

Structural Modal Analysis and Damage
Diagnosis Based on Blind Source Separation

基于盲源分离的结构模态 参数识别与损伤诊断

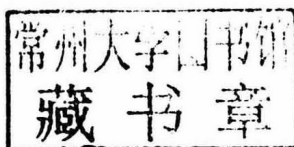
韦灼彬 高屹 曹军宏 吴森 著



国防工业出版社
National Defense Industry Press

基于盲源分离的结构模态 参数识别与损伤诊断

韦灼彬 高屹 曹军宏 吴森 著



国防工业出版社

·北京·

内 容 简 介

本书以大型复杂结构健康监测技术研究为背景,以钢结构平台为研究对象,主要对基于盲源分离技术的结构振动信号分析处理进行了比较深入的研究。重点阐述了结构振动响应的信噪分离、基于二阶统计量的盲源分离算法中的时延优化选择、可识别复模态参数的扩展型二阶盲辨识算法以及基于盲源分离特征提取的损伤识别方法。

本书可供从事结构健康监测研究的技术人员阅读,也可作为土木工程、船舶与海洋工程学科专业教师与研究生的参考用书。

图书在版编目(CIP)数据

基于盲源分离的结构模态参数识别与损伤诊断/韦灼彬等著. —北京:国防工业出版社,2019.9

ISBN 978-7-118-11938-1

I. ①基… II. ①韦… III. ①结构振动—信号分析—研究 IV. ①O327

中国版本图书馆CIP数据核字(2019)第176009号

※

国防工业出版社出版发行

(北京市海淀区紫竹院南路23号 邮政编码100048)

三河市众誉天成印务有限公司印刷

新华书店经售

*

开本 710×1000 1/16 印张 8½ 字数 135千字

2019年9月第1版第1次印刷 印数 1—1500册 定价 72.00元

(本书如有印装错误,我社负责调换)

国防书店:(010)88540777

发行邮购:(010)88540776

发行传真:(010)88540755

发行业务:(010)88540717

前言

盲源分离(Blind Source Separation, BSS)是近年发展起来的一种有效的信号处理新技术,它是人工神经网络、统计信号处理、信息理论相结合的产物。BSS技术的最大优势在于,在信号传输通道未知且仅有少量源信号先验知识的情况下,能够把多个源信号从测量信号中分离出来,所以BSS技术在解决信号传输通道复杂或源信号先验知识未知的情况时显示出了强大的生命力。

本书研究将BSS技术引入到结构振动信号处理中,利用BSS的统计特性对测量信号进行信噪分离、结构模态参数识别、特征提取以及结构损伤诊断。主要工作包括以下几个方面:

(1)阐述了BSS算法的发展历史、研究现状以及存在问题。一是从总体上概括了BSS的基本理论与方法、基于BSS假设条件和固有的两个不确定性描述了BSS模型,简要介绍了BSS涉及的数学基础知识和预处理方法,讨论了BSS的两个核心部分,即目标函数和优化算法。二是从信息论和统计理论上介绍了常用的各种目标函数。将优化算法概括为三种类型:每次迭代利用全部样本数据的批处理算法;随着数据采集进程不断自动更新处理的自适应算法;每次只提取一个“感兴趣”成分的逐层分离法。

(2)鉴于在实际工程结构振动中,测量信号中掺杂的噪声往往来自独立于有用信号的干扰振动源,因而把这种噪声看作一个独立的源信号进行BSS是可行的。本书针对脉冲和正弦两种源信号的结构混合振动响应,分别采用快速独立分量分析(FastICA)和二阶盲辨识(SOBI)算法从混合信号中将有用信号分离出来,从而实现了信噪分离。

(3)鉴于在基于时间结构的BSS算法中,时延的选择对算法的计算复杂度和最后的信号盲分离效果都有着较大的影响,传统的选择方法一般是直接采用前面几个最小的自然数,但是这样做并不能总是取得很好的效果。针对基于信号时间结构的BSS算法中时延选择问题,提出了一种基于量子遗传算

法(QGA)的时延自适应优化选择方法。首先采用量子编码来表征染色体,量子坍塌的随机观察结果与时延相结合形成种群;然后对若干时延二阶相关矩阵同时近似对角化,利用分离信号的负熵构造适应度函数;最后通过量子旋转门算子来实现染色体的演化更新,从而实现时延的优化组合。

(4)针对普通 BSS 算法不能识别复模态参数的不足,提出了基于非对称非正交联合近似对角化的扩展型 SOBI 的模态参数识别方法。首先基于复模态理论,应用希尔伯特变换增加虚拟测点,对原信号进行有效的扩阶来构建分析信号;然后白化处理分析信号,对不同时延的二阶协方差矩阵进行非对称非正交联合近似对角化,得到的混合矩阵作为模态振型;最后对单自由度模态响应提取模态频率和阻尼比,从而实现了对结构模态参数的识别。

(5)为了提取更敏感的结构损伤特征量,提出了一种基于 BSS 混合矩阵和独立分量统计量的组合特征参数。为了验证该特征量的有效性和适用性,将特征量分别输入到三种状态分类器,即基于量子理论和 L-M 自适应调整策略的改进型量子 BP 神经网络分类器、基于统计学习理论的支持向量机分类器、基于样本协方差矩阵的 Mahalanobis 距离非监督判别法进行了结构损伤识别。

作者课题组开展大型复杂结构健康监测研究形成了本书主要理论,并将理论成果进行了工程应用。研究工作得到了科研项目“大型复杂结构健康监测技术及应用研究”的资金资助,在此表示感谢。

限于作者水平,书中难免存在一些不足,敬请专家和读者批评指正。

作者

2019年4月

主要符号说明

c_1, c_2, c_3, c_4	均值, 方差, 斜度, 峭度
e, E	误差向量, 误差函数
n_p, n_d, n_g	种群规模, 染色体长度, 最大进化迭代数
p_c, p_m	交叉概率, 变异概率
$x(t), \dot{x}(t), \ddot{x}(t)$	位移向量, 速度向量, 加速度向量
x, y, s	观测信号向量, 分离信号向量, 源信号向量
x_0, x_{90}	原始观测信号, 相位平移 90° 后的观测信号
s_0, s_{90}	原始源信号, 相位平移 90° 后的源信号
z, Z	球化信号向量, 球化信号矩阵
$q, q_i(t)$	模态坐标向量, 正规坐标
τ, C_τ^x	时延, 信号 x 的时延协方差矩阵
C, K, M	阻尼矩阵, 刚度矩阵, 质量矩阵
X, Y, S	观测信号矩阵, 分离信号矩阵, 源信号矩阵
Φ, Φ_0, Φ_{90}	振型矩阵, 原始振型矩阵, 相位平移 90° 的振型矩阵
α, β	量子比特状态的复数概率
$\theta, \Delta\theta, U(\theta)$	量子旋转角, 量子旋转角增量, 量子旋转门
$\xi_i, \omega_i, \varphi_i, \varphi_i$	第 i 阶模态的阻尼比, 频率, 相位角, 振型系数
η	学习率
$w, \Delta w$	连接权值, 连接权值的增量
$[\cdot]^T, [\cdot]^H$	矩阵转置, 矩阵复共轭转置
AMUSE	多个未知信号抽取的算法

BSS	盲源分离
FOBI	四阶盲辨识
GA, QGA	遗传算法, 量子遗传算法
JAD, JADE	联合近似对角化, 联合近似对角化算法
ICA, FastICA	独立分量分析, 快速独立分量分析
PCA	主成分分析
SOBI	二阶盲辨识
TDSEP	时间解相关盲源分离

目录

第 1 章 绪论	001
1.1 概述	001
1.2 本书研究的目的及意义	001
1.3 结构模态识别的研究现状	005
1.3.1 模态参数频域识别法	005
1.3.2 模态参数时域识别法	007
1.3.3 模态参数时频识别法	008
1.4 结构损伤识别的研究现状	009
1.4.1 基于动力指纹的损伤识别	009
1.4.2 基于模型修正的损伤识别	010
1.4.3 基于神经网络的损伤识别	011
1.4.4 基于进化算法的损伤识别	013
1.5 盲源分离技术的研究现状	014
1.5.1 基于源信号统计特征的盲源分离	014
1.5.2 基于源信号结构特征的盲源分离	015
1.5.3 基于源信号非平稳性的盲源分离	016
1.5.4 BSS 算法的快速性	017
1.5.5 BSS 算法分离效果的评价指标	017
1.5.6 BSS 算法分离的不确定性	017
1.6 本书主要研究内容	018
第 2 章 盲源分离的基本理论和方法	020
2.1 概述	020
2.2 盲源分离模型描述	021
2.2.1 盲源分离的数学模型	021
2.2.2 盲源分离的基本假设	022
2.2.3 盲源分离的不确定性	024

2.3	盲源分离的数学基础	025
2.3.1	概率论与统计基础	025
2.3.2	信息论基础	027
2.4	盲源分离的预处理	030
2.4.1	中心化	030
2.4.2	白化	031
2.5	盲源分离的目标函数	033
2.5.1	基于极大似然估计的目标函数	033
2.5.2	基于互信息最小化的目标函数	034
2.5.3	基于非高斯最大化的目标函数	035
2.6	盲源分离的优化算法	035
2.6.1	批处理算法	036
2.6.2	自适应算法	036
2.6.3	逐层分离法	038
2.7	基于盲源分离的信噪分离	039
2.7.1	FastICA 基本理论	039
2.7.2	SOBI 基本理论	042
2.7.3	信噪分离试验	043
2.8	本章小结	046
第3章 基于量子遗传算法的时源盲分离的时延优化选择		047
3.1	概述	047
3.2	时源盲分离的基本模型	048
3.2.1	AMUSE 算法	049
3.2.2	TDSEP 算法	050
3.3	遗传算法	051
3.3.1	染色体编码	051
3.3.2	适应度函数	052
3.3.3	遗传算子	054
3.3.4	GA 控制参数	055
3.4	量子遗传算法	055
3.4.1	量子染色体	056
3.4.2	QGA 描述	058
3.4.3	量子进化	059
3.5	语音仿真试验	060

3.6 本章小结	064
第4章 基于改进型盲源分离的结构模态参数识别	065
4.1 概述	065
4.2 结构振动响应与盲源分离	066
4.2.1 自由振动响应分析	066
4.2.2 振动响应模型与 BSS 模型	067
4.3 非对称非正交联合对角化算法	068
4.3.1 非对称非正交 JAD 的代价函数	068
4.3.2 非对称非正交 JAD 的算法实现	069
4.4 基于扩展型 SOBI 的模态参数识别	072
4.5 试验与分析	074
4.5.1 复模态系统仿真试验	074
4.5.2 钢框架结构模型试验	078
4.6 本章小结	085
第5章 基于盲源分离特征提取的结构损伤识别研究	086
5.1 概述	086
5.2 ICA 特征提取	088
5.3 基于 ICA-QBP 的结构损伤判别	089
5.3.1 量子位和通用量子门	090
5.3.2 量子神经元模型	091
5.3.3 QBP 网络模型	092
5.3.4 QBP 网络学习算法	093
5.3.5 ICA-QBP 损伤判别流程	095
5.3.6 ICA-QBP 试验研究	095
5.4 基于 ICA-SVM 的结构损伤识别	100
5.4.1 最优分类超平面	100
5.4.2 线性可分 SVM 算法	102
5.4.3 线性不可分 SVM 算法	103
5.4.4 内积核函数	104
5.4.5 ICA-SVM 损伤识别流程	106
5.4.6 ICA-SVM 试验研究	107
5.5 基于 ICA-Maha 的结构损伤识别	108
5.5.1 Mahalanobis 距离理论	108

5.5.2 ICA-Maha 损伤识别流程	109
5.5.3 ICA-Maha 试验研究	110
5.6 本章小结	111
第6章 总结与展望	112
6.1 总结	112
6.2 展望	113
参考文献	115

1.1 概述

盲源分离(Blind Source Separation, BSS)是在源信号与传输通道特性未知的情况下,仅根据源信号的统计特性,从观测信号(混合信号)中提取或恢复源信号的一种有效信号处理新技术。典型的例子是鸡尾酒会问题,即在一个同时存在众多谈话者的环境中,由传声器记录谈话者声音的混合信号,通过BSS技术,分离出每个谈话者或特定的谈话者的声音信号。这里的“盲”有两重含义:第一,源信号是未知的,即不能被观测;第二,源信号的混合方式是未知的,即信号传输通道参数是未知的。显然,当源信号与传输通道参数都未知或比较复杂时,BSS技术是一种很自然的选择。

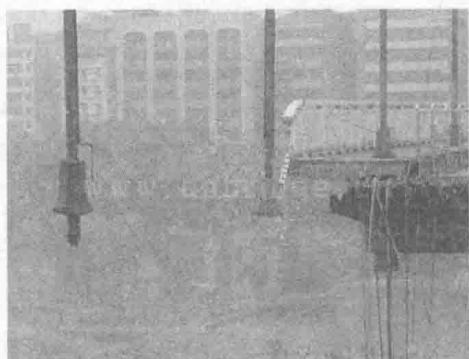
近20多年来BSS已成为信号处理领域最热门的研究课题之一,其研究内容取得了突飞猛进的进展,已有诸多著作面世^[1-7]。BSS技术已在语音识别、图像处理^[1]、生物医学信号处理^[2]、机械故障检测^[3,8-12]、结构模态参数识别^[13-15]、结构损伤诊断^[16-20]等领域显示出了十分诱人的应用前景。

1.2 本书研究的目的及意义

土木工程结构是国家基础设施的重要组成部分,它们的“健康”状况是人民生命和财产安全的重要保障。随着我国经济建设的高速发展,建筑和交通事业得到了长足的进步。然而土木工程结构在长达几十年甚至上百年的服役期间,由于环境侵蚀、材料老化和荷载的长期效应、疲劳效应与突变效应等因素的耦合作用将不可避免地导致结构的损伤积累和抗力衰减,造成结构抵御

各种作用的能力下降。在这种情况下,土木工程基础设施的安全性和可靠性将受到严峻挑战。如果结构的损伤不能被及时发现并得到相应的维修,不仅会影响结构的正常使用,缩短结构的使用寿命,极端情况下甚至会发生结构突然破坏或倒塌的灾难性事故^[16,21-26]。

例如,2001年11月7日,曾被评为四川十大标志性建筑——号称“亚洲第一拱”的长江上游宜宾市南门大桥的4对承重钢缆吊杆突然断裂,导致大桥两端发生坍塌(图1.1(a))。该桥建成通车至垮塌事故不到12年。湖北境内的黄石长江大桥从1995年12月通车至今,桥梁裂缝众多,已经有非常明显的不可恢复的永久性变形,并且发生船只撞桥事故数十起,桥梁的安全问题令人担忧。1999年重庆市綦江彩虹大桥突然倒塌造成的悲剧,给重庆留下了惨痛的教训(图1.1(b))。2000年宁波市招宝山大桥的意外断裂,使数亿元的投资付诸东流。工程事故在国外也是频繁发生。例如,1994年韩国首尔的圣水大桥中间跨断裂(图1.1(c))。2001年葡萄牙发生的垮桥事故造成70余人丧生。2004年法国戴高乐机场屋顶部分坍塌(图1.1(d))^[25]。这一切对工程界产生了极大震动,也使人们对很多工程结构的安全产生了疑问。



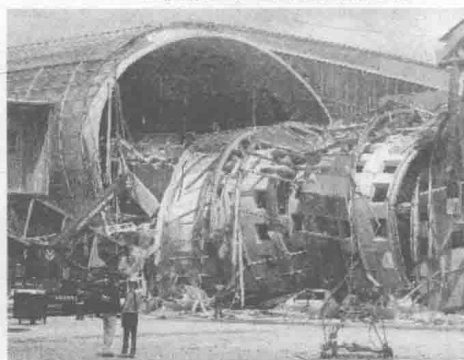
(a) 宜宾南门大桥桥面断裂坍塌



(b) 重庆綦江彩虹大桥突然倒塌



(c) 韩国圣水大桥中间跨断裂



(d) 法国戴高乐机场屋顶部分坍塌

图 1.1 发生事故的大型土木工程结构

此外,我国有大部分大型基础设施是在 20 世纪五六十年代建造的,经过多年使用,这些大型基础设施的安全性越来越受到人们的密切关注。例如,湖北省武汉长江大桥使用先后被过往的船只撞击过数十次,桥梁的安全性和剩余寿命令人担忧^[21]。

有关资料显示^[16,27,28],美国现有大约 60 万座桥梁,其中约有 1/3 的桥梁功能缺失或有结构缺陷,需要进行更新和适当修复,大概需要今后 20 年每年投资 94 亿美元。在英国,据报道也有近 1/3 的桥梁需要修复。在加拿大,为修复桥梁损坏的全部基础设施估计需耗费 5000 亿美元。而日本的新干线使用不到 10 年,就出现了大面积的混凝土开裂和剥蚀,今后用于检测和修复的费用将相当巨大。

我国的工程结构现状也很严峻。目前,国内现有城镇建筑面积已经超过 70 亿 m^2 ,其中大约 1/2 是在 20 世纪 60 年代以前建成的,它们已进入中老年期,有近 35 亿 m^2 的建筑物有可能出现质量问题,其中近 10 亿 m^2 急需维修加固才能正常使用^[29]。从 2000 年度全国桥梁普查资料来看,我国已建成通车的 278809 座桥梁,查出危桥 9597 座。至 2003 年年底,全国公路网中尚有危桥 10443 座。随着我国经济建设的发展,交通流量与日俱增,车辆载重不断提升,基础设施面临的压力将越来越大。

因此,为了保障结构的安全性和可靠性,减少重大经济损失,避免灾难性的事故发生,对在役和新建的土木工程结构采用有效的手段进行健康监测和安全评估,进而提出合理的结构维护与加固措施具有极其重要的现实意义。土木工程结构健康监测系统的研究与发展正是在此基础上应运而生的,目前结构健康监测已经成为土木工程领域的一个重要研究方向,处于土木工程科学研究的前沿。

结构健康监测系统是通过结构的物理力学性能进行无损监测,实时监控结构的整体行为,对结构的损伤位置和损伤程度进行诊断,对结构的服役情况、可靠性、耐久性和承载能力进行评估,当结构处于突发事件或使用状况出现异常时能够触发预警信号,避免由于突发破坏造成生命财产的重大损失,并为结构的维修、养护与管理决策提供依据和指导。

20 世纪 80 年代以后,随着结构振动测试手段和信号分析技术的提高,许多国家开始在一些已建和在建的大型桥梁、大跨空间结构等复杂结构中设置结构健康监测系统。例如,美国威斯康星州一座已有 65 年历史的提升式桥 Michigan Street 桥,安装了世界上第一套全桥远程监测系统,以监测将达到设计寿命桥梁的裂缝扩展情况和其他状态变化。英国在总长 522m 的 3 跨变高

度连续钢箱梁 Foyle 桥上布设传感器,监测大桥运营阶段在车辆与风载作用下主梁的振动、挠度和应变等响应,同时监测环境风和结构温度场,实现了实时监测、实时分析和数据网络共享。此外,还有挪威的 Skamsundet 斜拉桥、丹麦的 Faroe 跨海斜拉桥和 GreatBeltEast 悬索桥、英国的 Flintshire 独塔斜拉桥以及加拿大的 Confederation 桥。我国自 20 世纪 90 年代起也在一些大型重要桥梁上建立了不同规模的结构健康监测系统,如香港的 Lantau Fixed Crossing 桥、青马大桥、汲水门大桥和汀九大桥,内地的芜湖长江大桥、苏通大桥以及湛江海湾大桥等均已安装了信号测量和传输设备,对桥梁运营期间进行实时监测^[21,30,31]。

除桥梁结构外,在高层建筑、大跨空间结构、海洋平台等结构上也在研制和安装结构健康监测系统。2002 年年初,美国加利福尼亚理工学院米利肯图书大楼建立了实时监测系统^[21],不同于桥梁或普通建筑,超高层建筑非常高,风载荷往往成为结构的控制载荷。在侧向载荷作用下,超高层建筑的水平位移过大容易引起结构损伤或失稳,因此对超高层建筑的水平位移监测与控制是超高层建筑健康监测的重要内容。瞿伟廉等^[32]在深圳市市民中心屋顶网架结构(长 486m、宽 156m)上安装了一套考虑风力作用的健康监测系统,该系统由传感器子系统和结构分析子系统组成,传感器子系统测量结构的风压和响应,结构分析子系统在监测得到的结构响应基础上,进行屋顶结构的损伤识别、模型修正和安全评定。欧进萍等^[33]在渤海 CB32A 导管架式海洋平台结构上建立了实时健康监测系统,该系统包括环境和结构响应监测子系统、安全评定子系统和数据库子系统。

此外,随着近年来人造卫星定位系统提供的实时位移测量精度的显著提升,GPS 测量技术应用于测量大型结构的整体变化量。例如,GPS 测量技术已应用于直接量度青马大桥整体的三维位移,监测大桥主跨梁及索塔轴线的位移变化,配合结构分析模型来模拟桥身主要构件的内力状况,可增强桥梁结构健康监测和评估的可靠度,并诊断大桥结构是否有潜在损坏的危机,提高养护维修工作的效率和效果。

综上所述,结构健康监测不仅是传统的损伤检测技术的简单改进,而且涉及结构动力学、材料学、计算机、网络通信技术、模式识别等多个领域。对于这一新兴的交叉学科领域,目前的研究还处于理论探索和试验研究阶段,有很多技术难题还有待进一步开发、探索与完善。尽管目前在世界上许多新建的大型桥梁、大跨空间结构等工程上都安装有健康监测系统,但这些系统大多数实际上并不具备损伤识别能力,也无法实现结构的安全性评估。

一套真正意义上的结构健康监测系统必须具备能对监测数据进行分析处理,对结构进行系统识别和损伤识别等功能,从而实现了对结构的健康状态进行评估并预测结构的剩余强度、剩余寿命以及进行可靠性分析和评价的最终目标^[16,23,29,34]。因此,结构振动信号处理、结构系统识别和损伤识别是结构健康监测系统的核心技术之一,也是结构健康监测系统中最困难的部分。

针对结构健康监测系统中所涉及的结构响应信号处理、结构模态参数识别和损伤识别方面等相关问题进行研究。

1.3 结构模态识别的研究现状

结构模态分析技术从 20 世纪 60 年代后期发展至今已趋于成熟,它和有限元分析技术已成为结构动力学的两大支柱。目前,这一技术已发展成为解决工程振动问题的重要手段,在机械、航天、造船、车辆、土木等工程领域得到了广泛应用,是国内外振动工程学术界的研究热点^[35-37]。

结构模态识别是振动信号处理的一个重要组成部分,它的主要任务是从振动信号中估计结构模态参数,主要包括模态振型、固有频率、阻尼比。目前,模态参数识别方法分为频域法、时域法和时频法。

1.3.1 模态参数频域识别法

频域识别法是基于结构的各阶模态相互独立,并构成一个正交函数系的属性,将结构振动分解为结构模态分量的叠加^[38]。频域识别方法的基本手段是傅里叶变换,计算机的发展和快速傅里叶变换(FFT)技术的出现,使得将信号从时域变换到频域成为可行,从而模态参数识别技术得到了迅速发展。频域法的最大优点是利用频域平均技术,最大限度地抑制了噪声影响,使模态定阶问题容易解决。然而,该方法也存在若干不足,如功率泄漏、频率混叠、离线分析等。

频域识别法可以分为单模态识别法、多模态识别法、分区模态综合方法和频域总体识别方法。对于小阻尼且各模态耦合较小的结构,使用单模态识别方法可达到满意的识别精度。对于耦合较大的结构,必须使用多模态识别方法^[37]。

单模态识别法是指一次只识别一阶模态的模态参数,所用数据为该阶模

态共振频率附近的频响函数值。单模态识别法分为直接估计法和最小二乘拟合法。直接估计方法认为结构的观测数据是准确的,没有噪声和误差,直接利用单自由度结构频响函数各种曲线的特征进行参数识别,由于该方法主要是基于特征曲线的图形进行参数识别,因此又称为图解法;或者利用各振点附近实测的频响函数值的差分直接估算结构模态参数。直接估计法简单易行,但是识别精度差,效率低。最小二乘拟合法属于曲线拟合法,其基本思想是根据实测频响函数数据,用理想导纳圆去拟合实测的导纳圆,并按最小二乘原理估算出导纳半径或振型,而其他模态参数的估计仍建立在图解法的基础上。

多模态识别法是首先将传递函数数学模型表示为模态叠合形式或有理分式形式,然后将一组实测传递函数数据与对应频率的模型结果进行比较,并根据一定的评价函数调节待识别参数,直到达到某种意义上最优为止。多模态识别法主要包括最小二乘法、加权最小二乘法、有理分式多项式法、正交多项式拟合法等^[39]。

(1) 最小二乘法是一种用解析表达式来对测量数据频响函数进行数值计算拟合的经典方法。通过它能获得在最优平方差意义下试验数据与数学模型的最佳拟合。除了能够识别一般黏性阻尼系统的复模态参数,最小二乘法也能识别黏性比例阻尼系统的实模态参数,且仅需要测量数据频响函数的虚部就能完成识别。

(2) 加权最小二乘法与一般的最小二乘法的不同之处仅在构造目标函数时引入加权矩阵,即目标函数对应的每一个频率点的误差按照不同权值进行处理,信噪比高的频率点处,加权值大,否则加权值应小。同样,也可以用加权最小二乘法识别以实测频响函数虚部为输入数据的黏性比例阻尼系统的实模态参数。

(3) 有理分式多项式法也称 Levy 法或幂多项式法。用该方法进行模态参数识别的数学模型采用频响函数的有理分式形式,由于未使用简化的模态,理论模型是精确的,因而有较高的识别精度。

(4) 有理分式多项式法中理论频响函数与实测得到的频响函数之间存在着误差,用最小二乘法可以估计出这些系数矩阵,再从系数矩阵中直接辨识模态参数。识别过程最终归结为求解线性方程组,而求解过程存在的问题是线性方程组的系数矩阵不是对角占优的,而且数值动态范围往往很大,从而会导致矩阵病态,不能保证较高的拟合精度。正交多项式拟合法是解决该问题的有效方法,这种拟合方法可以根据多参考点频响函数估计出系统极点、模态振型与模态参与因子。