

数学 MATHS
全国卷

全国首套针对考【全国卷】艺术生的文化课专用教材



非
凡
艺
考

徐永杰 梁经纬 赵立凡 编著

数学答案

 中国人民大学出版社

全国首套针对考【全国卷】艺术生的文化课专用教材

非凡 艺考

徐永杰 梁经纬 赵立凡 编著

非凡数学教研组 组编

数学答案

中国人民大学出版社

· 北京 ·



目 录

第 1 章 集合、常用逻辑用语与算法 /1

- 1.1 集合 /2
- 1.2 命题及其关系、充分条件与必要条件 /5
- 1.3 简单的逻辑联结词、全称量词与存在量词 /8
- 1.4 算法 /10

第 2 章 基本初等函数 /11

- 2.1 函数及其表示 /12
- 2.2 函数的单调性和最值 /15
- 2.3 函数的奇偶性、周期性 /19
- 2.4 二次函数和幂函数 /22
- 2.5 指数函数 /26
- 2.6 对数与对数函数 /29
- 2.7 函数的图像 /31
- 2.8 函数与方程 /35

第 3 章 导数及其应用 /41

- 3.1 变化率与导数、导数的计算 /42
- 3.2 导数在研究函数中的应用 /45
- 3.3 导数的综合应用 /51

第 4 章 三角函数 /55

- 4.1 任意角和弧度制及任意角的三角函数 /56
- 4.2 同角三角函数的基本关系与诱导公式 /58
- 4.3 两角和与差的正弦、余弦和正切公式 /60
- 4.4 简单的三角恒等变换 /63
- 4.5 三角函数的图像与性质 /66
- 4.6 $y=A\sin(\omega x+\varphi)$ 的图像及三角函数模型的简单应用 /71
- 4.7 正弦定理和余弦定理 /73
- 4.8 正弦定理和余弦定理的应用 /77

第 5 章 平面向量、数系的扩充与复数的引入 /79

- 5.1 平面向量的概念及线性运算 /80
- 5.2 平面向量的基本定理及坐标运算 /82
- 5.3 平面向量的数量积 /85
- 5.4 数系的扩充和复数的引入 /89

第 6 章 数列 /91

- 6.1 数列的概念及其简单表述法 /92
- 6.2 等差数列及其前 n 项和 /96
- 6.3 等比数列及其前 n 项和 /101
- 6.4 数列的求和 /105

专题 高考中的数列问题 /111

第7章 不等式与不等关系 /115

- 7.1 不等关系与不等式 /116
- 7.2 一元二次不等式及其解法 /118
- 7.3 二元一次不等式(组)与简单的线性规划问题 /120
- 7.4 基本不等式 /124
- 7.5 合情推理与演绎推理 /127

第8章 立体几何 /129

- 8.1 空间几何体的体积和表面积 /130
- 8.2 空间几何体的三视图 /132
- 8.3 空间点、直线、平面之间的位置关系 /134
- 8.4 直线、平面平行的判定及其性质 /137
- 8.5 直线、平面垂直的判定及其性质 /139
- 8.6 立体几何的向量求法 /141
- 8.7 立体几何综合问题 /147

第9章 解析几何 /151

- 9.1 直线的倾斜角与斜率、直线的方程 /152
- 9.2 两直线的位置关系 /155
- 9.3 圆的方程 /157
- 9.4 直线与圆、圆与圆的位置关系 /161
- 9.5 椭圆 /164
- 9.6 双曲线 /167
- 9.7 抛物线 /170
- 9.8 曲线和方程 /173
- 9.9 圆锥曲线的综合问题 /176

第10章 概率与统计 /183

- 10.1 随机事件的概率 /184
- 10.2 古典概型、几何概型 /185
- 10.3 随机抽样 /188
- 10.4 用样本估计总体 /190
- 10.5 变量间的相关关系、统计案例 /194

第11章 选修4系列 /197

极坐标和参数方程 /198

第 1 章

集合、常用逻辑用语与算法

非

民

1.1 集合

1.2 命题及其关系、充分条件与必要条件

1.3 简单的逻辑联结词、全称量词与存在量词

1.4 算法

1.1 集合

自测题组

1. 答案: C

解析: $M \cap N = \{1\}$, 故选 C.

2. 答案: D

解析: 由条件知当 $n=2$ 时, $3 \times 2 + 2 = 8$; 当 $n=4$ 时, $3 \times 4 + 2 = 14$

$$\therefore A \cap B = \{8, 14\}.$$

3. 答案: C

解析: $B = \{x \mid 1 < x < 3\}$

$$\therefore A \cap B = (2, 3).$$

4. 答案: A

解析: $M = \{0, 1\}$, $N = \{x \mid 0 < x \leq 1\}$

$$\therefore M \cup N = [0, 1].$$

题组一

1—1 答案: D

解析: 集合 B 中元素有 $(1, 1)$, $(1, 2)$, $(1, 4)$, $(2, 1)$, $(2, 2)$, $(2, 4)$, $(4, 1)$, $(4, 2)$, $(4, 4)$, 共 9 个.

1—2 答案: -1

解析: 由已知, 得 $\frac{b}{a} = 0$ 及 $a \neq 0$, 所以 $b = 0$, 于是 $a^2 = 1$, 即 $a = 1$ 或 $a = -1$, 又根据集合中元素的互异性可知 $a = 1$ 应舍去, 因此 $a = -1$, 故 $a^{2015} + b^{2015} = (-1)^{2015} = -1$.

题组二

2—1 答案: D

解析: 用列举法表示集合 A, B , 根据集合关系求出集合 C 的个数.

由 $x^2 - 3x + 2 = 0$ 得 $x = 1$ 或 $x = 2$

$$\therefore A = \{1, 2\}.$$

由题意知 $B = \{1, 2, 3, 4\}$

\therefore 满足条件的 C 可为 $\{1, 2\}$, $\{1, 2, 3\}$, $\{1, 2, 4\}$, $\{1, 2, 3, 4\}$.

2—2 答案: $[2014, +\infty)$

解析: 由 $x^2 - 2015x + 2014 < 0$, 解得 $1 < x < 2014$, 故 $A = \{x \mid 1 < x < 2014\}$. 而 $B = \{x \mid x < m\}$, 由于 $A \subseteq B$, 如图 1—1—1 所示, 则 $m \geq 2014$.

变式练习一

1. 答案: 0 或 -2

解析: 由 $B \subseteq A$, 则 $x^2 = 4$ 或 $x^2 = 2x$. 当 $x^2 = 4$ 时, $x = \pm 2$, 但 $x = 2$ 时, $2x = 4$, 这与集合元素的互异性相矛盾; 当 $x^2 = 2x$ 时, $x = 0$ 或 $x = 2$, 但 $x = 2$ 时, $2x = 4$, 这与集合元素的



图 1-1-1

互异性相矛盾. 综上所述, $x = -2$ 或 $x = 0$.

2. 答案: $(-\infty, 4]$

解析: 当 $B = \emptyset$ 时, 有 $m + 1 \geq 2m - 1$, 则 $m \leq 2$.

当 $B \neq \emptyset$ 时, 若 $B \subseteq A$, 如图 1-1-2:

$$\begin{cases} m+1 \geq -2, \\ 2m-1 \leq 7, \\ m+1 < 2m-1, \end{cases} \quad \text{解得 } 2 < m \leq 4, \text{ 综上, } m \text{ 的取值范围为 } m \leq 4.$$

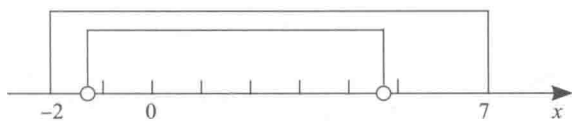


图 1-1-2

题组三

3-1 答案: $[-1, 7]$

解析: $y = x^2 - 2x = (x-1)^2 - 1 \geq -1$, $y = -x^2 + 2x + 6 = -(x-1)^2 + 7 \leq 7$, $\therefore A = \{y \mid y \geq -1\}$,
 $B = \{y \mid y \leq 7\}$, 故 $A \cap B = \{y \mid -1 \leq y \leq 7\}$.

3-2 答案: B

解析: $\complement_U B = \{1, 5, 6\}$, $\therefore A \cap \complement_U B = \{1\}$.

变式练习二

1. 答案: C

解析: $A = \{x \mid -3 < x < 3\}$, $B = \{x \mid -1 < x \leq 5\}$, 所以 $A \cap (\complement_R B) = \{x \mid -3 < x \leq -1\}$.

2. 答案: $\{7, 9\}$

解析: $\complement_U A = \{4, 6, 7, 9, 10\}$

$\therefore (\complement_U A) \cap B = \{7, 9\}$.

变式练习三

答案: B

解析: 具有伙伴关系的元素组是 $-1, \frac{1}{2}, 2$;

所以具有伙伴关系的集合有 3 个: $\{-1\}, \{\frac{1}{2}, 2\}, \{-1, \frac{1}{2}, 2\}$.

1.2 命题及其关系、充分条件与必要条件

自测题组

1. 答案: ②

解析: 略.

2. 答案: C

解析: 略.

3. 答案: B

解析: 略.

4. 答案: D

解析: 略.

题组一

答案: B

解析: 因为原命题为真, 所以它的逆否命题为真; 若 $|z_1| = |z_2|$, 当 $z_1=1, z_2=-1$ 时, 这两个复数不是共轭复数, 所以原命题的逆命题是假的, 故否命题也是假的. 故选 B.

变式练习一

1. 答案: C

解析: 本题考查命题真假的判断, 意在考查考生的逻辑推理能力. 若一个球的半径缩小到原来的 $\frac{1}{2}$, 则其体积缩小到原来的 $\frac{1}{8}$, 所以①是真命题; 因为方差除了与平均数有关, 还与各数据有关, 所以②是假命题; 因为圆心 $(0, 0)$ 到直线 $x+y+1=0$ 的距离等于 $\frac{1}{\sqrt{2}}$, 等于圆的半径, 所以③是真命题. 故真命题的序号是①③.

2. 答案: C

解析: 略.

3. 答案: 在 $\triangle ABC$ 中, 若 $\angle C \neq 90^\circ$, 则 $\angle A, \angle B$ 不都是锐角

解析: 原命题:

条件: 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$.结论: $\angle A, \angle B$ 都是锐角.

否命题是否定条件和结论.

即“在 $\triangle ABC$ 中, 若 $\angle C \neq 90^\circ$, 则 $\angle A, \angle B$ 不都是锐角”.

题组二

答案: A

解析: 当四边形 $ABCD$ 为菱形时, 必有对角线互相垂直, 即 $AC \perp BD$. 四边形 $ABCD$ 中, $AC \perp BD$ 时, 四边形 $ABCD$ 不一定是菱形, 还需要 AC 与 BD 互相平分. 综上知, “四边形 $ABCD$ 为菱形” 是 “ $AC \perp BD$ ” 的充分不必要条件.

变式练习二

1. 答案: A

解析: 略.

2. 答案: C

解析: 略.

题组三

答案: 否命题

解析: 命题 p 的逆命题: “若 a 的平方不等于 0, 则 a 是正数”;

命题 p 的否命题: “若 a 不是正数, 则它的平方等于 0”;

命题 p 的逆否命题: “若 a 的平方等于 0, 则 a 不是正数”;

命题 p 的否定: “至少有一个正数的平方等于 0”.

所以 p 是 q 的否命题.

变式练习三

1. 答案:

否命题: 若 $a+b$ 不为整数, 则 a, b 不一定是整数. 该命题是真命题.

否定: 若 $a+b$ 为整数, 则不一定 a, b 都是整数. 该命题是真命题.

解析: 略.

2. 答案: (1) $-3 \leq a \leq 5$ (2) $a=0$ (a 取区间 $[-3, 5]$ 上的任意一个实数都可以)

解析: (1) 由 $M \cap P = \{x \mid 5 < x \leq 8\}$, 得 $-3 \leq a \leq 5$,

因此 $M \cap P = \{x \mid 5 < x \leq 8\}$ 的充要条件是 $\{a \mid -3 \leq a \leq 5\}$.

(2) 求实数 a 的一个值, 使它成为 $M \cap P = \{x \mid 5 < x \leq 8\}$ 的一个充分但不必要条件,

就是在集合 $\{a \mid -3 < a \leq 5\}$ 中取一个值, 如取 $a=0$, 此时必有

$M \cap P = \{x \mid 5 < x \leq 8\}$; 反之, $M \cap P = \{x \mid 5 < x \leq 8\}$ 未必有 $a=0$, 故 “ $a=0$ ”

是 “ $M \cap P = \{x \mid 5 < x \leq 8\}$ ” 的一个充分但不必要条件.

3. 答案: $\left[0, \frac{1}{2}\right]$

解析: $q: (x-a)(x-a-1) \leq 0 \Rightarrow a \leq x \leq a+1$.

由 p 是 q 的充分不必要条件知: $a \leq \frac{1}{2}$ 且 $a+1 \geq 1 \Rightarrow 0 \leq a \leq \frac{1}{2}$.

1. 辨明两个易误点

(1) 否命题与命题的否定: 否命题是既否定条件, 又否定结论, 而命题的否定是只否定命题

的结论.

(2) 注意区别 A 是 B 的充分不必要条件 ($A \Rightarrow B$ 且 $B \not\Rightarrow A$) 与 A 的充分不必要条件是 B ($B \Rightarrow A$ 且 $A \not\Rightarrow B$) 两者的不同.

2. 充要条件常用的三种判断方法

(1) 定义法: 直接判断若 p 则 q 、若 q 则 p 的真假.

(2) 等价法: 利用 $p \Rightarrow q$ 与 $\neg q \Rightarrow \neg p$, $p \Leftrightarrow q$ 与 $\neg q \Leftrightarrow \neg p$ 的等价关系, 对于条件或结论是否定式的命题, 一般运用等价法.

(3) 利用集合间的包含关系判断: 若 $A \subseteq B$, 则 A 是 B 的充分条件或 B 是 A 的必要条件; 若 $A = B$, 则 A 是 B 的充要条件.

1.3 简单的逻辑联结词、全称量词与存在量词

自测题组

1. 答案: C

解析: 对于命题的否定, 要将命题“ \forall ”变为“ \exists ”, 且否定结论.

2. 答案: D

解析: 见上题.

3. 答案: A

解析: 反证法的步骤第一步是假设命题反面成立, 而“至少有一个实根”的否定是“没有实根”.

4. 答案: D

解析: 因为命题“ $\exists x_0 \in \mathbf{R}, x_0^2 + (a-1)x_0 + 1 < 0$ ”等价于“ $x^2 + (a-1)x + 1 = 0$ 有两个不等的实根”, 所以 $\Delta = (a-1)^2 - 4 > 0$, 即 $a^2 - 2a - 3 > 0$, 解得 $a < -1$ 或 $a > 3$.

题组一

1—1 答案: 存在两个等边三角形不相似.

1—2 答案: C

解析: 对于 A 选项: $\forall x \in \mathbf{R}, \sin^2 \frac{x}{2} + \cos^2 \frac{x}{2} = 1$, 故 A 为假命题; 对于 B 选项: 存在 $x = \frac{\pi}{6}$, $\sin x = \frac{1}{2}$, $\cos x = \frac{\sqrt{3}}{2}$, $\sin x < \cos x$, 故 B 为假命题; 对于 C 选项: $x^2 + 1 - x = \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4} > 0$ 恒成立, C 为真命题; 对于 D 选项: $x^2 + x + 1 = \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4} > 0$ 恒成立, 不存在 $x_0 \in \mathbf{R}$, 使 $x_0^2 + x_0 = -1$ 成立, 故 D 为假命题.

变式练习一

1. 答案: B

解析: 根据集合的关系以及全称、特称命题的含义可得 B 正确.

2. 答案: D

解析: 原命题为特称命题, 故其否定为全称命题, 即 $\neg p: \forall x \in \mathbf{R}, \sin x \geq \frac{1}{2}x$.

题组二

2—1 答案: B

解析: “ $\forall x > 0$, 总有 $(x+1)e^x > 1$ ”的否定是“ $\exists x_0 > 0$, 使得 $(x_0+1)e^{x_0} \leq 1$ ”. 故选 B.

2—2 答案: (1) $\neg p$: 存在一个实数 m_0 , 使方程 $x^2 + m_0x - 1 = 0$ 没有实数根. 假

(2) $\neg p$: 所有的三角形的三条边不全相等. 假

(3) $\neg p$: 有的菱形的对角线不垂直. 假

(4) $\neg p: \forall x \in \mathbf{N}, x^2 - 2x + 1 > 0$. 假

变式练习二

答案: C

解析: 全称命题的否定形式为将“ \forall ”改为“ \exists ”, 后面的加以否定, 即将“ $[f(x_2)-f(x_1)](x_2-x_1) \geq 0$ ”, 改为“ $[f(x_2)-f(x_1)](x_2-x_1) < 0$ ”.

题组三

3—1 答案: C

解析: 当 $x > y$ 时, $-x < -y$, 故命题 p 为真命题, 从而 $\neg p$ 为假命题.

当 $x > y$ 时, $x^2 > y^2$ 不一定成立, 故命题 q 为假命题, 从而 $\neg q$ 为真命题.

由真值表知, ① $p \wedge q$ 为假命题; ② $p \vee q$ 为真命题; ③ $p \wedge (\neg q)$ 为真命题; ④ $(\neg p) \vee q$ 为假命题.

故选 C.

3—2 答案: A

解析: 由题意知命题 p 是真命题, 命题 q 是假命题, 故 $\neg p$ 是假命题, $\neg q$ 是真命题, 由含逻辑联结词的命题的真值表可知 $p \wedge \neg q$ 是真命题. 故选 A.

变式练习三

1. 答案: B

解析: 若 $p \vee (\neg q)$ 为假命题, 则 p 假 q 真. 命题 p 为假命题时, 有 $0 \leq m < e$; 命题 q 为真命题时, 有 $\Delta = m^2 - 4 \leq 0$, 即 $-2 \leq m \leq 2$. 所以当 $p \vee (\neg q)$ 为假命题时, m 的取值范围是 $0 \leq m \leq 2$.

2. 答案: A

解析: $\neg p$: 甲没有降落在指定范围; $\neg q$: 乙没有降落在指定范围, 至少有一位学员没有降落在指定范围, 即 $\neg p$ 或 $\neg q$ 发生. 故选 A.

3. 答案: $2 \leq a < 4$

解析: $\because \neg p$ 为真 $\therefore p$ 为假 $\Rightarrow a > 1$

又 $\because p$ 或 q 为真 $\therefore q$ 为真 $\Rightarrow 2 \leq a < 4$

$\therefore a$ 的取值范围为 $2 \leq a < 4$.

1.4 算法

自测题组

1. 答案: C
2. 答案: D
3. 答案: C
4. 答案: 13

题组一

答案: $f(3)=0$, $f(-5)=32$, $f(5)=12$, $f(3)+f(-5)+f(5)=44$. 框图略.

变式练习一

答案: (1) 求函数 $f(x)=-x^2+mx$ 的函数值
 (2) 3
 (3) 2

题组二

2—1 答案: C

解析: 带入计算即可.

2—2 答案: C

解析: 当 $\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x+y \leq 1 \end{cases}$ 时, 由线性规划的图解法知, 目标函数 $S=2x+y$ 的最大值为 2, 否则, S 的值为 1. 所以输出的 S 的最大值为 2.

变式练习二

答案: C

解析: 将程序表示成分段函数, 即 $y = \begin{cases} 2^x, & x \geq 2 \\ 9-x, & x < 2 \end{cases}$, 则 $f(1)=9-1=8$.

题组三

3—1 答案: C

解析: 执行程序: $k=2, S=0$; $S=2, k=3$; $S=5, k=5$; $S=10, k=9$; $S=19, k=17$, 此时不满足条件 $k < 10$, 终止循环, 输出结果为 $S=19$.

3—2 答案: C

解析: 按程序计算即可.

变式练习三

答案: C

解析: 由程序框图可知: $i=2, S=8$; $i=3, S=5$; $i=4, S=1$.

第2章

基本初等函数

天

尺

- 2.1 函数及其表示
- 2.2 函数的单调性和最值
- 2.3 函数的奇偶性、周期性
- 2.4 二次函数和幂函数
- 2.5 指数函数
- 2.6 对数与对数函数
- 2.7 函数的图像
- 2.8 函数与方程

2.1 函数及其表示

自测题组

1. 答案: D

解析: 由题意, $f\left(\frac{5}{6}\right) = 3 \times \frac{5}{6} - b = \frac{5}{2} - b$, 由 $f\left(f\left(\frac{5}{6}\right)\right) = 4$ 得,
$$\begin{cases} \frac{5}{2} - b < 1 \\ 3\left(\frac{5}{2} - b\right) - b = 4 \end{cases} \quad \text{或}$$

$$\begin{cases} \frac{5}{2} - b \geq 1 \\ 2^{\frac{5}{2} - b} = 4 \end{cases}, \text{解得 } b = \frac{1}{2}.$$

故选 D.

2. 答案: C

解析: 由已知得 $f(-2) = 1 + \log_2 4 = 3$, 又 $\log_2 12 > 1$, 所以 $f(\log_2 12) = 2^{\log_2 12 - 1} = 2^{\log_2 6} = 6$, 故 $f(-2) + f(\log_2 12) = 9$.

故选 C.

3. 答案: A

解析: $\because f(a) = -3$, \therefore 当 $a \leq 1$ 时, $f(a) = 2^{a-1} - 2 = -3$, 则 $2^{a-1} = -1$, 此等式显然不成立, 当 $a > 1$ 时, $-\log_2(a+1) = -3$, 解得 $a = 7$, $\therefore f(6-a) = f(-1) = 2^{-1-1} - 2 = -\frac{7}{4}$. 故

选 A.

4. 答案: C

解析: 因为 $f(-2) = 2^{-2} = \frac{1}{4}$, 所以 $f(f(-2)) = f\left(\frac{1}{4}\right) = 1 - \sqrt{\frac{1}{4}} = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$.

故答案选 C.

题组一

答案: ① 错误

解析: 对于①, 由于函数 $f(x) = \frac{|x|}{x}$ 的定义域为 $\{x \mid x \in \mathbf{R} \text{ 且 } x \neq 0\}$, 而函数 $g(x) =$

$$\begin{cases} 1, & x \geq 0 \\ -1, & x < 0 \end{cases} \text{ 的定义域是 } \mathbf{R}, \text{ 所以二者不是同一函数.}$$

答案: ② 正确

解析: 对于②, 若 $x=1$ 不是 $y=f(x)$ 定义域内的值, 则直线 $x=1$ 与 $y=f(x)$ 的图像没有交点, 如果 $x=1$ 是 $y=f(x)$ 定义域内的值, 由函数定义可知, 直线 $x=1$ 与 $y=f(x)$ 的图像只有一个交点, 即 $y=f(x)$ 的图像与直线 $x=1$ 最多有一个交点.

变式练习一

答案: ① 正确

解析: 对于①, $f(x)$ 与 $g(t)$ 的定义域、值域和对应关系均相同, 所以 $f(x)$ 和 $g(t)$ 表示同一函数.

答案: ② 错误

解析: 对于②, 由于 $f\left(\frac{1}{2}\right) = \left|\frac{1}{2}-1\right| - \left|\frac{1}{2}\right| = 0$, 所以 $f\left(f\left(\frac{1}{2}\right)\right) = f(0) = 1$.

题组二

2-1 答案: $f(x) = 2x + 7$

解析: (待定系数法) 设 $f(x) = ax + b$ ($a \neq 0$), 则 $3f(x+1) - 2f(x-1) = 3ax + 3a + 3b - 2ax + 2a - 2b = ax + 5a + b$, 即 $ax + 5a + b = 2x + 17$, 不论 x 为何值都成立,

$$\therefore \begin{cases} a=2 \\ b+5a=17 \end{cases}, \text{解得} \begin{cases} a=2 \\ b=7 \end{cases}.$$

$$\therefore f(x) = 2x + 7.$$

2-2 答案: $f(x) = x^2 - 2$

解析: 令 $x + \frac{1}{x} = t$, $t^2 = x^2 + \frac{1}{x^2} + 2 \Rightarrow x^2 + \frac{1}{x^2} = t^2 - 2$.

$$\therefore f(t) = t^2 - 2.$$

变式练习二

1. 答案: $f(x) = 2x - \frac{1}{x}$

解析: 把题目中的 x 换成 $\frac{1}{x}$, 得 $2f\left(\frac{1}{x}\right) + f(x) = \frac{3}{x}$, 联立方程 $\begin{cases} 2f(x) + f\left(\frac{1}{x}\right) = 3x & \text{①} \\ 2f\left(\frac{1}{x}\right) + f(x) = \frac{3}{x} & \text{②} \end{cases}$

$$\text{①} \times 2 - \text{②} \text{ 得 } 3f(x) = 6x - \frac{3}{x} \quad (x \neq 0).$$

$$\text{即 } f(x) = 2x - \frac{1}{x} \quad (x \neq 0).$$

2. 答案: $f(x) = x^2 - 1$

解析: 设 $\sqrt{x} + 1 = t$ ($t \geq 1$), 则 $\sqrt{x} = t - 1$. 代入 $f(\sqrt{x} + 1) = x + 2\sqrt{x}$, 得 $f(t) = t^2 - 1$ ($t \geq 1$).

$$\therefore f(x) = x^2 - 1 \quad (x \geq 1).$$

题组三

3-1 答案: $(-1, 1)$

解析: 由 $\begin{cases} x+1 > 0 \\ -x^2-3x+4 > 0 \end{cases}$, 得 $-1 < x < 1$.

3-2 答案: $[0, 1)$

解析: $\begin{cases} 2x \in [0, 2) \\ x-1 \neq 0 \end{cases} \Rightarrow x \in [0, 1)$.

变式练习三

答案: $[1, 3]$