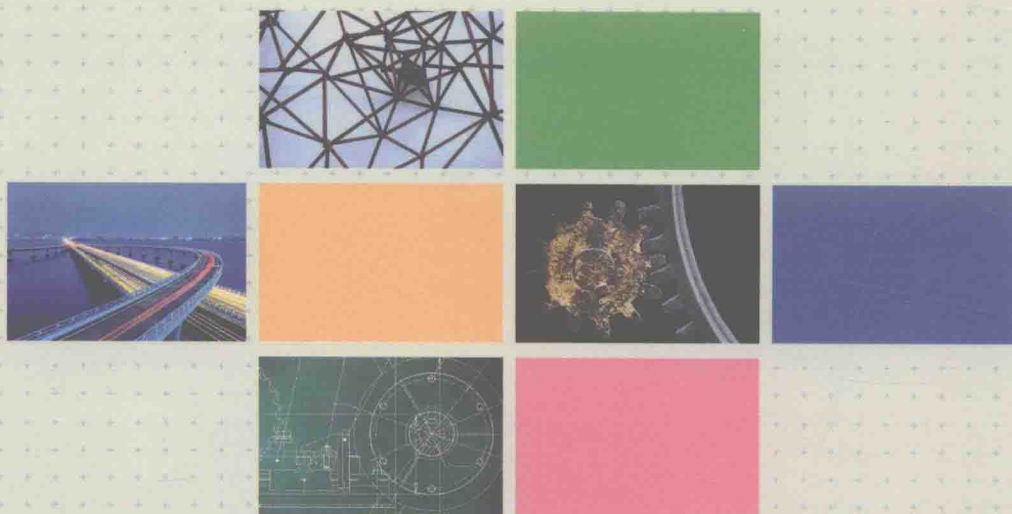


高等工科教育“十三五”规划教材

# 工程力学

GONGCHENG LIXUE

房慧 主编



中国铁道出版社  
CHINA RAILWAY PUBLISHING HOUSE

高等工科教育“十三五”规划教材

# 工程力学

房慧 主编

刘聪 程涵 副主编

中国铁道出版社  
CHINA RAILWAY PUBLISHING HOUSE

## 内 容 简 介

工程力学所包含的内容极其广泛，本书是针对轻工、化工、纺织、环境等专业而编写的基础教材，讲述力学的基础理论和基本知识，为专业设备和机器的工程计算提供必要的理论基础。主要内容包括：静力学基本概念、平面简单力系、平面任意力系、空间力系、材料力学的基本概念、拉伸与压缩、剪切与扭转、弯曲内力与强度计算、弯曲变形与刚度计算、应力状态与强度理论、组合变形时杆件的强度计算、压杆稳定、交变应力。

本书适用于普通高等院校轻工、化工、纺织、环境等专业少学时工程力学课程的教学。

## 图书在版编目 (CIP) 数据

工程力学/房慧主编. —北京: 中国铁道出版社, 2017. 12

高等工科教育“十三五”规划教材

ISBN 978-7-113-23473-7

I. ①工… II. ①房… III. ①工程力学-高等学校-教材  
IV. ①TB12

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2017) 第 313072 号

书 名: 工程力学  
作 者: 房 慧 主编

策 划: 许 璐  
责任编辑: 许 璐 钱 鹏  
封面设计: 刘 颖  
责任校对: 张玉华  
责任印制: 郭向伟

读者热线: 010-63550836

出版发行: 中国铁道出版社 (100054, 北京市西城区右安门西街 8 号)

网 址: <http://www.tdpress.com/51eds/>

印 刷: 虎彩印艺股份有限公司

版 次: 2017 年 12 月第 1 版 2017 年 12 月第 1 次印刷

开 本: 787 mm×1092 mm 1/16 印张: 14.75 字数: 344 千

书 号: 978-7-113-23473-7

定 价: 38.00 元

版权所有 侵权必究

凡购买铁道版图书, 如有印制质量问题, 请与本社教材图书营销部联系调换。电话 (010) 63550836

打击盗版举报电话: (010) 63549504

# 前 言

为了更好地适应普通高等院校轻工、化工、纺织、环境等专业工程力学课程的教学需要，根据国家教委制定的工程力学课程基本要求，在总结多年教学经验的基础上，我们编写了这本《工程力学》教材。

本书内容涵盖了“理论力学”中的“静力学”和“材料力学”中的大部分内容，适用于普通高等院校少学时工程力学课程的教学。

编者对工程力学课程的教学内容、课程体系进行了深入分析和研究，尽可能吸收其他教材的优点，结合轻工、化工、纺织等专业特点，力求做到基本概念、基本理论论述严谨，内容精炼。用有限的学时使学生既掌握最基本的经典内容，又能了解工程力学在工程中的应用。因此，本书与以往同类教材相比，在内容的深度上更适合普通高校的非机械专业学生；在内容安排、例题和习题的选取等方面，工程概念有所加强，引入了涉及广泛领域的大量工程实例，以及与工程有关的例题和习题。

本书由广西民族师范学院房慧任主编，由昆明冶金高等专科学校刘聪和程涵任副主编。具体分工如下：房慧负责编写第1章~第8章；刘聪负责编写第9章和第10章；程涵负责编写第11章~第13章。全书由房慧统稿。

本书在编写和出版的过程中，得到了有关专家的大力支持和帮助，编者谨向他们表示诚挚的谢意。

读者在使用本书时若发现缺点和问题，敬请批评指正。

编 者

2017年11月

# 目 录

绪论 .....	1
----------	---

## 第一篇 静 力 学

第 1 章 静力学基本概念 .....	4
---------------------	---

§ 1-1 力和刚体的概念 .....	4
§ 1-2 静力学公理 .....	5
§ 1-3 约束与约束反力 .....	7
§ 1-4 物体的受力分析和受力图 .....	11
思考题 .....	14
习题 .....	14

第 2 章 平面简单力系 .....	17
--------------------	----

§ 2-1 平面汇交力系的简化与平衡的几何法 .....	17
§ 2-2 平面汇交力系的简化与平衡的解析法 .....	19
§ 2-3 平面力对点之矩 .....	23
§ 2-4 平面力偶及其性质 .....	25
§ 2-5 平面力偶系的简化与平衡条件 .....	27
思考题 .....	29
习题 .....	30

第 3 章 平面任意力系 .....	34
--------------------	----

§ 3-1 平面任意力系向作用面内任一点的简化 .....	35
§ 3-2 平面任意力系的平衡条件与平衡方程 .....	39
§ 3-3 物系的平衡·静定与静不定问题 .....	43
§ 3-4 静定平面桁架的内力计算 .....	46
思考题 .....	49
习题 .....	50

第 4 章 空间力系 .....	54
------------------	----

§ 4-1 空间力在直角坐标轴上的投影及其沿直角坐标轴的分解 .....	54
§ 4-2 空间力对点之矩与力对轴之矩 .....	55
§ 4-3 空间力偶 .....	57
§ 4-4 空间任意力系向一点的简化与平衡条件 .....	58
§ 4-5 空间平行力系的中心与重心 .....	62
思考题 .....	65
习题 .....	66

## 第二篇 材 料 力 学

第 5 章 材料力学的基本概念 .....	70
-----------------------	----

§ 5-1 材料力学的任务 .....	70
§ 5-2 变形固体及其基本假设 .....	71

§ 5-3 外力 内力 截面法 应力与应变 .....	72
§ 5-4 杆件变形的基本形式 .....	76
思考题 .....	77

<b>第 6 章 拉伸与压缩</b> .....	78	思考题 .....	146
§ 6-1 轴向拉伸与压缩的概念与实例 .....	78	习题 .....	146
§ 6-2 轴向拉伸与压缩时杆件横截面上 的内力与应力 .....	79	<b>第 9 章 弯曲变形与刚度计算</b> .....	151
§ 6-3 材料在拉伸和压缩时的力学 性能 .....	81	§ 9-1 梁的挠度与转角 .....	151
§ 6-4 轴向拉伸与压缩杆件的强度 条件及其应用 .....	85	§ 9-2 挠曲线的微分方程 .....	152
§ 6-5 轴向拉伸与压缩杆件的变形 计算 .....	88	§ 9-3 用积分法求梁的变形 .....	153
§ 6-6 简单拉、压的静不定问题 .....	89	§ 9-4 用叠加法求梁的变形 .....	157
§ 6-7 应力集中的概念 .....	93	§ 9-5 梁的刚度校核提高梁的刚度的 主要措施 .....	158
思考题 .....	94	§ 9-6 简单静不定梁的解法 .....	160
习题 .....	94	思考题 .....	163
<b>第 7 章 剪切与扭转</b> .....	98	习题 .....	163
§ 7-1 剪切和挤压的概念与实用计算 .....	98	<b>第 10 章 应力状态和强度理论</b> .....	165
§ 7-2 扭转的概念与实例 .....	102	§ 10-1 一点应力状态的概念 .....	165
§ 7-3 外力偶矩、扭矩与扭矩图 .....	103	§ 10-2 复杂应力状态实例——圆筒形 薄壁容器的计算 .....	166
§ 7-4 纯剪切与剪切胡克定律 .....	105	§ 10-3 平面应力状态分析—— 解析法 .....	167
§ 7-5 圆轴扭转时的应力与变形 .....	107	* § 10-4 平面应力状态分析的图解法—— 应力圆 .....	173
§ 7-6 圆轴扭转时的强度与刚度条件 .....	111	§ 10-5 三向应力状态简介 .....	174
思考题 .....	114	§ 10-6 广义胡克定律 .....	175
习题 .....	115	§ 10-7 强度理论及其应用 .....	177
<b>第 8 章 弯曲内力与强度计算</b> .....	119	思考题 .....	181
§ 8-1 弯曲的概念和实例 .....	119	习题 .....	182
§ 8-2 梁的内力-剪力与弯矩 .....	120	<b>第 11 章 组合变形时杆件的强度     计算</b> .....	184
§ 8-3 剪力图和弯矩图 .....	123	§ 11-1 组合变形的概念和实例 .....	184
§ 8-4 载荷集度、剪力和弯矩间的 关系 .....	127	§ 11-2 弯曲与拉伸(压缩)的组合 .....	185
§ 8-5 纯弯曲时梁横截面上的正应力 .....	130	§ 11-3 弯曲与扭转的组合 .....	189
§ 8-6 梁弯曲的正应力强度条件及其 应用 .....	134	思考题 .....	192
§ 8-7 弯曲剪应力 .....	138	习题 .....	193
§ 8-8 提高梁的弯曲强度的措施 .....	141	<b>第 12 章 压杆稳定</b> .....	195
		§ 12-1 压杆稳定的概念 .....	195

§ 12-2 两端铰支压杆的临界力 .....	196	§ 13-2 材料的持久极限及其测定 .....	211
§ 12-3 其他支承条件下压杆的 临界力 .....	197	§ 13-3 影响持久极限 $\sigma_{-1}$ 的因素 .....	212
§ 12-4 临界应力与柔度 临界应力 总图 .....	199	§ 13-4 对称循环下构件的疲劳强度 校核 .....	216
§ 12-5 压杆的稳定校核 .....	201	§ 13-5 提高构件疲劳强度的措施 .....	217
§ 12-6 提高压杆稳定性的措施 .....	204	思考题 .....	219
思考题 .....	205	习题 .....	219
习题 .....	206	习题参考答案 .....	221
<b>第 13 章 交变应力</b> .....	<b>208</b>	<b>参考文献</b> .....	<b>227</b>
§ 13-1 交变应力及疲劳破坏 .....	208		

# 绪 论

## 1. 工程力学的研究内容

工程力学所包含的内容极其广泛，本书是针对轻工、化工类专业而编写的技术基础教材，讲述力学的基础理论和基本知识，为专业设备和机器的工程计算提供必要的理论基础，因此，本书所研究的工程力学只包括“静力学”和“材料力学”两部分内容。

**静力学**是研究物体的受力与平衡规律的科学。它是进一步研究材料力学的基础。

**材料力学**是研究工程中各种构件（泛指机器、设备的零部件）的强度、刚度和稳定性等计算原理的科学。

在轻工、化工的工业生产中，存在大量的设备、结构和机器。它们在工作时，要受到各种载荷的作用，如果构件在外载荷的作用下丧失了正常的功能，则称该构件已经**失效**或**破坏**。工程构件的失效形式主要有以下三种：

(1) **强度失效** 它是指构件在外力作用下发生不可恢复的塑性变形或发生断裂。例如，断裂的销钉，发生塑性变形的铆钉、传动轴等。

(2) **刚度失效** 它是指构件在外力作用下产生过量的弹性变形。例如，齿轮传动轴的变形过大，不仅会缩短齿轮的寿命，而且还会加大传动轴与轴承之间的磨损，从而导致传动机构丧失正常功能；电动机轴如果变形过大，会增加功率的损耗，严重时会导致转子和定子相互接触，从而造成事故。

(3) **稳定性失效** 它是指在某种外力（例如轴向压力）作用下，其平衡形式发生突然转变。例如，细长压杆的失稳。

## 2. 工程力学的任务

本门课程的任务就是要保证构件在确定的外力作用下正常工作而不失效，即保证构件具有足够的强度、刚度与稳定性。简单地说，**强度**就是指构件抵抗载荷而不损坏的能力；**刚度**就是指构件抵抗变形的能力；**稳定性**就是指构件保持原有稳定平衡状态的能力。

为了满足这三方面的要求，需要：

- (1) 分析并确定构件所受各种外力的大小和方向。
- (2) 研究在外力作用下构件的内部受力、变形和失效的规律。
- (3) 提出保证构件具有足够强度、刚度和稳定性的设计准则和方法。

## 3. 工程力学的研究对象

根据几何形状和尺寸的不同，工程构件大致可以分为杆、板、壳、块体等。本课程主要以梁、轴、柱等杆类构件作为研究对象，即主要研究某一方向上尺寸远大于其他两个方向上尺寸的构件。而板、壳以及块体的研究属于“板壳理论”和“弹性力学”的范畴。

## 4. 工程力学的研究方法

研究任何问题都必须遵循科学的研究方法，本门课程也不例外。进行现场观察和实验是认识力学规律的重要实践性环节。通过反复的实践，忽略问题的次要因素，抓住问题的

主要因素，就可以将研究的对象抽象为力学模型。例如，在研究物体的平衡时，物体的变形是次要因素，忽略这一次要因素就可以用刚体（见 § 1.1）这一理论模型来代替真实物体。而在研究物体的强度和变形规律时，变形成为主要因素，于是就用变形固体模型来代替真实物体。

学习工程力学，读者要深刻理解其中已经被实践证明是正确的基本概念和基本定律，由此导出的解决工程力学问题的定理和公式必须熟练掌握。演算一定数量的习题是非常必要的，把学到的理论知识不断运用到实践中去，是巩固和加深理解所学知识的重要途径。

# 第一篇 静 力 学

静力学研究物体在力系作用下的平衡规律。所谓力系，就是指作用于物体上的一群力。而平衡则是指物体相对于惯性参考系（如地面）保持静止或作匀速直线运动的状态。

本篇着重研究下列三个问题：

## (1) 物体的受力分析

分析某物体受力的数目及每个力的作用位置和方向。作用在物体上的力可分为两类：一类是主动力，如重力、电磁力、流体压力等，这类力通常是已知的；另一类是约束反力，通常为未知力。

## (2) 力系的简化

如果作用在物体上的一个力系可以用另一个力系来代替而不改变它对物体的作用效果，则称这两个力系为等效力系。如果将作用在物体上的一个比较复杂的力系用一个简单力系来等效地替换，称为力系的简化。

## (3) 建立各种力系的平衡条件

所谓平衡条件，是指物体处于平衡状态时力系所应满足的条件。工程中常见的力系，按其作用线的位置可以分为平面力系和空间力系；按其作用线的相互关系，又可以分为共线力系、平行力系、汇交力系和任意力系。

满足平衡条件的力系称为平衡力系。根据力系的平衡条件可以求出作用在平衡物体上的未知力。

## § 1-1 力和刚体的概念

### 1. 力的概念

力的概念是人们从长期的劳动实践中抽象出来的，它是物体相互的机械作用，这种作用使物体的机械运动状态发生改变。物体间相互的机械作用，不仅可以使物体的机械运动状态发生改变，而且还能引起物体的变形。由此可知，物体受力后产生的效应有两种：一种是机械运动状态的变化，称为力的运动效应或外部效应；另一种是变形，称为力的变形效应或内部效应。

实践表明，力对物体的作用效果应决定于三个要素，即力的大小、方向和作用点。因此，力是一个矢量，能按照矢量的运算规则进行运算。我们可以用一个矢量来表示力的三个要素，如图 1-1 所示。这个矢量的长度  $AB$  按一定的比例尺表示力的大小；矢量方向表示力的方向；矢量的起始端点  $A$  表示力的作用点，矢量所在的直线  $mn$  表示力的作用线。

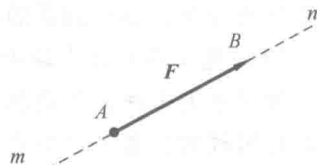


图 1-1

力矢常用加黑字母  $\boldsymbol{F}$  来表示，而普通的同一字母  $F$  则表示力矢的大小。在国际单位制中，力的单位符号为“N”，称为牛顿（牛），常用的单位符号还有“kN”，称为千牛顿（千牛）。

### 2. 刚体的概念

工程中常用的材料，如钢、铸铁、混凝土、木材等，在制成机器零件及设备部件后，通常都有足够的抵抗变形的能力。因此，在对它们进行受力分析时，变形是一个次要因素，可以忽略不计。为了简化研究的问题，就可以将原物体抽象为一个理想化的力学模型——刚体。所谓刚体，就是指在力的作用下不发生变形的物体（其内部任意两点之间的距离始终保持不变）。

实际上，物体受力后或多或少都要发生变形，纯粹的刚体是不存在的。之所以做这样的抽象，不仅是解决工程实际问题所允许的，也是认识力学规律所必需的。长期的实践证明，引用“刚体”这一概念在许多情况下得到的结果是足够精确的。但是应该指出，采用刚体这一模型时，要注意所研究的问题的性质。随着问题性质的改变，那些原来的次要因素，在新的情况下可能转变为主要因素，于是必须对计算模型作相应的改变。例如，一根

梁如果由三个支座支承,在分析三个支座的支承力时,尽管梁的变形很小,三个支承力却与之有关,这时,梁的变形就成为主要因素,必须以另一模型——变形固体来代替。本篇研究的物体仅限于刚体,所以又称为刚体静力学,它是进一步研究变形体力学的基础。

## § 1-2 静力学公理

所谓公理,是人们在生活和生产实践中长期积累的经验总结,又经过实践反复检验,为人们所公认的符合客观实际的最普遍、最一般的规律。

### 公理 1 力的平行四边形法则

作用在物体上同一点的两个力,可以合成为一个合力。这个合力的作用点也在该点,其大小和方向,由以这两个力为边构成的平行四边形的对角线所确定,如图 1-2a 所示,即

$$\mathbf{F}_R = \mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2$$

该公理也可用一个力的矢量三角形来表示,如图 1-2b、c 所示。力三角形的两个边分别为力矢  $\mathbf{F}_1$  和  $\mathbf{F}_2$ , 第三边  $\mathbf{F}_R$  即代表合力矢,且合力的作用点仍在汇交点  $O$ 。因此,该公理又称为力的三角形法则。它是复杂力系简化的基础。

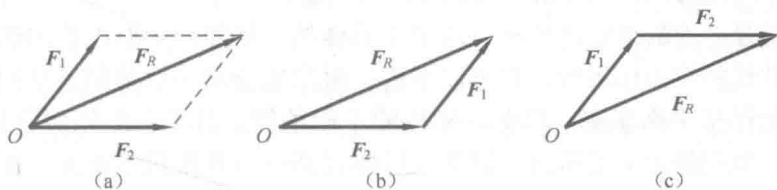


图 1-2

### 公理 2 二力平衡原理

如果作用在刚体上的两个力使其保持平衡,那么这两个力必满足以下条件:大小相等,方向相反,而且作用在同一直线上,如图 1-3 所示,即

$$\mathbf{F}_1 = -\mathbf{F}_2$$

该公理表明了作用于刚体上的最简单力系平衡时所必须满足的条件。

工程中常用到的一类构件具有这样的特点:它们只受到两个力的作用而保持平衡,我们称这类构件为二力构件,简称二力杆。根据二力平衡原理可以断定,这两个力必定在两个作用点的连线上。

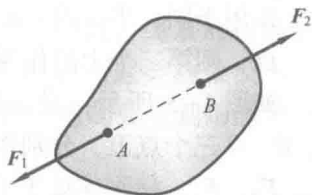


图 1-3

### 公理 3 加减平衡力系原理

在已知力系上加上或减去任意个平衡力系,并不改变原力系对刚体的作用效果。该公理是研究力系等效变换的重要依据。由此可以得到如下两个推论:

#### 推论 1 力的可传性

作用于刚体上某点的力,可以沿着它的作用线移到刚体内任意一点,而不改变其对刚

体的作用效果。对此我们可以做如下证明：

设力  $F$  作用于刚体上的  $A$  点，如图 1-4a 所示。根据加减平衡力系原理，可在力  $F$  的作用线上任一点  $B$  处加上一对平衡力  $F_1$  和  $F_2$ ，并且使  $F_1 = -F_2 = F$ ，如图 1-4b 所示。由于力  $F_2$  和  $F$  也构成一对平衡力，将它们去掉并不改变刚体的运动状态。于是，刚体上只剩下力  $F_1$ ，如图 1-4c 所示。这就相当于原来的力  $F$  与力系  $(F, F_1, F_2)$  以及力  $F_1$  等效，即力自点  $A$  沿其作用线移至任一点  $B$ 。这就是力的可传性。

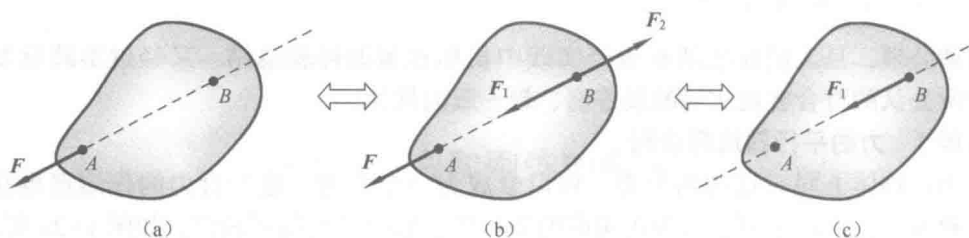


图 1-4

由此可见，对刚体而言，力的作用点已不是决定力的作用效应的要素，它已为作用线所代替。因此，力的三要素对于刚体则成为：力的大小、方向和作用线。作用于刚体上的力矢可以沿其作用线移动，这样的矢量称为滑动矢量。

应当注意的是，力的可传性是不适用于变形体的。例如，一根柔性的绳索当受到一对等值、反向、共线的拉力作用时，它可以平衡；而当它受到一对等值、反向、共线的压力作用时，则不能保持平衡状态。因此，刚体的平衡条件，对于变形体而言只是必要条件，而非充分条件。但在静力学范畴内，如果变形体在某一力系作用下而处于平衡，也可以将其视为平衡刚体进行研究。

### 推论 2 三力平衡汇交原理

作用于同一平面内互不平行的三个力使刚体保持平衡，如果其中两个力的作用线汇交于一点，则第三个力的作用线必通过该汇交点。

如图 1-5 所示，设在刚体的同一平面内的  $A$ 、 $B$ 、 $C$  三个点上，分别作用三个互不平行的力  $F_1$ 、 $F_2$ 、 $F_3$ ，使刚体处于平衡状态。根据力的可传性，将力  $F_1$  和  $F_2$  移到汇交点  $O$ ，然后根据力的平行四边形法则，得合力  $F_{12}$ 。此时，相当于平衡刚体上只作用两个力  $F_{12}$  和  $F_3$ ，根据二力平衡原理，这两个力必大小相等、方向相反且作用于同一直线。即力  $F_3$  的作用线也通过力  $F_1$  和  $F_2$  的汇交点  $O$ 。

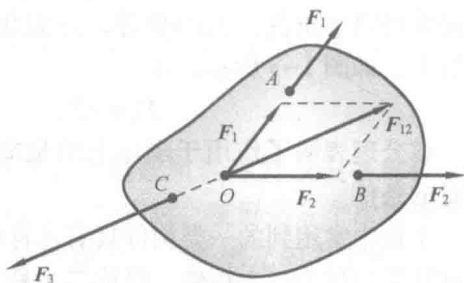


图 1-5

### 公理 4 作用与反作用定律

作用力和反作用力总是同时存在的，两个力的大小相等、方向相反，沿着同一直线，分别作用于两个相互作用的物体上。

这个公理概括了物体间相互作用的关系，表明作用力和反作用力总是成对出现的。在

研究由几个物体构成的系统——物系的受力关系时，常常用到这个定律。但需要强调指出的是，该公理决不能与二力平衡原理相混淆。前者的作用力与反作用力分别作用于两个不同的物体上，而后者则是作用在同一物体上。因此，不能认为作用力与反作用力相互平衡。作用力和反作用力用同一字母表示，但其中之一，在字母的右上方加一“'”。

### § 1-3 约束与约束反力

在力学分析中通常把物体分为两类：一类称为自由体，它们在空间的位移不受任何限制，例如，空中飞行的炮弹，飞机等；另一类称为非自由体，它们在空间的位移受到一定的限制，例如，机车受到铁轨的限制，只能沿轨道运动；曲柄轴受到轴承的限制，只能转动；重物由钢索吊住，不能下落等。

由以上分析可以引出一个重要的概念——约束。对非自由体的某些位移起限制作用的周围物体称为约束。前面的例子中，铁轨对于机车，轴承对于曲柄轴，钢索对于重物等，都是约束。由于约束阻碍着物体的位移，也就是它能够起到改变物体运动状态的作用，因此约束对物体的作用实际上就是力，这种力称为约束反力，简称反力。约束反力是通过约束与被约束物体之间的相互接触而产生的，其大小和方向，取决于物体受到的主动力（已知力）的作用情况和约束的类型。约束反力的方向，总是与该约束所能够阻碍的位移方向相反，我们可以通过平衡条件求出未知的约束反力。

实际约束的结构形式各种各样，但可以将它们归纳成几种典型约束。下面介绍几种工程中常见的简单约束类型及确定约束反力的方法。

#### 1. 柔性约束

这种约束是由绳索、传动带或链条等柔性物体构成的。柔性约束的物理性质决定了约束本身只能承受拉力，所以它给物体的约束反力也只能是拉力。因此，绳索对物体的约束反力作用在接触点，方向沿着绳索而背离物体。通常用  $F$  或  $F_T$  表示这类约束反力。如图 1-6a 所示为用细绳吊一重物，细绳可限制物体向下运动，因此，重物要受到细绳的拉力  $F_T$  作用（图 1-6b）。

再如，链条或皮带也都只能承受拉力。当它们绕在轮子上时，对轮子的约束反力方向是沿着轮缘的切线方向的，如图 1-7 所示。

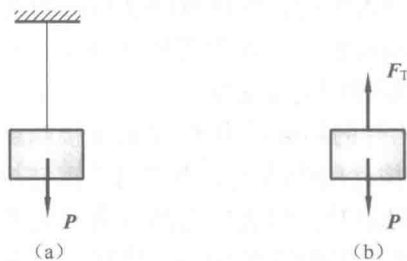


图 1-6

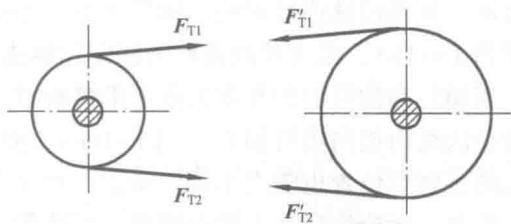


图 1-7

## 2. 光滑接触面约束

无论接触面是平面还是曲面，这种约束只能限制物体沿着接触面的公法线趋向约束内部的位移，而不能限制物体沿约束表面切线的位移。因此，光滑支承面对物体的约束反力作用在接触点，方向沿着公法线指向受力物体（被约束物体）。显然，当物体受这种光滑面约束且接触位置已知时，约束反力的方向及作用点即可确定。这种约束反力又称为法向反力，通常用  $F_N$  表示。如图 1-8a、b 所示，轮与轨道接触时，若不计摩擦，则轨道可视为光滑接触面约束，约束反力沿公法线垂直向上（图 1-8c）。

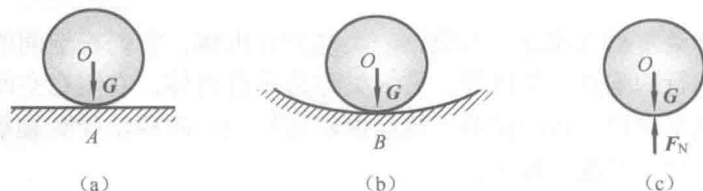


图 1-8

如果是尖点与光滑面接触，由于尖点处的切线是不确定的，所以这时公切线的方位还要根据接触点处的光滑面来判断，而约束反力的方向应垂直于该公切线指向受力物体，如图 1-9a、b、c 所示。

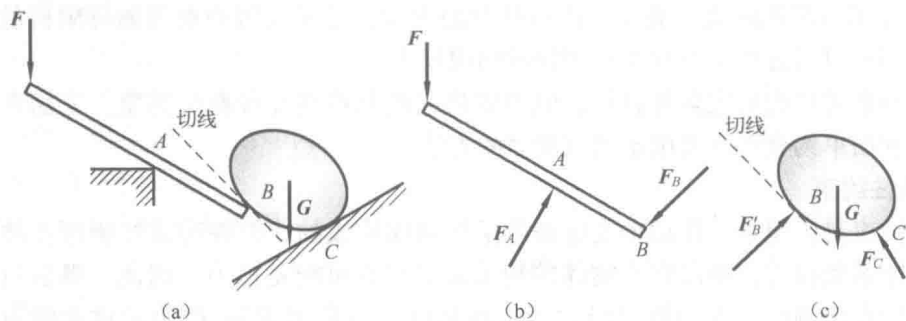


图 1-9

## 3. 圆柱铰链约束与固定铰支座约束

这也是一类很常见的约束，又称为平面铰链约束。圆柱铰链的典型结构是在两个构件上各钻一圆孔，再用一圆柱形销钉将二者连接起来，如图 1-10a 所示，其简图如图 1-10b 所示。销钉与圆孔的接触面，在一般情况下可以认为是光滑的，构件可以绕销钉的轴线任意转动。如果铰链连接的两个构件中有一个固定在地面或机架上作为支座（图 1-11a，其简图为 1-11b），则这种约束称为固定铰链支座约束，简称固定铰支座。

当销钉和构件的圆孔在某点光滑接触时，销钉对构件的约束反力  $F_A$  作用在接触点，且沿着公法线而指向销钉轴心（图 1-10c）。但是，随着构件所受的主动动力不同，销钉与构件圆孔的接触点位置也随之不同。所以，当主动力尚未确定时，约束反力的方向预先不能确定。然而，无论约束反力朝向哪里，其作用线必通过销钉与圆孔的中心。这样一个方向不能预先确定的约束反力，通常可以用通过铰链中心的两个正交分力  $F_{Ax}$  和  $F_{Ay}$  来表示，如图 1-10d 和图 1-11c 所示。它们的指向暂可任意假设。

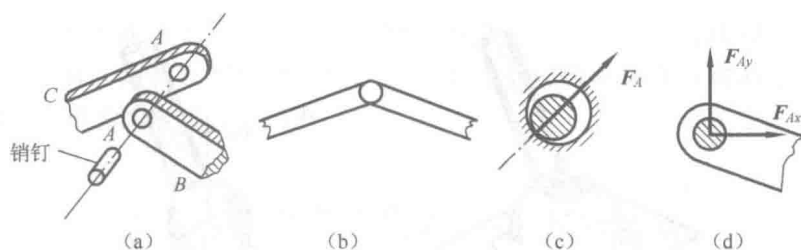


图 1-10

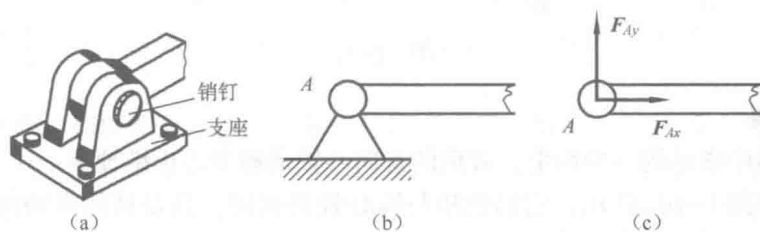


图 1-11

#### 4. 辊轴支座约束

工程上为了适应某些结构的变形需要，经常采用辊轴支座约束。例如桥梁、屋架以及大型卧式容器等结构中的支承，如图 1-12a、b 所示，其简图如图 1-12c 所示。这种结构是在圆柱铰链支座与光滑支持面之间安装一些辊轴而构成的，它可以沿着支承面移动，允许由于温度变化而引起结构跨度的自由伸长或缩短。这表明，该约束只限制物体在垂直于接触面方向的位移，而不限制物体的转动和沿接触面切线方向的位移，因此这种约束又称为移动铰支座约束，简称移动铰支座。显然，辊轴支座的约束性质与光滑接触面约束的性质相同，其约束反力必垂直于辊轴支承面，且作用线通过铰链中心。通常也用  $F_N$  表示其约束反力，如图 1-12d 所示。

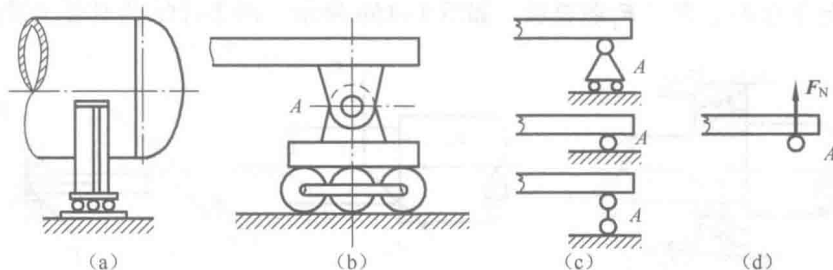


图 1-12

#### 5. 球形铰链约束

这是一种空间约束，简称球铰，如图 1-13a 所示。杆件端部为球形，它被约束在一个固定的光滑球槽中，球和球槽半径近似相等，球心固定不动，杆只能绕此点转动，不能在空间任意方向移动。与圆柱铰链的约束类似，其约束反力应是通过球心但方向不能预先确定的一个空间力，可用三个正交分力  $F_{Ox}$ 、 $F_{Oy}$ 、 $F_{Oz}$  表示，如图 1-13b 所示。

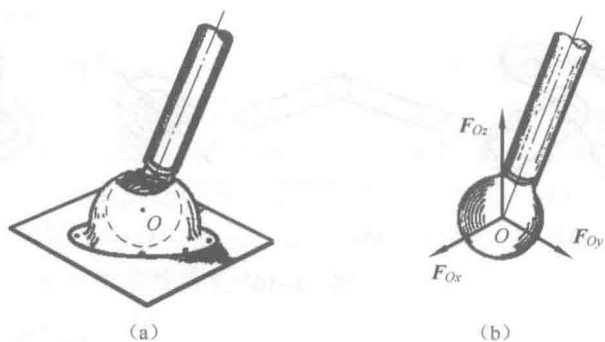


图 1-13

## 6. 轴承约束

轴承是机器中常见的一种约束，常用的有向心轴承和向心止推轴承。

向心轴承如图 1-14a 所示，它的性质与圆柱铰链相同，只是被约束物体为轴，轴承限制了轴在垂直于轴线平面内的径向位移。其约束反力与圆柱铰链约束反力的特点相同，因而也可以用两个正交分力  $F_x$ 、 $F_y$  来表示，其简图及约束反力如图 1-14b 所示。

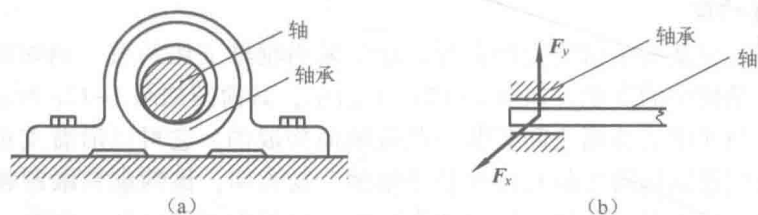


图 1-14

向心止推轴承如图 1-15a 所示，它不仅限制轴在垂直于轴线平面内的径向位移，而且还能限制单向的轴向位移。其约束反力与球形铰链约束反力的特点相同，即其约束反力也是由三个正交分力  $F_x$ 、 $F_y$ 、 $F_z$  来表示，如图 1-15b 所示。图 1-15c 为其受力简图。

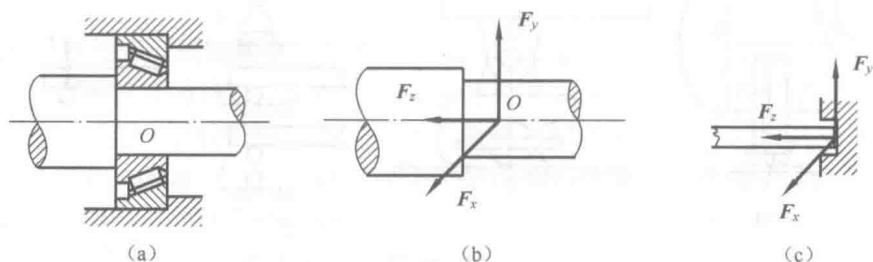


图 1-15

除上述约束类型以外，工程中还有一种常见的约束类型——固定端约束，我们将在第 3 章中介绍。

需要指出的是，上述约束都是所谓的“理想约束”。工程实际结构中，有些约束与理想约束极为接近，有些则不然。例如某些桁架结构的焊接与铆接处，严格地讲并不是铰链约