



“十二五”普通高等教育本科国家级规划教材  
高等院校师范类专业系列教材  
浙江省精品课程建设项目

(第二版)

# 数学课程与教学论

叶立军 斯海霞 编著 曹一鸣 主审

# Mathematics Curriculum And Teaching



浙江  
大学  
出版  
社  
ZHEJIANG UNIVERSITY PRESS



“十二五”普通高等教育本科国家级规划教材  
高等院校师范类专业系列教材  
浙江省精品课程建设项目

(第二版)

# 数学课程与教学论

叶立军 斯海霞 编著 曹一鸣 主审

# Mathematics Curriculum And Teaching



浙江大学出版社  
ZHEJIANG UNIVERSITY PRESS

## 图书在版编目 (CIP)数据

数学课程与教学论 / 叶立军, 斯海霞编著. —2 版.  
—杭州: 浙江大学出版社, 2016. 4

ISBN 978-7-308-15445-1

I. ①数… II. ①叶… ②斯… III. ①中学数学课—  
教学研究 IV. ①G633.602

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2015)第 301977 号

## 数学课程与教学论(第二版)

叶立军 斯海霞 编著

曹一鸣 主审

---

责任编辑 黄兆宁

责任校对 金佩雯 陈宇

封面设计 联合视务

出版发行 浙江大学出版社

(杭州市天目山路 148 号 邮政编码 310007)

(网址: <http://www.zjupress.com>)

排版 杭州中大图文设计有限公司

印刷 富阳市育才印刷有限公司

开本 710mm×1000mm 1/16

印张 20.25

字数 368 千

版印次 2016 年 4 月第 2 版 2016 年 4 月第 1 次印刷

书号 ISBN 978-7-308-15445-1

定价 42.50 元

---

版权所有 翻印必究 印装差错 负责调换

浙江大学出版社发行中心联系方式: 0571-88925591; <http://zjdxcb.com>

## 再版前言

“数学学科教学论”是高等师范院校数学与应用数学本科专业的一门必修课,是培养学生从师素质,使其走向数学教师专业化的重要课程。它在教师培养和教育中起到了十分重要的作用。本课程的目标是:使学生深入了解国内外数学教育的发展历史和改革趋势,树立现代教育理论与教育思想;明确中学数学的教育目的、教学原则,了解国内外的主要教学理论、学习理论、课程理论,掌握数学学习理论数学观、数学教育观;掌握数学教育教学方法和教学模式,理解中学数学思维方法、数学思维品质、思维过程、思维的一般方法,以培养数学创新思维。

为了实现这些目标,本书在编写过程中努力做到:第一,采用现代数学教育理念、新的教学观点阐述数学教学理论,构建了新的数学教育体系,并与正在进行基础教育改革实验的国家数学课程标准相适应。第二,从现代数学教育的特征入手,根据新课程标准的理念,阐述了数学的教学目的、内容,阐述了数学观、数学教育观,介绍了国内外的主要教学理论、学习理论、课程理论。第三,对中国数学课堂教学实践进行了分析和讨论,介绍了数学教育教学方法和教学模式,并探讨了中学数学思维方法,对数学思维品质、思维过程、思维的一般方法以及如何培养良好的数学思维品质进行了详尽的叙述。第四,本书详细地介绍了数学教师教学技能、数学教学评价,同时还介绍了数学教育研究方法和论文写作,以提高师范生的教学技能。

本课程是杭州师范大学的主要建设课程之一,于2007年被列为杭州师范大学精品课程建设项目,2009年被列为浙江省精品课程建设项目,开展了系列研究、建设,并开展了多个教学改革项目研究,取得了丰硕的成果。多年来,课题组紧紧围绕高等院校师范类本科人才培养目标和规格,密切结合基础数学教学改革的实际,深入研究高等院校师范类数学本科“数学学科教学论”课程的内容体系、教学方法等。在此基础上编写了《数学课程与教学论》一书。

本教材用一章的篇幅探讨了中学数学教学的主要工作,如备课、说课、评课、研课、评课、微课制作等教学基本技能,主要是让学生通过学习了解数学教师的基本工作,并在学习中不断地提高自身的素养。本教材还增加了教学案例,可以使学生在撰写教案、说课以及评课的技能培养中得到启发。

本教材体现了时代性、国际性、学术性,努力探求中学数学教育的特色,以逐步形成一定的数学教育理论体系。教材于2014年被列为“十二五”普通高等教育本科国家级规划教材。

本教材由叶立军、斯海霞编撰,其中,斯海霞博士编写了第二章、第三章,并认真阅读、修改了其他章节,程翠婷、王娇娇参与了部分章节的撰写和修改,其他章节由叶立军编撰。

本教材在编撰过程中得到了杭州师范大学教务处、理学院领导的支持和帮助,在此表示衷心的感谢。

本教材在编撰的过程中,吸收了许多专家学者的著作和研究成果,在此深表感谢。

由于作者学识有限,时间仓促,书中难免有不当之处,恳请各位专家、广大师生批评指正。

叶立军  
于杭州西子湖畔  
2015年8月

## 目 录

|                              |     |
|------------------------------|-----|
| <b>第一章 绪 论</b> .....         | 001 |
| 第一节 数学课程与教学论的历史渊源 .....      | 001 |
| 第二节 数学课程与教学论的研究对象 .....      | 010 |
| 第三节 数学课程与教学论的基本特征 .....      | 013 |
| 第四节 数学课程与教学论的研究方法 .....      | 022 |
| <b>第二章 数学课程与标准解读</b> .....   | 025 |
| 第一节 数学课程概念 .....             | 025 |
| 第二节 我国中小学数学课程标准解读 .....      | 031 |
| 第三节 国外高中数学课程标准 .....         | 044 |
| <b>第三章 数学教学理论与教学模式</b> ..... | 050 |
| 第一节 一般教学理论 .....             | 050 |
| 第二节 数学教学理论 .....             | 064 |
| 第三节 数学教学模式 .....             | 073 |
| <b>第四章 数学学习理论</b> .....      | 079 |
| 第一节 数学学习的基本理论 .....          | 079 |
| 第二节 影响数学学习的几种学习理论 .....      | 083 |
| 第三节 数学学习的一般理论 .....          | 090 |
| 第四节 数学概念的学习 .....            | 097 |
| 第五节 数学命题的学习 .....            | 102 |
| 第六节 数学技能的学习 .....            | 104 |
| 第七节 数学问题解决的学习 .....          | 107 |

|                       |     |
|-----------------------|-----|
| <b>第五章 数学教学技能</b>     | 116 |
| 第一节 课堂教学工作            | 116 |
| 第二节 如何备课              | 126 |
| 第三节 如何说课              | 141 |
| 第四节 如何说题              | 145 |
| 第五节 如何研课              | 151 |
| 第六节 如何评课              | 156 |
| 第七节 如何制作微课            | 162 |
| <b>第六章 数学思维及其培养</b>   | 168 |
| 第一节 数学思维和思维过程         | 168 |
| 第二节 数学思维的一般方法         | 176 |
| 第三节 数学思维的品质及其培养       | 197 |
| 第四节 数学创造性思维及其培养       | 202 |
| <b>第七章 数学教学设计</b>     | 210 |
| 第一节 准确设计教学目标          | 210 |
| 第二节 合理设计数学教学过程        | 214 |
| 第三节 合理创设问题情境          | 226 |
| 第四节 有效设计数学活动          | 234 |
| <b>第八章 数学教学设计案例分析</b> | 244 |
| 第一节 概念教学设计案例分析        | 244 |
| 第二节 问题解决教学案例分析        | 257 |
| <b>第九章 中学数学教学评价</b>   | 262 |
| 第一节 课堂教学评价的方法         | 262 |
| 第二节 评价学生数学学业成就的基本途径   | 274 |
| 第三节 国外中学数学教育评价简介      | 281 |
| <b>第十章 数学教育研究</b>     | 295 |
| 第一节 数学教育研究概述          | 295 |
| 第二节 数学教育研究课题的类型       | 301 |
| 第三节 数学教育论文习作          | 307 |
| <b>参考文献</b>           | 317 |

# 第一章 绪论

《数学课程与教学论》与多数关于数学学科教育的论著一样,关注数学教育、关心数学教育和研究数学教育,为有志从事数学教育行业、关心数学教育事业发展的人们,介绍数学教育的一般研究问题、领域前沿思考和变化发展方向。本章主要探讨数学课程与教学论的历史渊源、研究对象、基本特征和研究方法,力求客观地介绍本课程的发展脉络、特点和展望,以使我们能够快速地了解数学教育领域的概貌,了解数学教育的研究对象,切入数学教育的核心内容。

## 第一节 数学课程与教学论的历史渊源

数学既是一门技术,也是一种文化。为了延续、推广和传承数学,数学教育应运而生。一门学科的发展历史必然伴随着这门学科的教育历史,数学也不例外。现代意义上的教育,主要体现在课程设置和教学研究上,但一门学科的教育历史更为悠久和复杂,同时也显得有些细碎和凌乱。为了能够在纷杂的材料中理出一条较为清晰的脉络,下面将分古代数学教育的概况、近代数学教育的发展、现代数学教育的变化和趋势以及中国数学教育的特点等几个方面逐一介绍,希望从各个阶段、不同角度了解和审视数学教育。

### 一、古代数学教育的概况

古埃及曾开办各种类型的学校,如宫廷学校、职官学校、寺庙学校和文士学校等,而这些学校的数学课程都是不可缺少的。古埃及历史的主要考证文物是纸草书,其中以莫斯科纸草书(公元前 1850 年)和兰德纸草书(公元前 1800 年)最为著名。例如,莫斯科纸草书就记载这样的—个数学问题:“如果告诉你,一个截顶金字塔垂直高度为 6,底边为 2,另一底边为 4。4 的平方为 16,4 的两倍

为 8, 2 的平方是 4; 把 16、8 和 4 加起来, 得 28; 取 6 的三分之一得 2; 取 28 的二倍为 56。看, 它是 56。你算对了。”这就是现在的四棱台体积公式。又如兰德纸草书中所述的“一个量与其  $\frac{1}{4}$  相加之和是 15, 求这个量”, 不正是一个一元一次方程的求解问题吗!

古巴比伦也创办了各类学校培养人才, 而数学是学校的主要教育内容。两河流域文明的记载主要从泥板书中获取, 泥板书是古巴比伦人祖传的一种记录和保存文字的载体。其中, 普林顿 322 号泥板书(公元前 1900 年—前 1600 年) 被称为数学泥板书。在这块泥板书上发现了符合毕达哥拉斯定理的数组。它比毕达哥拉斯时期早一千多年, 比我国《周髀算经》(公元前 1000 年) 中描述的勾股定理也要早几百年的时间。另一种泥板书——汉穆拉比时代泥板书(公元前 1700 年) 则记有如下的问题: 一块长方形土地面积加上长与宽之差为 183, 而长与宽之和为 27, 这块地的长、宽、面积各是多少? 这样的数学问题在那个年代已经是非常“高深”的了。古代印度的教育与宗教密切相关。公元 5 世纪前的各类学校就已经涉及数学内容。到了 5 世纪后期, 围绕寺院这个中心的各种学术风气越来越浓, 也促成了代数的发展。印度·阿拉伯记数法、一元二次方程的求根公式等数学知识对周边国家的影响深远。

中国古代数学以《周髀》(西汉初期的一部天文和数学著作, 唐朝时改名《周髀算经》) 和《九章算术》最为著名。后分别经魏晋时期的赵爽和刘徽的注释, 从而影响深远, 广为流传。如果说原著作是以记载式为特色、以收集数学知识内容为目的的数学书籍, 那么对其进行相应的注释而形成的文字则可以说是古老的数学教科书了, 起到了推广数学、传播数学的作用, 它们的数学教育意义很有分量。其中的勾股定理、十进制后来都成了家喻户晓、妇孺皆知的数学常识。而“鸡兔同笼”, “今有物不知其数, 三三数之剩二, 五五数之剩三, 七七数之剩二, 问物几何?”等数学问题则以“游戏”的形式出现, 寓教于乐。

古希腊的许多著名哲学流派如爱奥尼亚学派、毕达哥拉斯学派、柏拉图学派、巧辩学派等, 与数学渊源深厚。这些团体的学术活动以数学研究为主要内容, 他们的许多成果就是数学, 如几何、古典数论等。而数论、几何、音乐和天文在当时被称为“四艺”, 备受推崇。稍后的欧几里得《几何原本》(公元前 300 年) 既是一项集古希腊众多思想家智慧于一身的学术成果, 也是一本完整的学生课本。可以说, 《几何原本》是历史上使用时间最长的数学教科书, 被誉为“西方数学的代表作”。另外, 如果说《几何原本》是集思辨于数学的典范, 那么作为天文学家、力学家和数学家的阿基米德则是古希腊少有的“应用数学”的楷模, 他在杠杆原理和重心理论等力学问题上作出了突出的贡献, 他的著作《杠杆论》、《支柱论》和《板的平衡》就是数学应用的典型例子。

## 二、近代数学教育的发展

在此,我们略过西罗马帝国灭亡(公元 476 年)至文艺复兴这长达一千年的漫长的“黑暗中世纪”。因为,其间数学研究和数学教育也几乎处于“停止”的状态。但是,伴随着文艺复兴这场反封建、反神权的伟大运动的到来,束缚了人们一千多年的思想似乎一夜之间获得了解放,数学也不容例外地重新进入人们的视野之中,获得了前所未有的重视。“复古”与“新生”交相辉映,数学既回复到古希腊数学的优良传统,又在新的时代之中插上“思想自由”的翅膀,带来了“数学想象”的巨大活力。在各个国家的大学课程中陡然增加了数学课程的授课时数和数学知识内容的比重,代数学、三角学则成为数学学习的全新内容。这一切,为近代数学的大发展奠定了坚实的基础。

特别是,随着 17 世纪的英国资产阶级革命爆发、18 世纪的美利坚独立战争取得胜利以及法国资产阶级革命的成功等,资本主义获得快速发展。思想的解放,文化的繁荣,生产的发展,资本的扩张,经济的腾越,必然带来对人才的迫切需求,教育的革新也被提到日程上了。同时,夸美纽斯、洛克、卢梭的新思想极大地影响了数学教育,促进了数学的发展。

其间,数学课程与教材方面取得了突破性的发展。除了欧几里得《几何原本》继续被广泛地使用之外,《几何原理及测量》、《数学原理》、《数学教程》以及《当代代数全书》等成为当时较有影响的数学教科书。19 世纪,为了适应经济发展的需要,“计算数学”有了较大的发展,甚至还出现了“计算学校”。

19 世纪,对教育具有划时代意义的是,义务制教育被各国强制推行,数学教育也因此而受惠。

正因为如此,数学本身的研究也在这几百年的时间里得到迅猛发展。例如,费尔马先后对数论、解析几何、概率论、微积分等作出了开创性的研究,“数学之花”遍地盛开;笛卡尔的《几何学》作为《方法论》的附录被发表,开创了解析几何之先河;牛顿于 1687 年出版《自然哲学的数学原理》,微积分理论的“古老方法”获得新生;高斯于 1801 年著《算术研究》,现代数论研究从此拉开序幕。像傅立叶级数、柯西定理、阿贝尔函数、罗巴切夫斯基非欧几何、伽罗瓦群论、维尔斯特拉斯语言、狄利克雷级数、布尔代数、黎曼几何、戴德金分割、康托尔集合论、庞加莱拓扑、希尔伯特公理体系、波莱尔测度等等,都是这个时代的耀眼明珠。

## 三、现代数学教育的变化和趋势

19 世纪末 20 世纪初,社会生产力和科学技术迅猛发展的直观反映是教育

的变化更为复杂和曲折。数学教育的改革既取得了不少成功的经验,也走过了不少弯路。具有代表性的事件有数学教育改革的“三大运动”。

### (一)培利—克莱因运动

1901年,英国皇家理科大学教授,被誉为近代数学教育改革的先驱的数学家培利(John Perry,1850—1920),在英国科学促进会于格拉斯哥召开甲组(数学与物理)与乙组(教育)联盟会议上发表了题为《论数学教育》(*Teaching of Mathematics*)的演讲。在演讲中,他主张数学的实践并不是教会学生一些技巧,并不是将抽象的理论运用于自然现象和社会现象,恰恰相反,而是在自然现象、社会现象和实践中发现数学的法则,明确提出数学教育要强调应用。1902年,培利发表著作《关于数学教育的讨论》(*Discussion on the Teaching of Mathematics*),进一步提出了一系列的改革方案,其中中心思想是:

①强调数学的实用价值问题。一是数学要从欧几里得《几何原本》的束缚下解放出来;二是注意数值计算、对数的使用、代数公式的应用,及坐标纸的应用,重视实验实测等技术教育。

②要实行适应学生个性发展的个性教育。

③反对为了通过考试的数学教育。

培利的这些数学教育改革措施以及所包含的数学教育思想逐渐被人们所接受,存续两千多年的欧洲数学经典教科书《几何原本》第一次遭遇到空前的挑战,数学教育中欧氏几何一统天下的格局由此而被打破,此后出版了许多不同类型的教科书,影响广泛,学生学习数学的兴趣也因此得到极大的提高,20世纪的数学教育进入了一个崭新的阶段。

与此同时,慕尼黑工业大学教授,在椭圆函数论、微分方程论、几何学方面都有光辉的业绩的德国数学家F. 克莱因(Flix Klein,1849—1925)则积极主张数学、物理、工学内容一体化(统一起来)。这位数学家在大学任教期间就一直关心数学教育,并给志愿当教师的学生开特别教育讲座。1904年,在德国自然科学会议上,F. 克莱因发表了《关于中学数学与中学物理的若干问题》,也提出了类似于培利的数学教育改革措施:

①顺应学生心理自然的发展,安排教材,选取教材;

②融合数学诸分科,并且使数学和其他各门科学紧密相连;

③不能过分重视数学的形式陶冶,应该把重点放在应用方面,培养学生用数学的方法观察自然现象和社会现象的能力;

④为培养这种能力,必须以“函数观念”和“直观的几何”作为数学教材的核心。

这些措施的要点是强调数学的应用性、教育心理研究成果的指导性,以及函数的核心性。这些全新的观念无疑给当时沉寂而落后的数学教育注入了新

鲜的血液,推动了整个数学教育观的变更。同时,这些观念被及时付诸实际行动。例如,1908年,德国出版了一套全新的教科书,这套教科书在内容上把平面几何、立体几何、代数、三角、解析几何、微积分等内容融合为一个整体,增加授课时数(每周4~6小时),教学效果非常好。而且F. 克莱因本人还发表著作《从高观点看数学》,在理论上对其观点作出积极的宣扬,促进了数学教育的现代化进程,推动数学教育观的更新。

培利、F. 克莱因在20世纪初极力提倡数学教育要进行改革并提出了自己的主张,成为50年后世界范围内数学教育现代化的先声。随后,法国的波利尔(1871—1956)、美国的慕尔(1862—1931)也纷纷响应他们的号召,提出数学教育改革(现代化)的主张。由于这次数学教育的改革影响广泛,波及包括美国、日本在内的几乎所有的资本主义国家,在数学教育历史上是一次重要的数学教育观的转变,因此人们把它称作培利—克莱因运动。

尽管在此后的二三十年间,数学教育现代化并无多大进展,但他们的主张却埋下了后来20世纪60年代数学教育现代化的种子,给后来世界范围内的数学教育现代化带来了深远的影响。

## (二)“新数”运动

第二次世界大战结束后,一些工业先进国家转入了经济恢复时期。由于生产发展、科学技术发展和数学科学自身发展的需要,中学数学教育再也不能保持着所谓传统的教学内容和方法了。特别是在1957年10月4日,苏联发射了第一颗人造地球卫星,使得自诩“世界霸主”的美国朝野震惊,深感教育的落后、科学人才的缺乏。美国认为,出现这种“导弹差距”的根本原因在于数学教育的落后。于是他们便从数学教育的改革入手,提出新数学运动——数学教育现代化。

1958年春,美国成立了规模宏大的“学校数学研究小组”(School Mathematics Study Group, SMSG),进行数学教育改革的研究工作,并动员了全国的人力和舆论,致力于数学教育现代化工作。

对数学教育现代化运动的兴起有决定性意义的是1959年9月美国“全国科学院”在伍兹霍尔召开的一次会议。会上全面研究了中学数理学科的改革问题,提出了课程改革的四个新思想:

①学习任何学科,主要是使学生掌握该学科的基本概念、基本原理和基本方法,这就是所谓结构思想;

②任何学科的基础知识都可以用某种方法教给任何年龄的学生,即所谓早期教育思想;

③以往教学只培养逻辑思维能力,而今后则应重视发现的能力,或称之为

直觉思维的能力；

④学生学习的最好动机不是为了应付考试，而是对数学的真正兴趣，因而提出了教材的趣味性和教学方法上的一系列问题。

这次会议还提出了数学教育的实用性要求。

1959年11月，在法国莱雅蒙召开了关于数学教育改革的国际会议。会议一致肯定了数学教育改革的重要性，并组织了一批学者编写理科学学生用的“中学数学教育现代化大纲”。会上集中讨论了三个问题：

- ①新的数学思想；
- ②新的数学教育手段；
- ③教学手段的改革。

会后，西方各国纷纷组织了研究机构，开始形成国际性的数学教育现代化运动。

1962年在瑞典召开了国际数学教育会议，有21个国家报告了教学改革（1959—1962年）情况，引起了国际数学教育界的重视。同年，联合国教科文组织在匈牙利布达佩斯召开了国际数学教育会议，有17个国家和地区参加，到会者互通情报，交流经验，对数学教育改革起到了推动作用。

数学教育现代化在20世纪60年代形成高潮。其中影响较大的是美国的“学校数学研究小组”（SMSG），他们集中了人力，在几年之内编出的从幼儿园到大学预科的“新数”教科书、数学教师手册、各种课外阅读读物达百种之多。其中由“中学数学课程改革研究组”（SSMCIS）编写了《统一的现代数学》一套6册。英国的“学校数学设计组”（School Mathematics Project, SMP）编写了构思新颖、与旧教材风格迥异的SMP课本。美英两国的教材反映了当时现代化的思想。20世纪50年代末至60年代，这场以学校数学课程现代化为主要内容的数学教育改革运动几乎波及了全球，世界各地相继出现了新的学校数学教学大纲、新的数学教材，“新数学”的洪流在冲击着数学。人们称此运动为“新数”运动。

1969年8月，国际数学教育会议（ICMI）在法国召开第一次会议，有37个国家参加。自此，数学教育改革问题提上了重要议程。该组织历次会议的中心问题都是数学教育改革问题，它促进了数学教育现代化的进展。

20世纪60年代，世界范围内的数学教育现代化运动曾盛极一时，教师、学生、家长和社会各界人士都希望它取得“神奇的效果”。但是由于各种因素的相互制约，整个运动在某些地区受到挫折。一些地方上的中、小学数学教学质量下降。到了60年代末70年代初，“新数运动”遭到猛烈批评，许多人提出了“回到基础”（back to the basics）的口号，批评主要有以下几点：①学校数学应面向

全体学生而不是培养数学家；②抽象概念过早引入学生接受不了；③新数学忽视应用；④数学不能割断历史，传统数学是基本的，不能大量删除；⑤二进制之类的东西也不必人人都搞。总之，“新数学”的高潮已经过去，但仍有人坚持试验，相信总有一天会取得成效。他们相信：“现代化的潮流是阻挡不住的。”

1980年8月10日至16日在美国伯克利举行第四届国际数学教育会议(ICME-4)，会议对20年来数学现代化的成败得失进行了分析和评价。会议总结报告认为，这次现代化运动的主要特征是在中学引进了现代数学的概念，使整个数学课程结构化。其特点是：

①追求现代化。为追求现代化，在中学数学教材中放入了大量现代数学内容，如集合、逻辑、群、环、域、矩阵、向量、概率、统计、计算机科学等。还使用了大量的现代符号，如 $\in$ 、 $\cup$ 、 $\cap$ 、 $\subset$ 、 $\Rightarrow$ 、 $\forall$ 、 $\exists$ 等。甚至在小学教材里也加进了数的理论、简单的概率、统计、代数、函数等。

②强调结构，追求统一化。不分算术、代数、几何等科，以集合、关系、映射、运算、群、环、域等现代数学观点，把中学数学教材统一为浑然一体的逻辑内容。

③采用演绎法，追求公理化方法。首先，它强调了集合论，从小学就渗透集合的概念，同时强调数理逻辑的初步知识，把几何中的公理法搬入新教材，至于代数结构更是公理化了的。这种做法，对培养学生的抽象思维能力和逻辑思维能力是有益的。

④打破欧几里得体系，简化欧氏几何内容。现代化的主要目标之一是打破欧几里得体系。各国力图用其他方法解决几何问题，如有的想用代数法、向量法、变换群的方法，有的想用测度理论。总之，企图改造欧几里得几何学，并删去其繁杂内容。

⑤削减传统计算。会议总结报告认为，大量的传统计算无助于加深学生对方法的理解。各国对计算的有关知识均有削减。

总结报告还认为，这次改革运动的主要缺点是：

①增加现代数学内容分量过重，内容十分抽象、庞杂，致使教学时间不足，学生负担过重。

②强调整理，忽视基本技能训练；强调抽象理论，忽视实际应用。

③只面向优等生，忽视了不同程度学生的需要，特别是学习困难的学生。

④对教师的培训工作没有跟上，使得不少教师不能胜任新课程的教学。

总结报告还认为，这次数学现代化运动取得了一些有益的成果：

①出现了一些对数学和数学教育有远见、有洞察力、有影响的数学教育工作者，在一些国家建立了合作机构来研究课程的发展。

②大多数国家的中学数学课程形成了一个统一的整体，强调结构和原理。

③在国际上,数学教育工作者活动的络网已形成。四年一届的国际数学教育会议使数学家、数学教育家、数学工作者之间的活动日趋活跃。

④数学教育的大改革使得教师更加集中注意教育的成果,使教师经常研究教什么、如何教、如何学三者之间的关系和一些问题。

上述评价基本上总结了前一阶段现代化运动的经验和教训。不管后人如何褒贬,这次改革必将因其在社会上的深远影响而被载入数学史册。

“新数”运动又一次表现了数学教育观的变化和更新,反映了数学教育内在的矛盾和冲突,其背后的深层次原因是社会进步、科技发展对数学教育提出的新的要求,只是这种冲突是在较短时间内以集中爆发的形式出现的,这使人们在改革上的举措表现出动作过猛、步子过大的倾向,然而这次运动所带来的数学教育观的改变却不时地、反复地被人们所提及,人们对它的探讨和思考从来就没有间断过。

### (三)“数学大众化”运动

20世纪80年代以来,在吸取了“新数学”运动的深刻教训后,通过多年“回到基础”的“抚平创伤”,数学教育面向大众便成了明智的选择。1983年在华沙国际数学大会的数学教育委员会上,德国数学家达米洛夫首先提出这一口号,产生了世界范围的反响,联合国教科文组织由此提出了“为大众的科学”(science for all)的口号。1986年,国际数学教育委员会(ICMI)在科威特召开了“90年代的学校数学”专题讨论会,把“为大众的数学”(mathematics for all)列在首位,并出版了由豪森(Howson)等人编辑的总结报告——《90年代的学校数学》。

“为大众的数学”这一口号已深入人心,其影响已延续到21世纪。世界各国都在这一潮流的推动下积极行动。美国全美数学教师协会(NCYM)于1989年3月出版了一本258页的文件《中小学数学课程与评价标准》,旨在促进改革、提高质量,使就学的中小学生适应21世纪的生存需要。德国统一以后,巴伐利亚州出版了一套教材,由德国文化部长会议制定数学教学目标与建议总原则,供一些州使用,在全德影响甚大。1982年,英国政府文书部正式出版了《科克罗夫特报告》,这是英国政府组织的“学校数学教育调查委员会”经过3年的广泛调查,研究了当代英国中小学数学教育问题之后,以该委员会主席科克罗夫特(Cockcroft)博士的名字命名,向英国政府提供的一份报告。它不仅是英国公认的这个年代数学改革的纲领性文件,在国际上也具有很大的影响。20世纪90年代初,苏联国家教委教育部属下的全苏中小学教育科研委员会数学组就中小学教育改革提出了一份《关于发展中小学数学教育的若干观点》的报告后,因为苏联解体而未及实行。我国则在大力提倡普及九年制义务教育的同

时,提出从“应试教育”向“素质教育”转变的观点,“教育面向世界,面向未来,面向现代化”已成为数学教育的改革方向。

“为大众的数学”这一口号就数学教育而言,蕴含两层意思:其一是数学教育必须顾及所有人的需求,使每个人都在数学教育中得益;其二是不同的人可以达到不同的水平,但数学教育存在一个人人都能达到的水平。随着“为大众的数学”思想的兴起,下列问题是亟待解决的:

①数学是否应在为大众的课程中保持其核心地位?

②什么样的数学课程才符合大多数学生的需要?

③如何根据不同的需要有效地区分学生和课程?何种程度的区分是需要的、可能的?

④如何理解数学教育的“机会均等”与“各取所需”的矛盾?

“为大众的数学”作为国际性的思潮,不仅对数学课程的设计提出了新的要求,而且将对整个数学教育产生深远的影响。“数学大众化”运动反映了数学精英教育向数学大众教育的转变,标志着数学教育观的又一次重大转变,它使我们的数学教育变得更加成熟和更具理性,也更符合现代社会的发展趋向。“为大众的数学”任重而道远,会遇到种种阻力,产生新的问题,面临新的挑战,但是数学教育观念的不断更新将是一种永恒不变的规律,也许在将来还有数学教育领域的改革运动出现,那应该也是一次数学教育观的转变,是数学教育的又一次历史性进步。

#### 四、中国数学教育的特点

从我国的情况看,数学教育经历了一个由“数学教学法”到“中学数学教材教法”再逐步过渡到“数学教育学”的发展过程。

19世纪中叶,随着国门的“被打开”,近代教育理论和教育制度于清同治年间跟随西方文化意识涌入中国,后来逐渐建立各学科的教学法,也包括数学教学法。

新中国成立以后,我国高师院校数学教育专业开设了“数学教学法”课程,其研究基本上是照搬苏联的做法,其表现特点是典型的“教学原理加数学例子”。

到了20世纪60年代,随着经济的发展,社会对人才的培养技能规格有了新的要求,数学教育不再是以传授知识和培养技能为主要目的,而应是通过传授知识去开发学生的智力、培养能力,使学生得到全面的发展。由于数学教学目标的转变,数学教学法的研究对象和任务也相应地得到了扩展,除了研究中学数学的讲授方法外,还要研究对教材的分析,研究对学生数学能力的培养等

问题,于是,进入80年代后,“数学教学法”课程就发展为“中学数学教材教法”。

而后,数学教育目标进一步扩展,提倡在数学教学活动中,突出发展学生的思维能力,而且在“大众数学”的意义下,全面提高学生的数学素质,即数学教育不再以少数学生的升学为主要目标,而是以提高全民的数学素质为宗旨,这又给数学教育的理论研究提出了新的课题。要使数学教育面向大众,同时又要充分地发挥数学教育的功能,就必须研究学生的数学学习心理,研究数学的课程理论。

由此,到了80年代末期和90年代,“数学教育学”便应运而生。其间,各式各样的以数学教育研究为主题的讨论班、学习班、研讨会在全国各地频繁展开,而相应的专著和教材也是层出不穷,可谓遍地开花。

说到中国数学教育的特点,离不开中国教育的三个关键词:减负、素质教育、新课程标准。

早在1964年,北京铁路二中校长魏莲一给上级写信,建议为中小學生“减负”。这是新中国第一次关于“减负”的呼声。2009年,《中国教育报》在庆祝新中国成立60周年特刊上刊登此事。

在20世纪与21世纪之交,中国教育改革风起云涌。1999年6月,中共中央国务院率先作出《关于深化教育改革全面推进素质教育的决定》,紧接着的2000年1月,国家教育部发出《关于在小学减轻学生过重负担的紧急通知》,“减负”的呼声再一次响起。与此同时,国家教育委员会于2001年5月发布《积极推进中小学实施素质教育的若干意见》,“素质教育”受到全社会的极大关注和期待。

正是在这样的教育改革浪潮的推动下,新课程改革很快就拉开了序幕。2001年5月,国务院发布《关于基础教育改革与发展的决定》,教育部发行关于印发《基础教育课程改革纲要(试行)》的通知,各地从此进入了如火如荼的新课程改革的全国大试验。时至今日,也有近15个年头了。数学教育也在我国教育改革大背景下,进行着自己的试验、研究和探索。

## 第二节 数学课程与教学论的研究对象

“数学课程与教学论”的研究对象指向数学教育领域中的所有内容。主要包括研究整个教育系统中的数学教育现象,揭示数学教育规律这两大对象。具体地说,本课程的目标是中学数学教学中的教学过程、学生的学习过程及教材研究,除此之外,还要涉及其他直接相关的内容。当然,我们还可以把“数学课