

经济类

徐婕



主
编

专业硕士

数学

历年真题

- ✓ 权威而富于教学经验的经管类联考命题研究中心成员编写
- ✓ 站在命题人的角度审视真题，让考生知其然并知其所以然
- ✓ 传授技巧与策略，培养正确解题思路，快速提高解题能力

2018

经济类

徐婕



专业硕士

主编

数学

历年真题

编委：徐婕 邬丽丽 王丹 陈湘华 周晓燕

 北京理工大学出版社
BEIJING INSTITUTE OF TECHNOLOGY PRESS

版权专有 侵权必究

图书在版编目(CIP)数据

经济类专业硕士数学历年真题/徐婕主编. —北京:北京理工大学出版社, 2017. 3

ISBN 978-7-5682-3200-5

I. ①经… II. ①徐… III. ①高等数学—研究生—入学考试—习题集 IV. ①O13—44

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2016)第 242488 号

出版发行 / 北京理工大学出版社有限责任公司

社 址 / 北京市海淀区中关村南大街 5 号

邮 编 / 100081

电 话 / (010)68914775(总编室)

(010)82562903(教材售后服务热线)

(010)68948351(其他图书服务热线)

网 址 / <http://www.bitpress.com.cn>

经 销 / 全国各地新华书店

印 刷 / 三河市越阳印务有限公司

开 本 / 787 毫米×1092 毫米 1/16

印 张 / 6.5

字 数 / 145 千字

版 次 / 2017 年 3 月第 1 版 2017 年 3 月第 1 次印刷

定 价 / 20.80 元

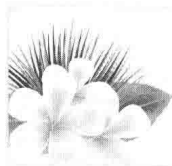
责任编辑 / 孟雯雯

文案编辑 / 多海鹏

责任校对 / 周瑞红

责任印制 / 边心超

图书出现印装质量问题,请拨打售后服务热线,本社负责调换



丛书序

本丛书为参加管理类联考、经济类联考的考生设计,是报考管理类、经济类专业学位硕士考生的必备应试教材。本套丛书由经管类联考命题研究中心成员、资深命题专家和辅导教师们联合编写,包括逻辑写作系列和经管类联考数学系列。

本丛书具有如下特点:

一、严格根据专业学位硕士考试大纲和真题命题规律编写

本套丛书完全根据《管理类专业学位联考(199科目)综合能力考试大纲》、《经济类专业学位联考(396科目)综合能力测试考试大纲》进行编写,并对经管类联考的历年真题进行深度分类解析,形成完整、有效、易理解的应试书籍。丛书通过“知识点——经典例题——巩固习题——真题——模拟题”的方式,帮助考生充分理解和掌握所有考点,并能准确判断高频考点,达到经管类联考所需要的高分。

二、权威而富于教学经验的经管类联考命题研究中心老师编写

本套丛书的作者是经管类联考命题研究中心的权威资深辅导老师。逻辑写作丛书系列的主编杨岳老师、数学丛书系列的主编徐婕老师主力参加了各大媒体组织的2012至2017届经管类专硕研究生入学考试的“大纲解析”和“真题解析”工作。他们从2007年开始便致力于研究生入学考试的应试辅导工作,具有丰富的经管类联考辅导经验,既有对大纲的精准解析能力,又能对命题规律和真题进行深度把握,结合多年辅导经验编写的本套丛书,能快速地帮助考生达到经管类联考的应试要求。

三、提供基于零基础的、精细完整的经管类联考应试解决方案

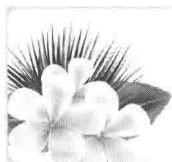
于参加经管类联考考生而言,逻辑、写作一般都是零基础,数学基础一般较差。本丛书充分考虑绝大多数考生的现实情况,提供了基于零基础、包含考研各个阶段的精细完整应试解决方案,帮助考生实现高分目标。

逻辑写作系列包括《逻辑复习全书》、《写作复习全书》、《逻辑历年真题》、《写作历年真题》四本书籍。数学系列包括《管理类联考数学复习全书》、《经济类联考数学复习全书》、《管理类专业硕士数学历年真题》、《经济类专业硕士数学历年真题》四本书籍。

该系列图书从考生的应试学习起点出发,详尽讲解大纲的所有知识点,并通过例题、习题、真题、模拟题的系统性训练,构建考生出色的应试能力。

我们最大的目标是希望考生们通过自己的努力和我们众多经管类联考命题研究中心专家、教师们的帮助,在2018届经管类专硕考研中脱颖而出、金榜题名!

本书在编写、编辑和出版过程中,尽管我们秉承着对广大考生认真负责的精神,高质量、严要求,但由于时间紧、任务重,难免有许多不足、不尽人意之处。敬请广大读者和专家同行不吝赐教,批评指正。



前 言

基于多年参加199管理类联考、396经济类联考“大纲解析”、“真题解析”的工作经验和多年对考生进行经管类联考应试辅导的总结,作者对考生在数学学习中的难点、困惑和解决方案,有了越来越深的理解。帮助学生们避开陷阱、考出高分,是编写本书最直接的动力,同时数学系列的这四本书籍也算是作者对自己近十年工作的一个总结和交代。

本书为报考经济类专业硕士(金融硕士、应用统计硕士、税务硕士、国际商务硕士、保险硕士、资产评估硕士),需要参加396经济类联考的考生编写使用,也可作为辅导老师的授课参考教材。

本书分为两个部分。第一部分,2011—2017年经济类专业学位联考(396科目)的数学真题及详细解析;第二部分,8套适用于学生冲刺阶段备考的全真模拟卷及详细解析,帮助学生在最后冲刺阶段完整模拟考研现场,做好最后的冲刺准备。为了真实还原考试真题,在编排中特意保持和真题一样的题目顺序,从第二大题开始。第一大题逻辑题目和第四大题写作题目可以参考由杨岳老师编写的《逻辑历年真题》、《写作历年真题》。模拟题同真题一样编排。

本书的编写成员包括:徐婕(主编)、邬丽丽、王丹、陈湘华、周晓燕。感谢各位老师成书过程中付出的时间和精力。

考生在使用本书的过程中如有疑问,可以登录新浪微博@万学海文徐婕与老师进行交流。

本书在编写、编辑和出版过程中,尽管我们秉承着对广大考生认真负责的精神,高质量、严要求,但由于时间紧、任务重,难免有许多不足、不尽人意之处。敬请广大读者和专家同行不吝赐教,批评指正。

祝考生复习顺利,心想事成,考研成功!

徐婕



目 录

第一部分 历年真题

2017 年经济类联考综合能力(396)数学真题	3
2017 年经济类联考综合能力(396)数学真题答案及解析	5
2016 年经济类联考综合能力(396)数学真题	10
2016 年经济类联考综合能力(396)数学真题答案及解析	12
2015 年经济类联考综合能力(396)数学真题	15
2015 年经济类联考综合能力(396)数学真题答案及解析	17
2014 年经济类联考综合能力(396)数学真题	21
2014 年经济类联考综合能力(396)数学真题答案及解析	23
2013 年经济类联考综合能力(396)数学真题	27
2013 年经济类联考综合能力(396)数学真题答案及解析	29
2012 年经济类联考综合能力(396)数学真题	33
2012 年经济类联考综合能力(396)数学真题答案及解析	35
2011 年经济类联考综合能力(396)数学真题	40
2011 年经济类联考综合能力(396)数学真题答案及解析	42

第二部分 全真模拟题

全真模拟卷一	47
全真模拟卷一答案及解析	49
全真模拟卷二	53
全真模拟卷二答案及解析	55
全真模拟卷三	59
全真模拟卷三答案及解析	61
全真模拟卷四	66

全真模拟卷四答案及解析	68
全真模拟卷五	72
全真模拟卷五答案及解析	74
全真模拟卷六	78
全真模拟卷六答案及解析	80
全真模拟卷七	83
全真模拟卷七答案及解析	86
全真模拟卷八	90
全真模拟卷八答案及解析	93

2017年经济类联考综合能力(396)数学真题

二、数学单项选择题(本大题共10小题,每小题3分,共30分)

21. 设函数 $f(x)$ 在 x_0 处可导, 则 $f'(x_0) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} (\quad)$

- (A) $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x}$ (B) $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x^2}$
(C) $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + 2\Delta x) - f(x_0)}{\Delta x}$ (D) $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0 + \Delta x^2)}{\Delta x}$

第一部分

历年真题

22. $\int_0^1 x e^{-x} dx = (\quad)$

- (A) $\frac{1}{e}$ (B) $\frac{1}{e} - 1$ (C) $1 - \frac{1}{e}$ (D) $1 - \frac{2}{e}$

23. 设 $f(x)$ 有一个原函数 $\frac{1}{x^2}$, 则 $\int x f(x) dx = (\quad)$

- (A) $\frac{1}{x} + 1$ (B) $\frac{1}{x} - 1$ (C) $\frac{1}{x} + \ln|x|$ (D) $\frac{1}{x} - \ln|x|$

24. 已知 $(-1, 1)$ 是函数 $y = x^2 + ax^3$ 的拐点, 则参数 $a = (\quad)$

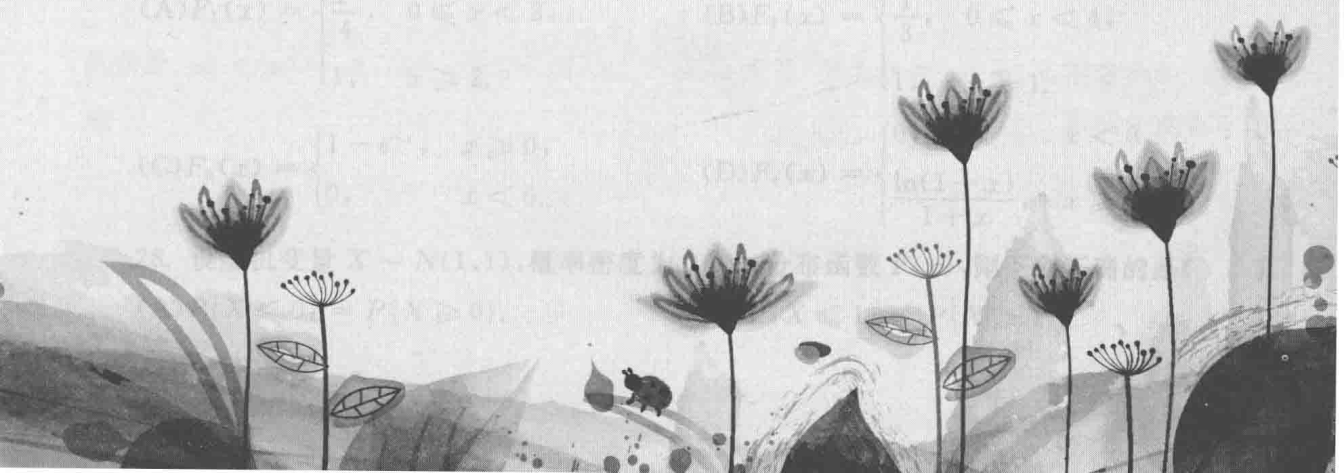
- (A) $\frac{1}{3}$ (B) $-\frac{1}{3}$ (C) $-\frac{2}{3}$ (D) $\frac{2}{3}$

25. 设 $z = 1 + iy - \sqrt{1 + y^2}$, 则 $\frac{\partial z}{\partial y} \Big|_{y=1} = (\quad)$

- (A) $\frac{17}{5}$ (B) $\frac{9}{5}$ (C) $\frac{7}{5}$ (D) $\frac{1}{5}$

26. 如下函数中, 哪个不能作为随机变量 X 的分布函数 $F(x)$ (\quad)

- (A) $F(x) = \frac{x}{4}, 0 \leq x < 4$ (B) $F(x) = \frac{1}{3}, 0 \leq x < 1$
(C) $F(x) = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} \ln|x|, 0 < x < 2$ (D) $F(x) = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} \ln|x|, 0 < x < 2$



2017 年经济类联考综合能力(396)数学真题

二、数学单项选择题(本大题共 10 小题,每小题 2 分,共 20 分)

21. 设函数 $f(x)$ 在 $x = x_0$ 处可导,则 $f'(x_0) = (\quad)$

- (A) $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x_0) - f(x_0 + \Delta x)}{\Delta x}$. (B) $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x_0 - \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x}$.
 (C) $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + 2\Delta x) - f(x_0)}{\Delta x}$. (D) $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + 2\Delta x) - f(x_0 + \Delta x)}{\Delta x}$.

22. 已知 $x + \frac{1}{x}$ 是 $f(x)$ 的一个原函数,则 $\int xf(x)dx = (\quad)$

- (A) $\frac{1}{2}x^2 - \ln|x|$. (B) $x - \ln|x| + C$.
 (C) $C - \ln|x|$. (D) $\frac{1}{2}x^2 - \ln|x| + C$.

23. $\int_1^5 e^{\sqrt{2x-1}} dx = (\quad)$

- (A) e^3 . (B) $2e^3$. (C) $3e^3$. (D) $4e^4$.

24. 设 $f(x)$ 有一个原函数 $\frac{\sin x}{x}$,则 $\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} xf'(x)dx = (\quad)$

- (A) $\frac{4}{\pi} - 1$. (B) $\frac{4}{\pi} + 1$. (C) $\frac{2}{\pi} - 1$. (D) $\frac{2}{\pi} + 1$.

25. 已知 $x = 1$ 是函数 $y = x^3 + ax^2$ 的驻点,则常数 $a = (\quad)$

- (A) 0. (B) 1. (C) $-\frac{3}{2}$. (D) $\frac{3}{2}$.

26. 设 $z = 1 + xy - \sqrt{x^2 + y^2}$,则 $\left. \frac{\partial z}{\partial x} \right|_{\substack{x=3 \\ y=4}} = (\quad)$

- (A) $\frac{17}{5}$. (B) $\frac{n}{5}$. (C) $\frac{7}{5}$. (D) $\frac{1}{5}$.

27. 如下函数中,哪个不能作为随机变量 X 的分布函数()

- (A) $F_1(x) = \begin{cases} 0, & x < 0, \\ \frac{x^2}{4}, & 0 \leq x < 2, \\ 1, & x \geq 2. \end{cases}$ (B) $F_2(x) = \begin{cases} 0, & x < 0, \\ \frac{1}{3}, & 0 \leq x < 4, \\ 1, & x \geq 1. \end{cases}$
 (C) $F_3(x) = \begin{cases} 1 - e^{-x}, & x \geq 0, \\ 0, & x < 0. \end{cases}$ (D) $F_4(x) = \begin{cases} 0, & x < 0, \\ \frac{\ln(1+x)}{1+x}, & x \geq 0. \end{cases}$

28. 设随机变量 $X \sim N(1,1)$,概率密度为 $f(x)$,分布函数 $F(x)$,则下列正确的是()

- (A) $P\{X \leq 0\} = P\{X \geq 0\}$. (B) $P\{X \leq 1\} = P\{X \geq 1\}$.

(C) $f(x) = f(-x), x \in \mathbf{R}$.

(D) $F(x) = 1 - F(-x), x \in \mathbf{R}$.

29. 设矩阵 $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$, E 为单位阵, $BA = B + 2E$, 求 $B = (\quad)$

(A) $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$.

(B) $\begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$.

(C) $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$.

(D) $\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$.

30. 已知 AB 为三阶方阵, 且 $|A| = -1, |B| = 2$, 求 $|2(A^T B^{-1})^2| = (\quad)$

(A) -1 .

(B) 1 .

(C) -2 .

(D) 2 .

三、数学计算题(本大题共 10 小题, 每小题 5 分, 共 50 分)

31. 设 $f(x) = \begin{cases} e^{-x}, & x < 1, \\ a, & x \geq 1, \end{cases} g(x) = \begin{cases} b, & x < 0, \\ e^x, & x \geq 0, \end{cases}$ 且 $f(x) + g(x)$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 处处连续, 求 a, b 的值.

32. 设函数 $f(x)$ 满足关系式 $\int_0^{x^2} f(t-1)dt = x^3$, 求 $f'(x)$.

33. 求不定积分 $\int e^x(1+e^x)^a dx$.

34. 设 $f(x) = \int_1^{x^2} e^{-t^2} dt$, 试求 $\int_0^1 xf(x)dx$.

35. 设函数 $f(x) = ax^3 + bx^2 + x$ 在 $x = 1$ 处取得极大值 5, 求常数 a 和 b .

36. 设 $u = f(x, y, z) = xy + xF(z)$, 其中 F 为可微函数, 且 $z = \frac{y}{x}$, 求 $\frac{\partial u}{\partial x}, \frac{\partial u}{\partial y}$.

37. 设离散型随机变量 X 的分布律为

X	-2	0	2
P	0.4	0.3	0.3

求期望 $E(3X+5)$ 和方差 $D(2X+3)$.

38. 设随机变量 X 的密度函数为 $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}x^3 e^{-\frac{x^2}{2}}, & x > 0, \\ 0, & x \leq 0. \end{cases}$

求 X 的分布函数 $F(x)$ 和 $P\{-2 \leq X \leq 4\}$.

39. 当 k 为何值时, 线性方程组 $\begin{cases} x_1 + x_2 + kx_3 = 4, \\ -x_1 + kx_2 + x_3 = k^2, \\ x_1 - x_2 + 2x_3 = -4 \end{cases}$ 有唯一解? 无解? 无穷解?

40. 设向量组 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ 线性无关, 若 $\beta_1 = \alpha_1 + 2\alpha_2, \beta_2 = 2\alpha_2 + k\alpha_3, \beta_3 = 3\alpha_3 + 2\alpha_1$ 线性相关, 求常数 k 的值.

2017 年经济类联考综合能力(396) 数学真题答案及解析

二、数学单项选择题

21. 【答案】 D.

【解析】 考查导数的定义和极限四则运算法则.

$$\begin{aligned} \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + 2\Delta x) - f(x_0 + \Delta x)}{\Delta x} &= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + 2\Delta x) - f(x_0) + f(x_0) - f(x_0 + \Delta x)}{\Delta x} \\ &= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + 2\Delta x) - f(x_0)}{\Delta x} - \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x} \\ &= 2f'(x_0) - f'(x_0) \\ &= f'(x_0), \end{aligned}$$

故选项(D) 正确;

选项(A), $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x_0) - f(x_0 + \Delta x)}{\Delta x} = -f'(x_0)$, 故选项(A) 错误;选项(B), $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x_0 - \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x} = f'(x_0)$, 故选项(B) 错误;选项(C), $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + 2\Delta x) - f(x_0)}{\Delta x} = 2f'(x_0)$, 故选项(C) 错误.

【注】 本题选项有问题, 选项(B) 和选项(D) 均正确.

22. 【答案】 D.

【解析】 $x + \frac{1}{x}$ 是 $f(x)$ 的一个原函数, 所以 $\int f(x) dx = x + \frac{1}{x} + C$, 两边求导, 得 $f(x) = 1 - \frac{1}{x^2}$, 则 $\int xf(x) dx = \int \left(x - \frac{1}{x}\right) dx = \frac{1}{2}x^2 - \ln|x| + C$. 所以选(D).

23. 【答案】 B.

【解析】 令 $t = \sqrt{2x-1}$, 则 $\int_1^5 e^{\sqrt{2x-1}} dx = \int_1^3 e^t dt = (e^t - e^{-t}) \Big|_1^3 = 2e^3$, 所以选(B).

24. 【答案】 A.

【解析】 $f(x)$ 有一个原函数 $\frac{\sin x}{x}$, 所以 $\int f(x) dx = \frac{\sin x}{x} + C$, 两边求导, 有

$$f(x) = \frac{x \cos x - \sin x}{x^2},$$

则

$$\begin{aligned} \int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} xf'(x) dx &= \int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} x df(x) = xf(x) \Big|_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} - \int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} f(x) dx \\ &= \frac{x \cos x - \sin x}{x} \Big|_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} - \frac{\sin x}{x} \Big|_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} = \frac{4}{\pi} - 1. \end{aligned}$$

25. 【答案】 C.

【解析】 $y' = 3x^2 + 2ax = 0$, 将 $x = 1$ 代入上式, 得 $a = -\frac{3}{2}$, 所以选(C).

26. **【答案】** A.

【解析】 $\frac{\partial z}{\partial x} = y - \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}}$, 则 $\left. \frac{\partial z}{\partial x} \right|_{\substack{x=3 \\ y=4}} = 4 - \frac{3}{5} = \frac{17}{5}$.

27. **【答案】** D.

【解析】 易验证选项(A), (B), (C) 满足分布函数的非负性, 规范性, 单调不减性和右连续性.

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} F_4(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln(1+x)}{1+x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{1+x} = 0,$$

不满足规范性, 故选(D).

28. **【答案】** B.

【解析】 选项(A), $P\{X \leq 0\} = P\left\{\frac{X-1}{1} \leq -1\right\} = \Phi(-1)$,

$P\{X \geq 0\} = P\left\{\frac{X-1}{1} \geq -1\right\} = 1 - \Phi(-1) = \Phi(1)$, 故选项(A) 错误;

选项(B), 由正态分布性质可知, $P\{X \leq 1\} = P\{X \geq 1\} = \frac{1}{2}$, 故选项(B) 正确;

选项(C), 由正态分布性质可知, $f(x)$ 不是偶函数, 故选项(C) 错误;

选项(D), $F(x) = P\{X \leq x\} = P\left\{\frac{X-1}{1} \leq \frac{x-1}{1}\right\} = \Phi(x-1)$,

$1 - F(-x) = 1 - \Phi(-x-1) = \Phi(x+1)$, 故选项(D) 错误.

29. **【答案】** D.

【解析】 因为 $BA = B + 2E \Rightarrow B(A - E) = 2E \Rightarrow B = 2(A - E)^{-1}$,

$$A - E = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}, (A - E)^{-1} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}, \text{所以 } B = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}.$$

故答案选(D).

30. **【答案】** D.

【解析】 $|2(A^T B^{-1})^2| = 2^3 |A^T B^{-1}|^2 = 8(|A^T| |B^{-1}|)^2 = 8\left(-1 \times \frac{1}{2}\right)^2 = 2$.

三、数学计算题

$$31. \text{【解析】 } f(x) + g(x) = \begin{cases} b + e^{-x}, & x < 0, \\ e^x + e^{-x}, & 0 \leq x < 1, \\ a + e^x, & x \geq 1. \end{cases}$$

在 $x = 0$ 处连续, 则 $\lim_{x \rightarrow 0^-} [f(x) + g(x)] = \lim_{x \rightarrow 0^+} [f(x) + g(x)] = f(0) + g(0)$,

所以 $\lim_{x \rightarrow 0^-} (b + e^{-x}) = e^0 + e^0 = 2 \Rightarrow b = 1$.

在 $x = 1$ 处连续, 则 $\lim_{x \rightarrow 1^-} [f(x) + g(x)] = \lim_{x \rightarrow 1^+} [f(x) + g(x)] = f(1) + g(1)$,

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} (e^x + e^{-x}) = \lim_{x \rightarrow 1^+} (a + e^x) \Rightarrow a + e = e + e^{-1} \Rightarrow a = e^{-1}.$$

32. 【解析】 $f(x^2 - 1) \cdot 2x = 3x^2 \Rightarrow f(x^2 - 1) = \frac{3}{2}x \Rightarrow f'(x^2 - 1) \cdot 2x = \frac{3}{2}$
 $\Rightarrow f'(x^2 - 1) = \frac{3}{4x}.$

令 $u = x^2 - 1$, 则 $x^2 = 1 + u$.

若 $x > 0$, 则 $x = \sqrt{1+u}$, $f'(u) = \frac{3}{4\sqrt{1+u}}$, 即 $f'(x) = \frac{3}{4\sqrt{1+x}}$;

若 $x \leq 0$, 则 $x = -\sqrt{1+u}$, $f'(u) = \frac{-3}{4\sqrt{1+u}}$, 即 $f'(x) = \frac{-3}{4\sqrt{1+x}}$.

综上所述可得, $f'(x) = \begin{cases} \frac{3}{4\sqrt{1+x}}, & x > 0, \\ \frac{-3}{4\sqrt{1+x}}, & x \leq 0. \end{cases}$

33. 【解析】 $a \neq -1$, $\int (1+e^x)^a d(e^x+1) = \frac{(1+e^x)^{a+1}}{a+1} + C$;

$a = -1$, $\int \frac{e^x}{1+e^x} dx = \int \frac{d(1+e^x)}{1+e^x} = \ln(1+e^x) + C.$

34. 【解析】 $f(x) = \int_1^{x^2} e^{-t^2} dt \Rightarrow f'(x) = e^{-x^4} \cdot 2x$,

$$\int_0^1 xf(x) dx = \int_0^1 f(x) d\frac{x^2}{2} = \frac{x^2}{2} \cdot f(x) \Big|_0^1 - \int_0^1 \frac{1}{2}x^2 df(x)$$

$$= - \int_0^1 \frac{1}{2}x^2 \cdot 2x \cdot e^{-x^4} dx = \frac{1}{4}(e^{-1} - 1).$$

35. 【解析】 有题设可知

$$f(1) = a + b + 1 = 5,$$

$$f'(1) = 3ax^2 + 2bx + 1 \Big|_{x=1} = 3a + 2b + 1 = 0.$$

即

$$\begin{cases} a + b + 1 = 5, \\ 3a + 2b + 1 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2a + 2b + 2 = 10, \\ 3a + 2b + 1 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = -9, \\ b = 13. \end{cases}$$

36. 【解析】 $u = xy + xF\left(\frac{y}{x}\right)$,

$$\frac{\partial u}{\partial x} = y + F\left(\frac{y}{x}\right) + xF'\left(\frac{y}{x}\right) \cdot -\frac{y}{x^2} = y + F\left(\frac{y}{x}\right) - \frac{y}{x}F'\left(\frac{y}{x}\right),$$

$$\frac{\partial u}{\partial y} = x + xF'\left(\frac{y}{x}\right) \cdot \frac{1}{x} = x + F'\left(\frac{y}{x}\right).$$

37. 【解析】 $E(3X+5) = 3E(X) + 5$, 其中 $E(X) = -2 \times 0.4 + 2 \times 0.3 = -0.2$,

所以 $E(3X+5) = 3E(X) + 5 = 4.4$.

$D(2X+3) = 4D(X)$, 其中 $D(X) = E(X^2) - E^2(X) = 2.8 - 0.04 = 2.76$,

所以 $D(2X+3) = 4D(X) = 4 \times 2.76 = 11.04$.

38. 【解析】 $F(x) = P\{X \leq x\}$.

当 $x < 0$ 时, $F(x) = P\{X \leq x\} = 0$;

$$\begin{aligned} \text{当 } x \geq 0 \text{ 时, } F(x) = P\{X \leq x\} &= \int_0^x \frac{1}{2} t^3 e^{-\frac{t^2}{2}} dt = \int_0^x -\frac{1}{2} t^2 e^{-\frac{t^2}{2}} d\left(-\frac{t^2}{2}\right) \\ &= \int_0^{-\frac{x^2}{2}} u e^u du = (u e^u - e^u) \Big|_0^{-\frac{x^2}{2}} \\ &= -\frac{x^2}{2} e^{-\frac{x^2}{2}} - e^{-\frac{x^2}{2}} + 1. \end{aligned}$$

所以

$$F(x) = \begin{cases} -\frac{x^2}{2} e^{-\frac{x^2}{2}} - e^{-\frac{x^2}{2}} + 1, & x \geq 0, \\ 0, & x < 0. \end{cases}$$

$$P\{-2 \leq X \leq 4\} = F(4) - F(-2) = 1 - 9e^{-8}.$$

$$\begin{aligned} 39. \text{【解析】 } |\mathbf{A}| &= \begin{vmatrix} 1 & 1 & k \\ -1 & k & 1 \\ 1 & -1 & 2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 1 & k \\ 0 & k+1 & k+1 \\ 1 & -1 & 2 \end{vmatrix} = (k+1) \begin{vmatrix} 1 & 1 & k \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 2 \end{vmatrix} \\ &= (k+1) \begin{vmatrix} 1 & 1 & k-1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 3 \end{vmatrix} = (k+1)(4-k). \end{aligned}$$

当 $|\mathbf{A}| \neq 0$ 时, 即 $k \neq -1$ 且 $k \neq 4$ 时, 方程组有唯一解.

当 $|\mathbf{A}| = 0$ 时, 此时 $k = -1$ 或 $k = 4$.

当 $k = 4$ 时,

$$(\mathbf{A}, \mathbf{b}) \rightarrow \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 2 & -4 \\ 0 & 2 & 2 & 8 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right) \rightarrow \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right),$$

方程组有无穷多解, 此时通解为 $k(-3, -1, 1)^T + (0, 4, 0)^T$.

当 $k = -1$ 时,

$$\begin{aligned} (\mathbf{A}, \mathbf{b}) &= \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & -1 & 4 \\ -1 & -1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 2 & -4 \end{array} \right) \rightarrow \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & -1 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 5 \\ 0 & -2 & 3 & -8 \end{array} \right) \\ &\rightarrow \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & -1 & 4 \\ 0 & -2 & 3 & -8 \\ 0 & 0 & 0 & 5 \end{array} \right), \end{aligned}$$

方程组无解.

40. 【解析】 设 $x_1 \boldsymbol{\beta}_1 + x_2 \boldsymbol{\beta}_2 + x_3 \boldsymbol{\beta}_3 = \mathbf{0}$, 即 $x_1(\boldsymbol{\alpha}_1 + 2\boldsymbol{\alpha}_2) + x_2(2\boldsymbol{\alpha}_2 + k\boldsymbol{\alpha}_3) + x_3(3\boldsymbol{\alpha}_3 + 2\boldsymbol{\alpha}_1) = \mathbf{0}$, 整理得

$$(x_1 + 2x_3)\boldsymbol{\alpha}_1 + (2x_1 + 2x_2)\boldsymbol{\alpha}_2 + (kx_2 + 3x_3)\boldsymbol{\alpha}_3 = \mathbf{0}.$$

因为向量组 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ 线性无关, 所以

$$\begin{cases} x_1 + 2x_3 = 0, \\ 2x_1 + 2x_2 = 0, \\ kx_2 + 3x_3 = 0. \end{cases}$$

因为 $\beta_1 = \alpha_1 + 2\alpha_2, \beta_2 = 2\alpha_2 + k\alpha_3, \beta_3 = 3\alpha_3 + 2\alpha_1$ 线性相关, 所以齐次方程组有非零解,

$$\begin{vmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 2 & 2 & 0 \\ 0 & k & 3 \end{vmatrix} = 2(3 + 2k) = 0, \text{ 所以 } k = -\frac{3}{2}.$$

2016 年经济类联考综合能力(396) 数学真题

二、数学单项选择题:第 21 ~ 30 题(本大题共 10 小题,每小题 2 分,共 20 分).

21. 设 $f(x)$ 的一个原函数为 10^x , 则 $f'(x) = (\quad)$.

- (A) 10^x . (B) $10^x \cdot \ln 10$.
(C) $10^x \cdot (\ln 10)^2$. (D) $10^x \cdot (\ln 10)^3$.

22. 设函数 $f(u)$ 可导且 $f'(1) = 0.5$, 则 $y = f(x^2)$ 在 $x = -1$ 处的微分 $dy|_{x=-1} = (\quad)$.

- (A) $-dx$. (B) 0 . (C) dx . (D) $2dx$.

23. 已知函数 $f(x)$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 内可导, 且 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(1) - f(1-x)}{2x} = -1$, 则 $f'(1) = (\quad)$.

- (A) -2 . (B) -1 . (C) 0 . (D) 1 .

24. 已知 $F(x)$ 是 $f(x)$ 的一个原函数, 则 $\int_a^x f(t+a) dt = (\quad)$.

- (A) $F(x) - F(a)$. (B) $F(t) - F(a)$.
(C) $F(x+a) - F(x-a)$. (D) $F(x+a) - F(2a)$.

25. 设 $F(x) = \int_0^{\sin x} \ln(1+t) dt$, 则 $F'(x) = (\quad)$.

- (A) $\ln(1+x)$. (B) $\ln(1+\sin x)$.
(C) $\sin x \cdot \ln(1+\sin x)$. (D) $\cos x \cdot \ln(1+\sin x)$.

26. 设 $y = x^2 + ax + b$, 已知当 $x = 2$ 时, y 取得极小值 -3 , 则 (\quad) .

- (A) $a = 1, b = 0$. (B) $a = -4, b = 1$.
(C) $a = 1, b = 1$. (D) $a = -4, b = 0$.

27. 若 $\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = 1$, 则 $\begin{vmatrix} a_{11} & a_{13} - 3a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{23} - 3a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{33} - 3a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = (\quad)$.

- (A) -3 . (B) -2 . (C) -1 . (D) 1 .

28. 设 $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & t \\ 3 & 4 & 5 \end{pmatrix}$ 且 A 的秩 $r(A) = 2$, 则 $t = (\quad)$.

- (A) 2 . (B) 1 . (C) 0 . (D) -1 .

29. 一袋子中有 4 只球, 编号为 1, 2, 3, 4, 从袋子中一次取出 2 只球, 用 X 表示取出的 2 只球的最大号码数, 则 $P\{X = 4\} = (\quad)$.

- (A) 0.4 . (B) 0.5 . (C) 0.6 . (D) 0.7 .