



普通高等教育“十三五”规划教材

Learning Guidance and Exercise Solutions for
Fundamental Concepts of Physics Optics

物理光学基础教程 学习指导和习题解答

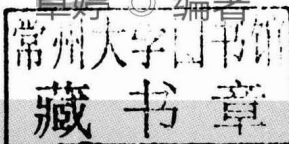
刘娟 韩遇 胡滨 周雅 章婷 ◎ 编著

普通高等教育“十三五”规划教材

Learning Guidance and Exercise Solutions for
Fundamental Concepts of Physics Optics

物理光学基础教程 学习指导和习题解答

刘娟 韩遇 胡滨 周雅 章婷 编著



内 容 简 介

本书是与《物理光学基础教程》(刘娟、胡滨、周雅编著)配套的教学和学习参考书。本书对《物理光学基础教程》各章内容进行了总结、归纳、提炼;按照教学大纲要求,列出了各章的学习目的、学习要求、基本概念和公式等;对《物理光学基础教程》中的所有习题进行思路分析和点评,并提供详细的解答。此外,本书补充了5套模拟试题。

本书可以作为光学工程类、光学测量类、光电信息类等专业的学生学习物理光学的教学参考书,也可供其他专业的本科生、硕士生和博士生学习物理光学时参考,还可以作为相关专业硕士研究生和博士研究生入学考试的复习参考书。

版权专有 侵权必究

图书在版编目(CIP)数据

物理光学基础教程学习指导和习题解答/刘娟等编著. —北京:北京理工大学出版社, 2019.9

ISBN 978-7-5682-7636-8

I. ①物… II. ①刘… III. ①物理光学-高等学校-教学参考资料 IV. ①O436

中国版本图书馆CIP数据核字(2019)第206966号

出版发行/北京理工大学出版社有限责任公司

社 址/北京市海淀区中关村南大街5号

邮 编/100081

电 话/(010) 68914775 (总编室)

(010) 82562903 (教材售后服务热线)

(010) 68948351 (其他图书服务热线)

网 址/<http://www.bitpress.com.cn>

经 销/全国各地新华书店

印 刷/三河市华骏印务包装有限公司

开 本/787毫米×1092毫米 1/16

印 张/10

字 数/191千字

版 次/2019年9月第1版 2019年9月第1次印刷

定 价/36.00元

责任编辑/梁铜华

文案编辑/曾 仙

责任校对/周瑞红

责任印制/李志强

图书出现印装质量问题,请拨打售后服务热线,本社负责调换

本书是与《物理光学基础教程》(刘娟、胡滨、周雅编著)配套的教学参考书。本书分为4章:光波的基本性质、光的干涉、光的衍射和光的偏振。

根据教学大纲、考试大纲和部分院校硕士研究生入学考试大纲的要求,针对每章的重点和难点,我们编写了学习目的、学习要求、基本概念和公式等内容,对《物理光学基础教程》中的习题提供了详细的解题思路和方法,并进行了较详细的解答。

为了方便读者检查自己对知识掌握的程度,本书还提供了5套模拟试题。这些试题均来自我们在多年教学过程中积累和收集的期末考试试题和研究生入学试题,题型有名词解释、选择题、填空题、简答题和计算题等。

本书在某种程度上弥补了目前在教学过程中因课时和习题课一再减少的缺憾,希望对提高学生分析问题和解决问题的能力有一定的帮助。建议读者在使用本书时先思考、做题,再看思路点拨和解答过程。

感谢所有参与授课的教师和北京理工大学光电学院2016级、2017级的本科生在本书的编写过程中提出的宝贵意见和建议,感谢张智齐、阚俊杰、许两发3位学生在为本书收集整理资料、绘图以及计算机输入等方面给予的帮助。

由于笔者水平有限,时间仓促,书中的解答不一定是最佳的,或者还有错漏之处,敬请读者指正。

编者

目 录

CONTENTS

第 1 章 光波的基本性质	001
学习目的	001
学习要求	001
基本概念和公式	002
习题解答	008
第 2 章 光的干涉	035
学习目的	035
学习要求	035
基本概念和公式	036
习题解答	051
第 3 章 光的衍射	067
学习目的	067
学习要求	067
基本概念和公式	068
习题解答	075
第 4 章 光的偏振	099
学习目的	099
学习要求	099
基本概念和公式	100
习题解答	103

模拟试题 A	129
模拟试题 B	132
模拟试题 C	135
模拟试题 D	139
模拟试题 E	145
参考文献	151

第 1 章

光波的基本性质

■ 学习目的

知悉和理解光波的基本性质及描述方法，包括：光的电磁理论基础；光波的数学描述；光在两种均匀、各向同性介质界面传播时的现象；傅里叶光学的数理基础。

■ 学习要求

1. 理解积分和微分形式的麦克斯韦方程组，理解物质方程的推导过程。
2. 理解电磁场的波动性，理解振动与波动的区别；掌握波动微分方程的应用，以及光速与折射率的基本概念和应用。
3. 熟悉平面波、球面波和柱面波的简谐波形式和复数形式；熟悉各空间参量和时间参量之间的关系，并能熟练转换各种表达形式。
4. 理解平面电磁波的性质。
5. 掌握辐射能、坡印亭矢量的表达及意义。
6. 理解并掌握电磁场的边值关系。
7. 理解光波从一种介质进入另一种介质时，各时间参量与空间参量的关系；掌握反射定律、折射定律，理解菲涅尔公式，掌握反射率和透射率的计算方式。
8. 理解并掌握布儒斯特定律及其应用。
9. 理解全反射，了解倏逝波。
10. 了解金属表面的透射和反射，了解光的吸收、色散和散射。

■ 基本概念和公式

1. 麦克斯韦方程

麦克斯韦方程是表达电磁现象的一组数学模型, 它将光的电磁理论归纳为一组与矢量 $\mathbf{E}$ 、 $\mathbf{B}$ 、 $\mathbf{D}$ 、 $\mathbf{H}$ 有关的方程, 以描述电磁波的传播规律。麦克斯韦方程包括法拉第电磁感应定律、电场高斯定律、磁场高斯定律和麦克斯韦安培定律, 其积分形式为

$$\oint_C \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = - \iint_A \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \cdot d\mathbf{S} \quad (1-1)$$

$$\oiint_A \mathbf{D} \cdot d\mathbf{S} = - \iiint_V \rho dV \quad (1-2)$$

$$\oiint_A \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} = 0 \quad (1-3)$$

$$\oint_C \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = \iint_A \left(\mathbf{J} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \right) \cdot d\mathbf{S} \quad (1-4)$$

其微分形式为

$$\nabla \times \mathbf{E} = - \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (1-5)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = \rho \quad (1-6)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (1-7)$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \quad (1-8)$$

2. 物质方程

为了描述电磁场的普遍规律, 除了利用上述涉及 $\mathbf{E}$ 、 $\mathbf{D}$ 、 $\mathbf{B}$ 、 $\mathbf{H}$ 、 $\mathbf{J}$ 各矢量关系的麦克斯韦方程组的 4 个等式外, 还要结合一组与电磁场所在空间介质有关的方程, 即物质方程。其可表示为

$$\mathbf{D} = \epsilon \mathbf{E} \quad (1-9)$$

$$\mathbf{H} = \frac{1}{\mu} \mathbf{B} \quad (1-10)$$

$$\mathbf{J} = \sigma \mathbf{E} \quad (1-11)$$

公式 (1-9) 描述了电位移矢量 $\mathbf{D}$ 和电场强度矢量 $\mathbf{E}$ (简称电场 $\mathbf{E}$) 之间大小和方向的关系。该式可进一步表示为

$$\mathbf{D} = \varepsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P} \quad (1-12)$$

通常,描述介质特性的参数 σ 、 μ 、 ε 不仅与介质的性质相关,还与电磁场的时间频率有关,因此它们一般不是常数,有色散,只有在真空时才被认为是常数。 $\mathbf{P}$ 称为电极化强度矢量,它表示在电场 $\mathbf{E}$ 作用下,单位体积介质中分子电偶极矩的矢量和。当电场 $\mathbf{E}$ 符合“微扰原理”时,有

$$\mathbf{P} = \varepsilon_0 [\chi] \mathbf{E} \quad (1-13)$$

式中, $[\chi]$ 称为介质的电极化率,是二阶张量。 $[\chi]$ 的表达式为

$$\begin{pmatrix} \chi_{11} & \chi_{12} & \chi_{13} \\ \chi_{21} & \chi_{22} & \chi_{23} \\ \chi_{31} & \chi_{32} & \chi_{33} \end{pmatrix}$$

对于玻璃、空气这类介质, $[\chi]$ 各元素为相同常数,可简化为标量 χ_0 。这说明 $\mathbf{P}$ 是和 $\mathbf{E}$ 方向相同、大小成比例的矢量,这类介质称为各向同性介质。对于各向同性介质,物质方程 (1-12) 可表示为

$$\mathbf{D} = \varepsilon_0 (1 + \chi_0) \mathbf{E} = \varepsilon_0 \varepsilon_r \mathbf{E} \quad (1-14)$$

式中, $\varepsilon_r = 1 + \chi_0$, 称为“相对介电常数”。

式 (1-14) 表明,对于各向同性介质,相对介电常数 ε_r 和介电常数 $\varepsilon = \varepsilon_0 \varepsilon_r$ 均是和电场 $\mathbf{E}$ 方向无关的标量,因而 $\mathbf{D}$ 和 $\mathbf{E}$ 方向相同、大小成比例。

对于以晶体为代表的一类介质, $[\chi]$ 是含有 9 个元素的二阶张量,由公式 (1-13) 可以看出, $\mathbf{P}$ 是方向和大小均与 $\mathbf{E}$ 有关的矢量,这类介质称为各向异性介质。对于各向异性介质,物质方程 (1-12) 可表示为

$$\mathbf{D} = \varepsilon_0 [\varepsilon_r] \mathbf{E} = [\varepsilon] \mathbf{E} \quad (1-15)$$

3. 电磁场的边界条件

电磁波在介质中传播时遵循麦克斯韦方程组,当电磁波从一种介质进入另一种介质时,由于界面两侧的介质常数 ε 、 μ 不同,因此界面两侧的电磁场在界面上的边界条件可表示为

$$\mathbf{u} \times (\mathbf{E}_2 - \mathbf{E}_1) = 0 \quad (1-16)$$

$$\mathbf{u} \cdot (\mathbf{B}_2 - \mathbf{B}_1) = 0 \quad (1-17)$$

$$\mathbf{u} \cdot (\mathbf{D}_2 - \mathbf{D}_1) = 0 \quad (1-18)$$

$$\mathbf{u} \times (\mathbf{H}_2 - \mathbf{H}_1) = 0 \quad (1-19)$$

4. 矢量波

矢量是既有大小又有方向的物理量。光波的本质是矢量波,在通常情况下,

描述光波的物理量 $\mathbf{E}$ (或 $\mathbf{D}$) 和 $\mathbf{B}$ (或 $\mathbf{H}$) 是矢量, 其振动方向和传播方向都需要用矢量来描述。矢量波可以分解成不同方向上的标量波的叠加。

5. 标量波

标量也称为无向量, 在物理中表示只有数值大小 (部分有正负) 而没有方向之分的物理量。当光波的波函数是标量时, 对应的光波为标量波。

但在某些特殊情况下, 光波电场 $\mathbf{E}$ 和磁场 $\mathbf{B}$ 的振动方向不随空间和时间而变化, 此时 $\mathbf{E}$ 和 $\mathbf{B}$ 成为标量, 这类波称为标量波。此外, 在涉及光波在均匀各向同性介质中传播和叠加问题时, 矢量波可以分解为直角坐标系中的三个分量, 每个分量波的振动方向都不随空间和时间坐标而变化, 每一个分量波都可以作为标量波来处理。

6. 电磁波的波动微分方程

描述电磁波在介质或真空中传播的二阶偏微分方程, 是波动方程的三维形式, 其可由微分形式的麦克斯韦方程导出。电磁波在均匀、各向同性、透明、无源介质中传播时, 可以写为

$$\nabla^2 \mathbf{E} = \mu\epsilon \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} \quad (1-20)$$

$$\nabla^2 \mathbf{B} = \mu\epsilon \frac{\partial^2 \mathbf{B}}{\partial t^2} \quad (1-21)$$

波动微分方程的解有很多形式, 如平面波、球面波、柱面波以及其叠加形式, 其通解形式为

$$\psi(x, y, z, t) = \psi_0(x, y, z) \exp[j(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t + \varphi_0)] \quad (1-22)$$

式中, $\mathbf{r}$ 为位置矢量; $\mathbf{k}$ 为三维电磁波的波矢或传播矢。

7. 波函数

波动是振动在空间的传播和分布。光波是电磁波, 是高频振动的电场 $\mathbf{E}$ (或 $\mathbf{D}$) 和磁场 $\mathbf{B}$ (或 $\mathbf{H}$) 在空间的传播, 因此可以用振动物理量 $\mathbf{E}$ 和 $\mathbf{B}$ 来描述。一般而言, 把描述光波动的物理量 $\mathbf{E}$ 和 $\mathbf{B}$ 随空间和时间变化的函数称为波函数。波函数的取值则称为光波在该时该空间的扰动值。三维电磁波的波动微分方程的通解就是电磁波的波函数, 可表示为

$$\psi(x, y, z, t) = \psi(k_x x + k_y y + k_z z - kvt) \quad (1-23)$$

8. 波面与等相位面

通常,把某一时刻具有相同位相值 φ 的点的位置轨迹(或集合)称为光波的波面或等相面。

1) 平面波

等相面为平面且等相面上各点的扰动大小时刻相等的光波,称为平面波。波函数取余弦或正弦形式的三维平面波称为三维简谐平面波,它的波函数可以表示为

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = E_0 \cos(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t + \varphi_0) \quad (1-24)$$

其复指数函数的表达式为

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = E_0 \exp[\mathrm{j}(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t + \varphi_0)] \quad (1-25)$$

其中,

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = E_0 \exp[\mathrm{j}(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} + \varphi_0)] \quad (1-26)$$

称为波的复振幅。复振幅描述了波动随空间坐标的变化。

2) 球面波

在真空或均匀各向同性介质中的 O 点放置一个“点状”光源,从 O 点发出的光波将以相同的速度向各个方向传播。经过一段时间后,振动状态或位相相同的点将构成一个以 O 点为球心的球面。这种等相面为球面且等相面上振幅处处相等的波称为球面波。平面波是球面波传播到无穷远考察面时的特殊情形。由球坐标系下的波动微分方程得到的通解形式为

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{r} \mathbf{E}(\mathbf{r} - vt) \quad (1-27)$$

当波函数为余弦函数形式时,对应的球面波称为简谐球面波,此时的波函数可表示为

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \frac{E_0}{r} \cos[\mathbf{k}(\mathbf{r} - vt) + \varphi_0] \quad (1-28)$$

其复指数函数的表达式为

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \frac{E_0}{r} \exp[\mathrm{j}(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - kvt + \varphi_0)] \quad (1-29)$$

其复振幅可表示为

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \frac{E_0}{r} \exp[\mathrm{j}(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} + \varphi_0)] \quad (1-30)$$

3) 柱面波

柱面波的波面具有无限长圆柱形状。在光学中,常用单色平面波照明一个细长狭缝来获得近似理想的柱面波。与球面波类似,容易证明柱面波的复振幅为

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \frac{\mathbf{E}_0}{\sqrt{r}} \exp[j(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r})] \quad (1-31)$$

9. 平面电磁波的性质

1) 电磁波的横波性质

从微分形式的麦克斯韦方程出发可以证明, 由于 $\mathbf{E}$ 、 $\mathbf{B}$ 均与波传播方向 $\mathbf{k}$ 垂直, 所以无论是电场波 $\mathbf{E}$ 还是磁场波 $\mathbf{B}$ 都是横波。

2) 电磁波的宏观偏振性

如果使自然光经历某种各向异性过程, 使光矢量两个分量的振幅 E_{x0} 、 E_{y0} 和初位相 φ_{x0} 、 φ_{y0} 产生某种关联性, 即

$$\begin{cases} \frac{E_{y0}(t)}{E_{x0}(t)} = \text{常数} \\ \varphi_{y0}(t) - \varphi_{x0}(t) = \text{常数} \end{cases} \quad (1-32)$$

这样的光波 $\mathbf{E}$ 矢量的矢端必定沿某种规则曲线运动, 并且其扰动在有的情况下还存在一个占优势的方向, 这样的光波称为偏振光或完全偏振光。根据 $\mathbf{E}$ 矢量端点的运动轨迹是直线、圆还是椭圆, 对应的光波分别称为线偏振光、圆偏振光和椭圆偏振光。

3) 电场波和磁场波的关系

(1) 数值关系:

$$E = vB = \frac{1}{\sqrt{\epsilon\mu}} B = \frac{c}{n} B \quad (1-33)$$

(2) 位相关系:

$$\mathbf{E}(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - kvt) = v\mathbf{B}(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - kvt) \quad (1-34)$$

$\mathbf{E}$ 、 $\mathbf{B}$ 均为线偏振光时, 电磁波的波形图如图 1-1 所示。

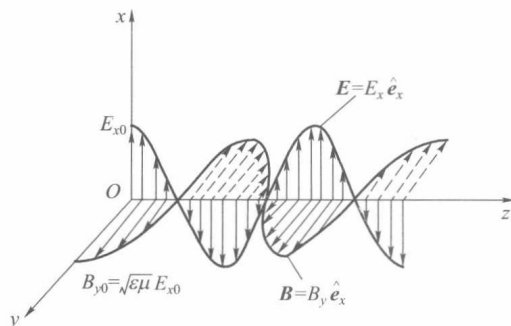


图 1-1 电磁波的波形图 ($t=0$, $\mathbf{E} = E_x \hat{\mathbf{e}}_x$)

4) 平面电磁波的能量传播特性

(1) 能流密度矢量或坡印亭矢量:

$$\boldsymbol{S} = \frac{1}{\mu} \boldsymbol{E} \times \boldsymbol{B} \tag{1-35}$$

式中, $\boldsymbol{S}$ 称为能流密度矢量或坡印亭矢量。它的大小表示电磁波所传递的能流密度, 它的方向代表能量流动的方向或电磁波传播的方向。

(2) 电磁场的能量定律: 电磁波在均匀各向同性介质中传播时, 在考察区域内, 电磁场的能量必须满足一定的关系, 可表示为

$$-\frac{\partial}{\partial t} \iiint_V (u_E + u_M) dV = \iiint_V (\boldsymbol{E} \cdot \boldsymbol{J}) dV + \oint_S (\boldsymbol{E} \times \boldsymbol{H}) \cdot d\boldsymbol{S}$$

或

$$-\frac{\partial W}{\partial t} = \iiint_V (\boldsymbol{E} \cdot \boldsymbol{J}) dV + \oint_S (\boldsymbol{E} \times \boldsymbol{H}) \cdot d\boldsymbol{S} \tag{1-36}$$

是能量守恒定律的具体表达形式, 即在电磁波传播的空间中, 任一封闭面内电磁场能量的减少恒等于在此封闭面内消耗的焦耳热与从此封闭面流出的能流量之和。

10. 电磁波在两种均匀各向同性透明介质界面上的反射和折射

反射波、折射波和入射波之间的关系如表 1-1 所示。

表 1-1 反射波、折射波和入射波之间的关系

波矢及位置关系	频率关系	反射定律	折射定律
$\boldsymbol{k}_i \cdot \boldsymbol{r} = \boldsymbol{k}_r \cdot \boldsymbol{r} = \boldsymbol{k}_t \cdot \boldsymbol{r}$	$\omega_i = \omega_r = \omega_t = \omega$	$\theta_i = \theta_r$	$n_1 \sin \theta_i = n_2 \sin \theta_t$

11. 菲涅尔公式

当光波从介质 1 射向介质 1 和介质 2 的界面时, 会发生折反射。当光波在介质界面上发生折反射时, 用来描述反射波、折射波和入射波在振幅和位相之间的定量关系的一组公式称为菲涅尔公式。对于 s 分量和 p 分量, 可用振幅透射系数和振幅反射系数来描述。

p 分量:

$$r_p \equiv \frac{E_{rop}}{E_{iop}} = \frac{-n_2 \cos \theta_i + n_1 \cos \theta_t}{n_2 \cos \theta_i + n_1 \cos \theta_t} \tag{1-37}$$

$$t_p \equiv \frac{E_{top}}{E_{iop}} = \frac{2n_1 \cos \theta_i}{n_2 \cos \theta_i + n_1 \cos \theta_t} \tag{1-38}$$

s 分量:

$$r_s \equiv \frac{E_{\text{ros}}}{E_{\text{ios}}} = \frac{n_1 \cos \theta_i - n_2 \cos \theta_t}{n_1 \cos \theta_i + n_2 \cos \theta_t} \quad (1-39)$$

$$t_s \equiv \frac{E_{\text{tos}}}{E_{\text{ios}}} = \frac{2n_1 \cos \theta_i}{n_1 \cos \theta_i + n_2 \cos \theta_t} \quad (1-40)$$

12. 布儒斯特定律

当光波从介质 1 射向介质 1 和介质 2 的界面时, 会发生折反射。当入射光为自然光时, 可将每一时刻 t 的入射光矢量 $\mathbf{E}_i$ 分解为一个 s 分量 $\mathbf{E}_{is}$ 和一个 p 分量 $\mathbf{E}_{ip}$ 。设 n_1 和 n_2 为介质 1 和介质 2 的折射率, 当入射角 $\theta_i = \theta_B = \arctan\left(\frac{n_2}{n_1}\right)$ 时, p 分量反射系数 $r_p = 0$ 。此时, 不论入射波电矢量 $\mathbf{E}_i$ 的振动状态如何, 反射波 $\mathbf{E}_r$ 的 p 分量振幅始终为零, 反射波成为只含有 s 分量的线偏振光。这一结论称为布儒斯特定律。上述的特定入射角 θ_B 称为布儒斯特角。

习 题 解 答

1.1 光自真空进入金刚石 ($n_d = 2.4$), 若光在真空中的波长 $\lambda_0 = 600 \text{ nm}$, 试求该光波在金刚石中的波长和传播速度。

【解题思路及提示】 本题考查的是对波长、波速及频率等电磁波参数相互关系的理解, 难度较小。解题的关键是理解光波在不同介质中传播的时间频率不变。

解: 该光波在金刚石中的传播速度为

$$v = \frac{c}{n_d} = \frac{3 \times 10^8}{2.4} = 1.25 \times 10^8 \text{ m/s}$$

波长为

$$\lambda_d = vT = \frac{c}{n_d} \cdot \frac{\lambda_0}{c} = 250 \text{ nm}$$

1.2 (1) 试证明下述各函数均是一维波动微分方程的解:

$$A_1(z, t) = a \cos(hz - \omega t + \varphi_0)$$

$$A_2(z, t) = a \cos^2 \left[2\pi \left(\frac{t}{T} + \frac{z}{\lambda} \right) \right]$$

$$A_3(z, t) = a(Bz - ct)^2$$

(2) 试确定上述各波的传播方向和传播速度。

【解题思路及提示】 本题考查的是对一维波函数表达意义的理解, 难度较小。
 提示: 一维波函数是一维波动微分方程的特解, 它是以空间位置坐标 z 和时间 t 的变量为自变量的一元函数。 $E_1\left(z - \frac{t}{\sqrt{\mu\varepsilon}}\right)$ 真实地反映了一维电场 E_1 沿 z 方向以速度 $v = \frac{1}{\sqrt{\mu\varepsilon}}$ 传播的过程。 $E_2\left(z + \frac{1}{\sqrt{\mu\varepsilon}}\right)$ 表示一个以速度 $v = \frac{1}{\sqrt{\mu\varepsilon}}$ 沿 $-z$ 方向传播的一维波。

(1) 证明: 根据波动方程, 有

$$\frac{\partial^2 A}{\partial z^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 A}{\partial t^2}$$

$$\textcircled{1} A_1(z, t) = a \cos(hz - \omega t + \varphi_0)$$

分别对 z 和 t 求导, 有

$$\frac{\partial^2 A_1}{\partial z^2} = -ah^2 \cos(hz - \omega t + \varphi_0)$$

$$\frac{\partial^2 A_1}{\partial t^2} = -a\omega^2 \cos(hz - \omega t + \varphi_0)$$

所以,

$$\frac{\partial^2 A_1}{\partial z^2} = \frac{1}{(\omega/h)^2} \frac{\partial^2 A_1}{\partial t^2} = \frac{1}{v_1^2} \frac{\partial^2 A_1}{\partial t^2}$$

因此, A_1 是一维波动方程的解。

$$\textcircled{2} A_2(z, t) = a \cos^2\left[2\pi\left(\frac{t}{T} + \frac{z}{\lambda}\right)\right]$$

分别对 z 和 t 求导, 有

$$\frac{\partial^2 A_2}{\partial z^2} = -\frac{8\pi^2 a}{\lambda^2} \cos\left[4\pi\left(\frac{t}{T} + \frac{z}{\lambda}\right)\right]$$

$$\frac{\partial^2 A_2}{\partial t^2} = -\frac{8\pi^2 a}{T^2} \cos\left[4\pi\left(\frac{t}{T} + \frac{z}{\lambda}\right)\right]$$

所以,

$$\frac{\partial^2 A_2}{\partial z^2} = \frac{1}{(\lambda/T)^2} \frac{\partial^2 A_2}{\partial t^2} = \frac{1}{v_2^2} \frac{\partial^2 A_2}{\partial t^2}$$

因此, A_2 是一维波动方程的解。

$$\textcircled{3} A_3(z, t) = a(Bz - ct)^2$$

分别对 z 和 t 求导, 有

$$\frac{\partial^2 A_3}{\partial z^2} = 2aB^2, \quad \frac{\partial^2 A_3}{\partial t^2} = 2ac^2$$

所以,

$$\frac{\partial^2 A_3}{\partial z^2} = \frac{1}{(c/B)^2} \frac{\partial^2 A_3}{\partial t^2} = \frac{1}{v_3^2} \frac{\partial^2 A_3}{\partial t^2}$$

因此, A_3 是一维波动方程的解。

(2) 解: 由 (1), 有

$$\frac{\partial^2 A_1}{\partial z^2} = \frac{1}{(\omega/h)^2} \frac{\partial^2 A_1}{\partial t^2} = \frac{1}{v_1^2} \frac{\partial^2 A_1}{\partial t^2}$$

所以, A_1 的传播速度为 $v_1 = \frac{\omega}{h}$, 沿 z 轴正向传播。

$$\frac{\partial^2 A_1}{\partial z^2} = \frac{1}{(\lambda/T)^2} \frac{\partial^2 A_1}{\partial t^2} = \frac{1}{v_2^2} \frac{\partial^2 A_1}{\partial t^2}$$

所以, A_2 的传播速度为 $v_2 = \frac{\lambda}{T}$, 沿 z 轴正向传播。

$$\frac{\partial^2 A_3}{\partial z^2} = \frac{1}{(c/B)^2} \frac{\partial^2 A_3}{\partial t^2} = \frac{1}{v_3^2} \frac{\partial^2 A_3}{\partial t^2}$$

所以, A_3 的传播速度为 $v_3 = \frac{c}{B}$, 沿 z 轴正向传播。

1.3 有一个一维简谐波沿 z 方向传播。已知其振幅 $a = 20 \text{ mm}$, 波长 $\lambda = 30 \text{ mm}$, 波速 $v = 20 \text{ mm/s}$, 初位相 $\varphi_0 = \pi/3$ 。

(1) 写出该简谐波的波函数。

(2) 试在同一图中画出 $t = 0$ 和 $t = 0.5 \text{ s}$ 两个时刻的波形图 (z 的范围为 $0 \sim 2\lambda$)。

【解题思路及提示】 本题考查的是对振动和波动概念的理解与掌握, 难度较小。波动是振动在空间的传播。描述光波动的物理量电场 $\mathbf{E}$ 和磁场 $\mathbf{B}$ 随空间和时间变化的函数称为波函数。

解: (1) 由题可得, 简谐波的波函数为

$$E(z, t) = a \cos \left[\frac{2\pi}{\lambda} (z - vt) + \varphi_0 \right] = 0.02 \cos \left[\frac{200}{3} \pi (z - 0.02t) + \frac{\pi}{3} \right]$$

(2) 根据简谐波的波函数 $E(z, t) = 0.02 \cos \left[\frac{200}{3} \pi (z - 0.02t) + \frac{\pi}{3} \right]$, 可得到 $t = 0$ 和 $t = 0.5 \text{ s}$ 两个时刻的波形图如图 1-2 所示, 简谐波沿 z 轴正向传播。

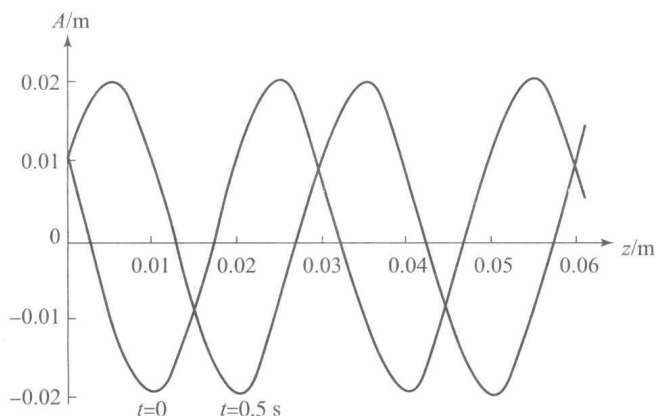


图 1-2 题 1.3 解

1.4 已知一个一维简谐波在 $t=0$ 时刻的波函数为

$$A(z, 0) = a \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda}z + \varphi_0\right)$$

设 $A(0, 0) = 10$, $A(1, 0) = -10\sqrt{3}$, $A(2, 0) = -10$, 并有 $a > 0$, $\lambda > 2$, $0 < \varphi_0 < 2\pi$ 。

(1) 试求 a , λ , φ_0 。

(2) 画出 $t=0$ 时刻的波形图。

【解题思路及提示】 本题考查的是对波函数几种时间参量和空间参量表达形式的掌握程度, 难度较小。

解: (1) 由题可得, 简谐波在 $t=0$ 时刻的波函数为

$$A(z, 0) = a \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda}z + \varphi_0\right)$$

并且

$$A(0, 0) : a \cos \varphi_0 = 10$$

$$A(1, 0) : a \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda} + \varphi_0\right) = -10\sqrt{3}$$

$$A(2, 0) : a \cos\left(\frac{4\pi}{\lambda} + \varphi_0\right) = -10$$

可得

$$\frac{4\pi}{\lambda} + \varphi_0 = \varphi_0 + (2k+1)\pi, \quad k=0, 1, 2, \dots$$

根据 $\lambda > 2$, 解得 $\lambda = 4$, 有

$$a \cos\left(\frac{2\pi}{4} + \varphi_0\right) = -a \sin \varphi_0 = -10\sqrt{3}$$