九章丛书

高校经典教材同步辅导丛书

配套高教版·漆安慎、杜婵英著

教你用更多的自信面对未来！

普通物理学教程

力学（第三版）

同步辅导及习题全解

主编 王克彦 杨阳

扫码在线阅读电子书，让你的学习更简单！

中国水利水电出版社
www.waterpub.com.cn

高校经典教材同步辅导丛书

普通物理学教程 力学（第三版）同步辅导及习题全解

主 编 王克彦 杨 阳

中国水利水电出版社
www.waterpub.com.cn
·北京·

内 容 提 要

本书是与高等教育出版社出版，漆安慎、杜婵英原著，包景东修订的《普通物理学教程 力学》（第三版）一书配套的同步辅导和习题解答辅导书。

本书共有11章，分别介绍物理学和力学、质点运动学、动量·牛顿运动定律·动量守恒定律、动能和势能、角动量·关于对称性、万有引力定律、刚体力学、振动、波动和声、流体力学、相对论简介。本书按教材内容安排全书结构，除第一章外，其他各章均包括知识点归纳、习题解答两部分内容，并针对各章节习题给出详细解答，思路清晰、逻辑性强，循序渐进地帮助读者分析并解决问题，内容详尽、简明易懂。

本书可作为高等院校学生学习《普通物理学教程 力学》（第三版）的辅导教材，也可作为考研人员复习备考的辅导教材，同时可供教师备课命题参考。

由于时间仓促及编者水平有限，书中难免存在疏漏甚至错误之处，恳请广大读者和专家批评指正。如有疑问，请联系我们（微信：JZCS15652485156或QQ：753364288）。

图书在版编目（CIP）数据

普通物理学教程. 力学（第三版）同步辅导及习题全解 / 王克彦，杨阳主编. -- 北京 : 中国水利水电出版社，2018.9
（高校经典教材同步辅导丛书）
ISBN 978-7-5170-6817-4

Ⅰ. ①普… Ⅱ. ①王… ②杨… Ⅲ. ①力学－高等学校－题解 Ⅳ. ①O4-44

中国版本图书馆CIP数据核字(2018)第206249号

策划编辑：杨庆川　责任编辑：高辉　加工编辑：焦艳芳　王玉梅　封面设计：李佳

书　　名	高校经典教材同步辅导丛书 普通物理学教程 力学（第三版）同步辅导及习题全解 PUTONG WULIXUE JIAOCHENG LIXUE（DI-SAN BAN） TONGBU FUDAO JI XITI QUANJIE
作　　者	主　编　王克彦　杨　阳
出版发行	中国水利水电出版社 （北京市海淀区玉渊潭南路1号D座　100038） 网址：www.waterpub.com.cn E-mail：mchannel@263.net（万水） sales@waterpub.com.cn 电话：（010）68367658（营销中心）、82562819（万水）
经　　售	全国各地新华书店和相关出版物销售网点
排　　版	北京万水电子信息有限公司
印　　刷	三河市祥宏印务有限公司
规　　格	170mm×227mm　16开本　10印张　164千字
版　　次	2018年9月第1版　2018年9月第1次印刷
印　　数	0001—5000册
定　　价	19.80元

前 言

高等教育出版社出版，漆安慎、杜婵英原著，包景东修订的《普通物理学教程 力学》(第三版)以体系完整、结构严谨、层次清晰、深入浅出的特点成为这门课程的经典教材，被全国许多院校采用。为了帮助读者更好地学习这门课程、掌握更多的知识，我们根据多年教学经验编写了这本配套同步辅导和习题解答辅导书。本书旨在帮助读者理解基本概念、掌握基本知识、学会基本解题方法和技巧，进而提高应试能力。

本书作为一种辅助性教材，具有较强的针对性、启发性、指导性和补充性。考虑到"普通物理学力学"这门课程的特点，我们在内容上作了以下安排：

1. 知识点归纳。对每章知识点作了简练概括，梳理了各知识点之间的脉络联系，突出各章节主要定理及重要公式，使读者在各章节学习过程中目标明确、有的放矢。

2. 习题解答。教材中课后习题丰富、层次多样，许多基础性问题从多个角度帮助学生理解基本概念和基本理论，促其掌握基本解题方法。我们对教材中的课后习题给出了详细解答。

编　者

2018 年 8 月

目录

contents

目录

contents

第一章

物理学与力学

知识点归纳

1. 近代物理学诞生于 17 世纪后半期,伽利略、牛顿和开普勒做出了杰出的贡献.

2. 物理学强调观察和思辨,将实验作为研究手段. 亚里士多德强调在观察的基础上以数学为模型建立严格的逻辑体系.

3. 理想模型:根据研究需要,找出其中最本质的内容,建立"理想模型",通过对理想模型行为的描述,揭示自然规律.

力学中的质点就是一种理想模型. 质点是指有质量的点. 一般来说,若所研究的点的运动不涉及物体的转动和物体各部分的相对运动,则可视为质点.

4. 时间的计量:采用铯－133 原子基态的两个超精细能级之间跃迁所对应的辐射的 9192631770 个周期的持续时间作为 1s.

5. 长度的计量:1 m 等于氪－86 原子的 $2p_{10}$ 和 $5d_5$ 能级之间跃迁所对应的辐射(橙红色) 在真空中的 1650793.73 个波长的长度.

6. 参考系:为确切描述物体的位置和运动,应选择其他不变的物体作为参考系. 通常选用地球为参考系.

7. 时刻:时间流逝中的"一瞬" 对应于时间轴上的一点. 时间间隔:指自某一记时开始时刻至记时末了时刻所经历的时间,对应时间轴上的一区间.

第二章

质点运动学

知识点归纳

1. 位置矢量：由参考点引向质点所在位置的矢量为质点的位置矢量.

$$\boldsymbol{r} = x\boldsymbol{i} + y\boldsymbol{i} + z\boldsymbol{k}$$

大小为 $r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$

方向余弦为

$$\cos\alpha = \frac{x}{r}, \cos\beta = \frac{y}{r}, \cos r = \frac{z}{r}, \cos^2\alpha + \cos^2\beta + \cos^2 r = 1$$

2. 质点的运动学方程为

$$\boldsymbol{r} = \boldsymbol{r}(t) = x(t)\boldsymbol{i} + y(t)\boldsymbol{j} + z(t)\boldsymbol{k}$$

3. 位移：自质点初位置引向 Δt 后的末位置的矢量称为时间 Δt 内的位移记为 $\Delta\boldsymbol{r}$

$$\Delta\boldsymbol{r} = \boldsymbol{r}(t + \Delta t) - \boldsymbol{r}(t) = \Delta x\boldsymbol{i} + \Delta y\boldsymbol{i} + \Delta z\boldsymbol{k}$$

位移与参考点的选择有关. 位移为一个矢量，路程则为标量. 路程永远不等于位移.

当 $\Delta t \to 0$ 时，位移大小无限接近于路程.

$$\lim_{\Delta t \to 0} |\Delta\boldsymbol{r}| = \mathrm{d}s$$

4. 平均速度为

$$\boldsymbol{v} = \frac{\Delta\boldsymbol{r}}{\Delta t} = \frac{\boldsymbol{r}(t + \Delta t) - \boldsymbol{r}(t)}{\Delta t}$$

平均速度方向与位移方向相同.

瞬时速度为

$$v = \lim_{\Delta t \to 0} \bar{v} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta r}{\Delta t} = \frac{dr}{dt} = \dot{r}(t)$$

瞬时速度方向沿轨迹在质点所在处的切线并指向质点前进的方向.

$$a = axi + ayj + azk = \frac{dr}{dt} = \frac{dx}{dt}i + \frac{dy}{dt}j + \frac{dz}{dt}k$$

平均加速度 $\bar{a} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$ 与 Δv 的方向相同.

瞬时加速度为

$$a = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2 r}{dt^2}$$

5. 质点沿直线运动的加速度为位置坐标对时间的二阶导数.

a 的正负不能说明质点做加速或减速运动. 若 a 与 v 方向相同,则做加速运动,反之做减速运动.

6. $\frac{dx}{dt} = v_x =$ 常量时物体做匀速直线运动.

7. 由速度求运动学方程,得

$$x = \int v_x(t)dt = x(t) + c, c = x_0 - x(t_0), x = x_0 + \int_{t_0}^{t} v_x(t)dt$$

由加速度求速度和运动学方程,得

$$v_x = \int a_x(t)dt = v_x(t) + c_1,$$

$$c_1 = v_{0x} - v_x(t_0), v_x = v_{0x} + \int_{t_0}^{t} a_x(t)dt$$

8. 平面直角坐标系中 $r = r(t) = x(t)i + y(t)j$,质点平面运动需由两个独立标量函数 $x(t)$ 和 $y(t)$ 决定.

(1) 若已知初始条件 $t = t_0, x = x_0$ 和 $y = y_0$,可得

$$x = x_0 + \int_{t_0}^{t} v_x(t)dt, y = y_0 + \int_{t_0}^{t} v_y(t)dt$$

(2) 若已知 $t = t_0, v_x = v_{0x}$ 和 $v_y = v_{0y}$,则

$$v_x = v_{0x} + \int_{t_0}^{t} a_x(t)dt, v_y = v_{0y} + \int_{t_0}^{t} a_y(t)dt$$

9. 抛体运动.

$$x = v_0 \cos \alpha t, y = v_0 \sin \alpha t - \frac{1}{2}gt^2$$

$$\boldsymbol{r} = v_0 \cos \alpha t\boldsymbol{i} + (v_0 \sin \alpha t - \frac{1}{2}gt^2)\boldsymbol{j}$$

$$y = t\cos \alpha x - \frac{g}{2v_0^2 \cos^2 \alpha}x^2$$

10. 自然坐标系:沿运动轨迹建立坐标系并规定轴的正方向.

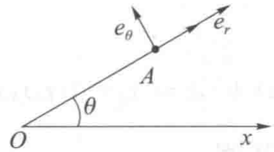
切向单位矢量:在质点处取一单位矢量,沿曲线切线且指向自然坐标 s 增加的方向,记为$\vec{\boldsymbol{e}_t}$.

法向单位矢量:另取一单位矢量沿曲线法线且指向曲线凹侧,记为$\boldsymbol{e}_n$.

11. 切向加速度:$\boldsymbol{a}_n = \frac{v^2}{R}\boldsymbol{e}_n$. 法向加速度:$\boldsymbol{a}_t = \frac{dv_t}{dt}\boldsymbol{e}_t, a = \sqrt{at^2 + an^2}$.

将圆半径 R 换为轨迹曲率半径 ρ,则 $\boldsymbol{a} = \frac{v^2}{\rho}\boldsymbol{e}_n + \frac{dv_t}{dt}\boldsymbol{e}_t$.

12. 极坐标系:在参考系上取点 O,引射线 Ox 为极轴即构成极坐标系. $r = OA$ 为质点矢径,θ 为质点的幅角.



13. 伽利略变换
- 时空变换 $\boldsymbol{r} = \boldsymbol{r}' + \boldsymbol{r}_0, t = t'$
- 速度变换 $\boldsymbol{v} = \boldsymbol{v}' + \boldsymbol{v}_0$
- 加速度变换 $\boldsymbol{a} = \boldsymbol{a}' + \boldsymbol{a}_0$

14. 解题方法.

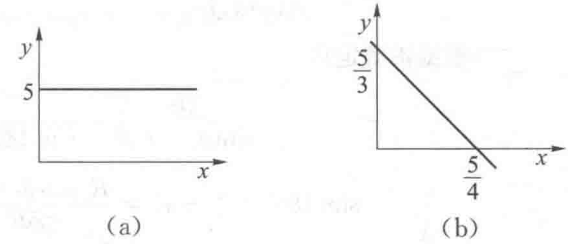
两大类型
- ① 已知运动方程,求速度、加速度,用微分法
  $\boldsymbol{v} = \frac{d\boldsymbol{r}}{dt}, \boldsymbol{a} = \frac{d\boldsymbol{v}}{dt}$
- ② 已知加速度和初始条件,求速度、位移、路程和运动方程,
  (或已知速度和初始条件,求位移、路程和运动方程),用积分法
  $\boldsymbol{v} - \boldsymbol{v}_0 = \int_0^t \boldsymbol{a} \cdot dt, \boldsymbol{r} - \boldsymbol{r}_0 = \int_0^t \boldsymbol{v} \cdot dt$

注意运用“分离变量”和“恒等变换”.

习题解答

2.1.1 解题过程 (1)$x=3+2t, y=5$,轨迹方程为 $y=5$.

(2)$x=2-3t, y=4t-1$,轨迹方程为 $4x+3y-5=0$.



2.2.1 题解图

2.1.2 解题过程 由运动学方程可知 $x=e^{-2t}, y=e^{2t}, z=2$.

由于 $xy=e^{-2t}\cdot e^{2t}=1$(相当于从 $x=e^{-2t}$ 和 $y=e^{2t}$ 中消去 t),故质点轨迹方程为

$$\begin{cases} xy=1 \\ z=2 \end{cases}$$

质点是在 $z=2$ 平面内第一象限的一条双曲线上运动.

质点在 $t=-1$ s 到 $t=1$ s 的位移为

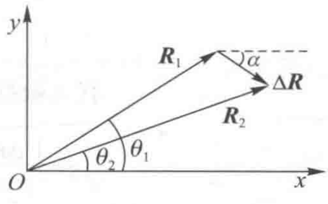
$$\begin{aligned}\Delta \boldsymbol{r} &= \boldsymbol{r}(1)-\boldsymbol{r}(-1) \\ &= (e^{-2}\boldsymbol{i}+e^{2}\boldsymbol{j}+2\boldsymbol{k})-(e^{2}\boldsymbol{i}+e^{-2}\boldsymbol{j}+2\boldsymbol{k})\end{aligned}$$

将 $e=2.718$ 代入得 $\Delta \boldsymbol{r}=-7.25\boldsymbol{i}+7.25\boldsymbol{j}$.

2.1.3 解题过程 由 $x=4t^2, y=2t+3$ 消去参数 t 得质点轨迹方程为 $x=(y-3)^2$

$\Delta \boldsymbol{r}=\boldsymbol{r}(1)-\boldsymbol{r}(0)=4\boldsymbol{i}+5\boldsymbol{j}-3\boldsymbol{j}=4\boldsymbol{i}+2\boldsymbol{j}$

2.2.1 解题过程 以飞机为质点,在 $\boldsymbol{R}_1$ 和 $\boldsymbol{R}_2$ 所在竖直平面内,以雷达处为原点 O,建立直角坐标系 Oxy,如 2.2.1 题解图所示. 因 $\Delta t=0.75$ s 较小,可用此 0.75 s 内的平均速度作为瞬时速度的近似值.



2.2.1 题解图

$$\boldsymbol{v} \approx \frac{\Delta \boldsymbol{R}}{\Delta t} = \frac{\boldsymbol{R}_2 - \boldsymbol{R}_1}{\Delta t}$$

$$= \frac{(R_2 \cos\theta_2 \boldsymbol{i} + R_2 \sin\theta_2 \boldsymbol{j}) - (R_1 \cos\theta_1 \boldsymbol{i} + R_1 \sin\theta_1 \boldsymbol{j})}{\Delta t}$$

$$= \frac{R_2 \cos\theta_2 - R_1 \cos\theta_1}{\Delta t}\boldsymbol{i} + \frac{R_2 \sin\theta_2 - R_1 \sin\theta_1}{\Delta t}\boldsymbol{j}$$

$$= v_x \boldsymbol{i} + v_y \boldsymbol{j}$$

根据正弦定理

$$\frac{\Delta R}{\sin(\theta_1 - \theta_2)} = \frac{R_2}{\sin(180° - \theta_1 - \alpha)}$$

$$\sin(180° - \theta_1 - \alpha) = \frac{R_2 \sin(\theta_1 - \theta_2)}{\Delta R}$$

$$= 4\ 240 \sin 4.4° / 349.58$$

$$\approx 0.931$$

而 $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$,$\tan\alpha = \dfrac{-v_y}{v_x}$,将数值代入可求出

$$v \approx 465.8\ \text{m/s}, 180° - \theta_1 - \alpha \approx 111.14°, \alpha \approx 34.9°$$

提示: 注意建立适当的坐标系,并运用矢量的正交分解式计算.

2.2.2 解题过程 视小圆柱体为质点,设第一次观察到质点的位置矢量为 $\boldsymbol{r}_1 = x_1\boldsymbol{i} + y_1\boldsymbol{j}$;经 $\Delta t = 2$ ms 后,其位置矢量为 $\boldsymbol{r}_2 = x_2\boldsymbol{i} + y_2\boldsymbol{j}$(使用国际单位制单位).

由于 Δt 很小,所以 $\boldsymbol{v} \approx \bar{\boldsymbol{v}} = \dfrac{\Delta \boldsymbol{r}}{\Delta t}$.

其中 $\Delta t = 2$ ms,$\Delta \boldsymbol{r} = \Delta x\boldsymbol{i} + \Delta y\boldsymbol{j}$

由于 $x_1 = 0.249$ m 和 $x_2 = 0.234$ m,根据 $y = 5x^2$ 求出 $y_1 = 0.310$ m 和 $y_2 = 0.274$ m,所以

$$\boldsymbol{v} \approx \frac{\Delta x}{\Delta t}\boldsymbol{i} + \frac{\Delta y}{\Delta t}\boldsymbol{j} = \frac{x_2 - x_1}{\Delta t}\boldsymbol{i} + \frac{y_2 - y_1}{\Delta t}\boldsymbol{j}$$

代入数据得 $\boldsymbol{v} \approx (-7.5\boldsymbol{i} - 18\boldsymbol{j})$ m/s.

$$v \approx \frac{|\Delta \boldsymbol{r}|}{\Delta t} = \frac{\sqrt{(\Delta x)^2 + (\Delta y)^2}}{\Delta t}$$

$$= \frac{\sqrt{(0.234 - 0.249)^2 + (0.274 - 0.310)^2}}{2}$$

$$= 19.5\ \text{mm/ms}$$

$$\alpha = \arctan\frac{\Delta y}{\Delta x}$$

$$= \arctan\frac{0.274-0.310}{0.234-0.249}$$

$$=-112.5^\circ$$

2.2.3 解题过程 声音传播情况如 2.2.3 题解图所示.

$$\begin{array}{c} \text{声源}\xrightarrow[340\ \text{m/s}]{17\ \text{m}}\text{北京人} \\ \Big\downarrow \begin{array}{l} 2\ 320\ \text{km} \\ 3\times10^8\ \text{m/s} \end{array} \\ \text{收音机}\xrightarrow[2\ \text{m}]{340\ \text{m/s}}\text{广州人} \end{array}$$

2.2.3 题解图

北京人听到所需时间为

$$t_1 = \frac{17}{340} = 0.05\ \text{s}$$

广州人听到所需时间为

$$t_v = \frac{2\ 320\times10^3}{3\times10^8} + \frac{2}{340} = 0.0136\ \text{s}$$

故广州人先听到声音.

2.2.4 解题过程 波音 747 飞机的速度约为 940 km/h.

北京北纬 40°,东经 116°;巴黎北纬 48°,东经 2°. 地球半径为 6 400 km. 因两地纬度比较接近,可近似认为纬度相同;经度差 $\Delta\theta = 116^\circ - 2^\circ = 114^\circ$. 北京到巴黎的距离约等于 $\Delta\theta$ 对应的弧长

$$s = R\Delta\theta$$

代入数据得 $s = 12\ 727$ km(与两地实际最短距离 11 727 km 相近) 飞机的飞行时间为

$$t = \frac{s}{v} = \frac{12\ 727}{940} = 13.5\ \text{h}$$

2.2.5 解题过程 令 Ox 轴指向正北,Oy 轴指向正西,建立直角坐标系(使用国际单位制

单位)，则

$$v_1 = 25\boldsymbol{i}\ \mathrm{m/s}, v_2 = (19.4\cos 30^\circ \boldsymbol{i} + 19.4\sin 30^\circ \boldsymbol{j})\mathrm{m/s}.$$

$\boldsymbol{a} = \dfrac{\boldsymbol{v}_2 - \boldsymbol{v}_1}{\Delta t}$ 代入数据得 $\boldsymbol{a} = (-0.046\boldsymbol{i} + 0.054\boldsymbol{j})\mathrm{m/s^2}$

则 $a \approx 0.07\ \mathrm{m/s^2}$，与正南方向的夹角 $\alpha \approx 50^\circ$.

2.2.6 解题过程 (1) 对 $\boldsymbol{r} = R\cos t\boldsymbol{i} + R\sin t\boldsymbol{j} + 2t\boldsymbol{k}$ 求一阶和二阶导数，则得到

$$\boldsymbol{v} = -R\sin t\boldsymbol{i} + R\cos t\boldsymbol{j} + 2\boldsymbol{k}$$

$$\boldsymbol{a} = -R\cos t\boldsymbol{i} - R\sin t\boldsymbol{j}$$

将 $t=0$ 代入上式得 $t=0$ 时速度和加速度分别为

$$\boldsymbol{v}(0) = R\boldsymbol{j} + 2\boldsymbol{k}, \boldsymbol{a}(0) = -R\boldsymbol{i}$$

将 $t=\dfrac{\pi}{2}$ 代入上式，得 $t=\dfrac{\pi}{2}$ 时的速度和加速度分别为

$$\boldsymbol{v}\left(\frac{\pi}{2}\right) = -R\boldsymbol{i} + 2\boldsymbol{k}, \boldsymbol{a}\left(\frac{\pi}{2}\right) = -R\boldsymbol{j}$$

(2)
$$\boldsymbol{v} = \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t} = 3\boldsymbol{i} - 9t\boldsymbol{j} + 18t^2\boldsymbol{k}$$

$$\boldsymbol{a} = \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t} = -9\boldsymbol{j} + 36t\boldsymbol{k}$$

$$\boldsymbol{v}\Big|_{t=0} = (3\boldsymbol{i})\mathrm{m/s}$$

$$\boldsymbol{a}\Big|_{t=0} = (-9\boldsymbol{j})\mathrm{m/s^2}$$

$$\boldsymbol{v}\Big|_{t=1} = (3\boldsymbol{i} - 9\boldsymbol{j} + 18\boldsymbol{k})\mathrm{m/s}$$

$$\boldsymbol{a}\Big|_{t=1} = (-9\boldsymbol{j} + 36\boldsymbol{k})\mathrm{m/s^2}$$

2.3.1 解题过程 如 2.3.1 题图所示.

直线 a，$v_x \approx -1.73\ \mathrm{m/s}, x_0 = 20\ \mathrm{m}, t\Big|_{x=0} = 11.5\ \mathrm{s}$.

直线 b，$v_x \approx 0.58\ \mathrm{m/s}, x_0 = 10\ \mathrm{m}, t\Big|_{x=0} = -17.3\ \mathrm{s}$.

直线 c，$v_x = 1.00\ \mathrm{m/s}, x_0 = -25\ \mathrm{m}, t\Big|_{x=0} = 25\ \mathrm{s}$.

2.3.2 解题过程 $v_x = -a\sin t, a_x = -a\cos t$，周期为 2π，故质点随时间按余弦规律做周

期性运动. 运动范围为 $-a \sim a$,速度和加速度的变化范围为 $-a \sim a$.

2.3.3 解题过程 令 Ox 轴竖直向下,则

$$v_x = \beta \frac{1-\mathrm{e}^{-qt}}{1+\mathrm{e}^{-qt}}$$

$$\begin{aligned} a_x &= \frac{\mathrm{d}v_x}{\mathrm{d}t} = \beta \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\frac{1-\mathrm{e}^{-qt}}{1+\mathrm{e}^{-qt}}\right) \\ &= \beta \frac{q\mathrm{e}^{-qt}(1+\mathrm{e}^{-qt})-(1-\mathrm{e}^{-qt})(-q\mathrm{e}^{-qt})}{(1+\mathrm{e}^{-qt})^2} \\ &= \frac{2\beta q\mathrm{e}^{-qt}}{(1+\mathrm{e}^{-qt})^2} \end{aligned}$$

因为 $v > 0, a > 0$ 所以跳伞员做加速直线运动.

但当 $t \to \infty$ 时,$\mathrm{e}^{-qt} \to 0$,故 $v_x \to \beta, a_x \to 0$,说明经过足够长时间后,跳伞员将做匀速直线运动.

2.3.4 解题过程 令 Ox 轴沿列车行驶方向(使用国际单位制单位). 由 $v_x = 50\cos\frac{\pi x}{5\ 000}$ 可知

$$\begin{aligned} a_x &= \frac{\mathrm{d}v_x}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(50\cos\frac{\pi x}{5\ 000}\right) \\ &= -50\left(\sin\frac{\pi x}{5\ 000}\right)\frac{\pi}{5\ 000}\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} \\ &= -\frac{\pi}{100}\sin\frac{\pi x}{5\ 000}v_x \end{aligned}$$

运用倍角公式对此式整理可得 $a_x = -\frac{\pi}{4}\sin\frac{\pi x}{2\ 500}$

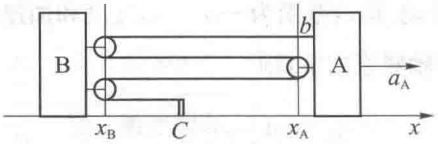
代入数据得此列车:

$$a_x = -\frac{\pi}{4}\sin\frac{1\ 500\pi}{2\ 500}\mathrm{m/s^2} = -\frac{\pi}{4}\sin\frac{3\pi}{5}\mathrm{m/s^2} = -0.75\ \mathrm{m/s^2}$$

2.3.5 解题过程 如 2.3.5 题解图所示. 以 C 点为坐标原点,沿桌面向右建立 Cx 坐标轴,以与物体连接的滑轮的中心坐标 x_A 和 x_B 标志物体 A 和 B 的位置,如图所示. 设绳长为 l,滑轮半径 r,用 b 表示从 x_A 到物体 A 间的一段绳长,注意到 x_B 为负值,则

$$4(-x_B)+3x_A+3\pi r+b = l$$

由于绳不可伸长,l 和 r、b 均为常量,对上式求时间的二阶导数,得到



2.3.5 题解图

$$-4\frac{d^2x_B}{dt^2}+3\frac{d^2x_A}{dt^2}=0,\frac{d^2x_B}{dt^2}=\frac{3}{4}\frac{d^2x_A}{dt^2}$$

因为$\frac{d^2x_A}{dt^2}$为物体A的加速度，即$a_A=\frac{d^2x_A}{dt^2}=0.5g$，可知物体B的加速度为

$$a_B=\frac{d^2x_B}{dt}=\frac{3}{4}\frac{d^2x_A}{dt^2}=\frac{3}{4}a_A=\frac{3}{8}g$$

2.3.6 解题过程 (1) 将原点沿 Ox 正向移动 2 m后的坐标记为 x'，$x'=x-2$，运动学方程为

$$x'=3t^2+10t-2$$

因为 $$v'=\frac{dx}{dt}=10+6t,v'=v$$

所以初速度不变，依然为 10 m/s.

(2) 将计时起点前移 1 s 后的时间记为 t'，$t'=t+1$，运动学方程为

$$x=10(t'-1)+3(t'-1)^2=3t'^2+4t'-7,v'=\frac{dx}{dt}=4+6t'$$

初始坐标由 0 m变为−7 m，初速度由 10 m/s变为 4 m/s，加速度不变，依然为 3 m/s².

2.4.1 解题过程 $dv_x=a_x dt=2tdt,\int_{v_0}^{v_t}dv_x=2\int_0^t tdt,v_x=v_0+t^2$

$$dx=v_x dt=(v_0+t^2)dt,\int_0^x dx=v_0\int_0^t dt+\int_0^t t^2 dt$$

$$x=v_0 t+\frac{1}{3}t^3$$

(1)$v_0=0$ 时，$v_x=t^2$，$x=\frac{1}{3}t^3$； $x(6)=\frac{1}{3}\times 6^2=72$ cm

$\Delta x=x(6)-x(0)=72$ cm，$s=\Delta x=72$ cm

(2)$v_0=-9$ 时，$v_x=t^2-9$，$x=\frac{1}{3}t^3-9t$

$$\Delta x = x(6) - x(0) = 18 \text{ cm}$$

令 $v_x = 0$，由速度表达式可求出对应时刻 $t = 3$，由于前 3 s 质点正向运动，后 3 s 反向运动，故

$$s = |x(3) - x(0)| + |x(6) - x(3)| = x(6) - 2x(3) = 54 \text{ cm}$$

2.4.2 解题过程 $\mathrm{d}x = v_x \mathrm{d}t = -3\sin t \mathrm{d}t$

$$\int_{x_3}^{x_5} \mathrm{d}x = -3\int_3^5 \sin t \mathrm{d}t$$

$$\Delta x = x_5 - x_3 = 3.82 \text{ m}$$

2.4.3 解题过程 由 $\dfrac{\mathrm{d}v_x}{\mathrm{d}t} = a_x = -A\omega^2\cos\omega t$ 可得

$$\mathrm{d}v_x = -A\omega^2\cos\omega t\,\mathrm{d}t$$

$$N_x = \int \mathrm{d}v_x = -\int A\omega^2\cos\omega t\,\mathrm{d}t$$

$$= -A\omega\sin\omega t + C$$

代入 $t = 0$，$v_x = 0$，解得 $C = 0$

所以 $$v_x = -A\omega\sin\omega t$$

再由 $\dfrac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = v_x = -A\omega\sin\omega t$ 得到

$$\mathrm{d}x = -A\omega\sin\omega t\,\mathrm{d}t$$

作定积分，依据初始条件 $t = 0$ 时，$x = A$ 确定积分下限：

$$\int_A^x \mathrm{d}x = -A\omega\int_0^t \sin\omega t\,\mathrm{d}t = -A\int_0^{\omega t}\sin\omega t\,\mathrm{d}\omega t$$

$$x - A = A\cos\omega t\Big|_0^{\omega t}$$

$$x = A\cos\omega t$$

即为质点运动学方程.

2.4.4 解题过程 由已知条件知

$$\frac{\mathrm{d}v_x}{\mathrm{d}t} = a_x = -bv_x^2$$

对上式作分离变换处理后，得到

$$\frac{\mathrm{d}v_x}{v_x^2} = -b\mathrm{d}t$$

第二章 质点运动学