frac{51.54 \times 10^3 \text{ N}}{\frac{1}{4} \times \pi \times 20^2 \text{ mm}^2} = 164.05 \text{ MPa}$$

【习题 2.5】直径为 10 mm 的圆杆, 在拉力 $F=10 \text{ kN}$ 的作用下, 试求最大切应力, 并求与横截面的夹角为 $\alpha=30^\circ$ 的斜截面上的正应力及切应力。

【解】(1) 计算最大切应力。

最大切应力发生在 45° 的斜截面上, 由题可知:

轴力

$$F_N = 10 \text{ kN}$$

横截面上正应力

$$\sigma = \frac{F_N}{A} = \frac{10 \times 10^3 \text{ N}}{\frac{1}{4} \times \pi \times 10^2 \text{ mm}^2} = 127.32 \text{ MPa}$$

则最大切应力

$$\tau_{\max} = \tau_{45^\circ} = \frac{1}{2} \sigma = 63.66 \text{ MPa}$$

(2) 计算 $\alpha = 30^\circ$ 的斜截面上的正应力及切应力。

$$\sigma_{30^\circ} = \sigma \cos^2 \alpha = 127.32 \text{ MPa} \times \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \right)^2 = 95.49 \text{ MPa}$$

$$\tau_{30^\circ} = \frac{\sigma}{2} \sin 2\alpha = \frac{127.32}{2} \text{ MPa} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 55.13 \text{ MPa}$$

【习题 2.6】如图 2.19 所示试样，厚度 $\delta = 2 \text{ mm}$ ，试验段板宽 $b = 20 \text{ mm}$ ，标距 $l = 100 \text{ mm}$ 。在轴向拉力 $F = 6 \text{ kN}$ 的作用下，测得试验段伸长 $\Delta l = 0.15 \text{ mm}$ ，板宽缩短 $\Delta b = 0.015 \text{ mm}$ 。试确定该材料的弹性模量 E 和泊松比 μ 。



图 2.19 习题 2.6 图

【解】(1) 确定弹性模量 E 。

由题可知，轴力

$$F_N = 6 \text{ kN}$$

横截面正应力

$$\sigma = \frac{F_N}{A} = \frac{6 \times 10^3 \text{ N}}{20 \times 2 \text{ mm}^2} = 150 \text{ MPa}$$

纵向线应变

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l} = \frac{0.15 \text{ mm}}{100 \text{ mm}} = 0.0015$$

由胡克定律

$$\sigma = E\varepsilon$$

可得

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon} = \frac{150 \text{ MPa}}{0.0015} = 10^5 \text{ MPa} = 100 \text{ GPa}$$

(2) 确定泊松比 μ

横向线应变

$$\varepsilon' = \frac{\Delta b}{b} = \frac{-0.015 \text{ mm}}{20 \text{ mm}} = -0.00075$$

泊松比

$$\mu = \left| \frac{\varepsilon'}{\varepsilon} \right| = \left| \frac{-0.00075}{0.0015} \right| = 0.5$$

【习题 2.7】某种材料的试样，直径 $d = 10 \text{ mm}$ ，标距 $l_0 = 100 \text{ mm}$ ，由拉伸试验测得其拉伸曲线如图 2.20 所示，其中 d 为断裂点。试求：①此材料的延伸率约为多少？②由此材料制成的构件，承受拉力 $F = 40 \text{ kN}$ ，若取安全系数 $n = 2$ ，求构件所需的横截面面积。