大学物理（下）

P H Y S I C S

王 越
刘宇星
主 编

丁晓红
王代殊
江少林
刘凤艳
刘敏蔷
杨红卫
徐劳立
韩守振
副主编

清华大学出版社

需要全本请访问 www.ertongbook.com

大学物理（下）

王　越
刘宇星
主　编

丁晓红
王代殊
江少林
刘凤艳
刘敏蔷
杨红卫
徐劳立
韩守振
副主编

清华大学出版社
北京

内 容 简 介

本书根据教育部颁布的“大学物理课程教学基本要求”，为配合研究型教学而编写。全书分上、下册，共20章，上册讲述质点力学、刚体力学、狭义相对论、振动和波、气体动理论、热力学基础，下册讲述静电场、静电场中的导体与电介质、稳恒电流的磁场、电磁感应、麦克斯韦方程组、波动光学和量子物理基础等方面的内容。

本书在编写过程中，力求概念简明清晰，讲述深入浅出，难度适中，可作为大专院校非物理类理工科学生学习大学物理课程的辅助教材，也可供大中专院校物理教师参考。

版权所有，侵权必究。侵权举报电话：010-62782989　13701121933

图书在版编目(CIP)数据

大学物理. 下/王越，刘宇星主编. —北京：清华大学出版社，2018
ISBN 978-7-302-50486-3

Ⅰ. ①大… Ⅱ. ①王… ②刘… Ⅲ. ①物理学－高等学校－教材 Ⅳ. ①O4

中国版本图书馆CIP数据核字(2018)第131733号

责任编辑：朱红莲
封面设计：傅瑞学
责任校对：赵丽敏
责任印制：李红英

出版发行：清华大学出版社
网　　址：http://www.tup.com.cn，http://www.wqbook.com
地　　址：北京清华大学学研大厦A座　　邮　　编：100084
社 总 机：010-62770175　　邮　　购：010-62786544
投稿与读者服务：010-62776969，c-service@tup.tsinghua.edu.cn
质量反馈：010-62772015，zhiliang@tup.tsinghua.edu.cn
印 装 者：三河市铭诚印务有限公司
经　　销：全国新华书店
开　　本：185mm×260mm　　**印　　张**：9.25　　**字　　数**：221千字
版　　次：2018年8月第1版　　**印　　次**：2018年8月第1次印刷
定　　价：26.00元

产品编号：052419-01

前言

FOREWORD

大学物理是高等院校的一门重要的公共基础课，它不仅能对学生进行较全面的物理知识教育，而且能对学生进行较系统的科学方法教育和思维能力训练，使学生在知识、素质和能力各方面得到协调发展。

本教材分上、下两册，共有20章。编者的初衷是结合我校实际，兼顾一般院校工科大学本科生，提供一套简明清晰、难度适中、深入浅出、易教易学的大学物理教材。全书上册为力学、振动和波及热学，下册为静磁学、波动光学和量子物理基础。本教材另配有《大学物理练习与思考》提供各章习题及其提要。

本书在编写中力求体现教育部颁布的“大学物理课程教学基本要求”的精神。在编写过程中，江少林教授、陈信义教授给予了多次指导，并提供了大量宝贵意见。参加本书编写工作的教师，大学物理授课经验都在10年以上。江少林编写了第1章，刘凤艳编写了第2、3、4章，王越编写了第5、8章，刘敏蔷编写了第6、7章，刘宇星编写了第9、10章，徐劳立编写了第11、12章，韩守振编写了第13章，王代殊编写了第14章，丁晓红编写了第15、16、17章，杨红卫编写了第18、19、20章。

由于编者水平有限，不当之处，在所难免，敬请同行专家不吝指正。

编者在编写过程中，得到领导和同事们的关心、支持和帮助，在此谨致谢忱！

编者

2018年5月

目录

CONTENTS

第 11 章　静电场 …… 1
11.1　电荷 …… 1
11.2　库仑定律与叠加原理 …… 2
11.3　静电场与电场强度 …… 3
11.4　电场线与电通量 …… 7
11.5　高斯定理及其应用 …… 8
11.6　静电场的环路定理 …… 11
11.7　等势面与电势梯度 …… 14

第 12 章　静电场中的导体和电介质 …… 16
12.1　导体的静电平衡条件 …… 16
12.2　静电平衡导体上的电荷分布 …… 17
12.3　静电平衡导体表面附近的电场 …… 17
12.4　静电屏蔽 …… 19
12.5　静电场中的电介质 …… 20
12.6　电容和电容器 …… 24
12.7　静电场的能量 …… 26

第 13 章　稳恒电流的磁场 …… 28
13.1　电流密度和稳恒电流 …… 28
13.2　基本磁现象 …… 30
13.3　磁场和磁感应强度 …… 31
13.4　毕奥-萨伐尔定律 …… 32
13.5　安培环路定理及其应用 …… 35
13.6　洛伦兹力 …… 38
13.7　带电粒子在磁场中的运动 …… 38
13.8　霍尔效应 …… 40
13.9　安培力 …… 41
13.10　磁场对载流线圈的力矩和磁矩 …… 41

需要全本请访问 www.ertongbook.com

13.11 磁介质的分类 …… 43
13.12 磁介质的磁化 …… 43
13.13 $\vec{H}$的环路定理及其应用 …… 45
13.14 铁磁质 …… 46

第 14 章 电磁感应与麦克斯韦方程组 …… 48
14.1 电磁感应现象 …… 48
14.2 电动势 …… 49
14.3 法拉第电磁感应定律 …… 49
14.4 动生电动势 …… 51
14.5 感生电动势和感生电场及普遍情况下电场的环路定理 …… 53
14.6 互感和自感 …… 55
14.7 麦克斯韦方程组和电磁波 …… 57
14.8 麦克斯韦方程组 …… 59
14.9 电磁波 …… 59

第 15 章 光的干涉 …… 61
15.1 相干光的获得 …… 61
15.2 光程 …… 62
15.3 杨氏双缝干涉 …… 63
15.4 薄膜干涉 …… 66
15.5 等倾干涉 …… 67
15.6 劈尖干涉 …… 68
15.7 牛顿环 …… 70
15.8 迈克耳孙干涉仪 …… 71
15.9 光源的相干性 …… 72

第 16 章 光的衍射 …… 74
16.1 光的衍射现象和惠更斯-菲涅耳原理 …… 74
16.2 单缝的夫琅禾费衍射 …… 75
16.3 光学仪器的分辨本领 …… 78
16.4 光栅衍射 …… 80
16.5 X 射线的衍射 …… 83

第 17 章 光的偏振 …… 85
17.1 自然光和偏振光 …… 85
17.2 起偏和检偏 马吕斯定律 …… 86
17.3 反射和折射时的偏振 布儒斯特定律 …… 87

17.4 双折射现象 …… 88
17.5 波片 …… 90

第 18 章 波粒二象性 …… 93
18.1 黑体辐射 普朗克能量子假设 …… 93
18.2 光电效应 爱因斯坦的光子理论 …… 97
18.3 康普顿散射 …… 100
18.4 粒子的波动性 …… 103
18.5 概率波与波函数 …… 105
18.6 不确定度关系 …… 107
18.7 薛定谔方程 …… 109
18.8 一维无限深方势阱 …… 110
18.9 隧道效应 …… 113

第 19 章 原子中的电子 …… 116
19.1 氢原子的量子力学描述 …… 116
19.2 氢原子光谱 …… 119
19.3 电子的自旋 …… 121
19.4 原子的电子壳层结构 …… 123
19.5 激光 …… 127

第 20 章 固体中的电子 …… 131
20.1 固体的能带 …… 131
20.2 半导体的导电机制 …… 134
20.3 pn 结 …… 136

参考书目 …… 138

第11章

静 电 场

法国物理学家库仑(Charles Augustin de Coulomb,1736—1806)开创性地运用现代科学的研究方式,实验观察和科学描述了电荷间的相互作用性质。从静电学的实验和理论研究开始,此后的200多年中科学家们逐步认识到电与磁之间的内在联系,一步一步地发展完善了电磁学理论;从场的角度对电磁现象所作的理论研究预见到电磁波的存在;在20世纪初,通过探究电磁学的相对性,爱因斯坦提出了狭义相对论,重新构造了现代物理科学的基础。

当今世界的高新技术中处处融合着电磁学理论的结晶。本章将介绍静电场的基本实验规律和性质,这是进一步了解电磁学理论的基础,也有助于我们在更广泛的层面上理解物质的结构、材料的性质和各种作用力的本源。

11.1 电荷

1. 电荷

电荷是微观粒子的一种内禀属性。1897年,英国物理学家汤姆孙(J. J. Thomson)发现了电子,验证了电子带负电,并直接测量了电子电量。后来人们又发现了质子和中子,质子带正电,中子不带电,一个质子和一个电子所带电量的绝对值相等。通常物体上的正、负电荷是等量的,物体呈电中性,也可以说成物体不带电;当物体有了多余的电子时,物体带负电;当物体的电子不足时,物体带正电。

2. 电荷的量子化

电量的绝对值总是一个基本电荷电量的整数倍,这称为电荷的量子化。1913年,美国物理学家密立根(R. A. Millikan)在他的油滴实验中发现,油滴上的电量总是某一基本电荷的电量的整数倍,验证了电荷的量子化。油滴携带一定数量的电子,因此基本电荷的电量就是电子电量的绝对值。在计算中,基本电荷的电量一般取

$$e = 1.602 \times 10^{-19}\,\mathrm{C} \tag{11.1}$$

其中C代表电量的单位:库[仑]。

1964年,盖耳曼(M. Gell-Mann)等提出,一些粒子是由被称为夸克和反夸克的更小的粒子组成的,这些更小粒子的电量为$\pm e/3$或$\pm 2e/3$。但是粒子物理理论预言,自然界中不

存在单个的自由夸克。即使存在自由夸克,也不会改变电荷的量子化特征,只是基本电荷的电量有所变化。

带电的几何点,称为点电荷。在现实中,如果一个带电物体的线度,比起它到其他带电物体的距离小得多,就可以不考虑该带电物体的形状和电荷分布的影响,而把它看成是一个点电荷。点电荷只是一个物理模型,实际上是不存在的。

近代物理实验证实,电子的半径小于 10^{-18} m,可以把电子看成点电荷。电子内部是否有结构,为什么电荷 e 能集中在这么小的范围内而保持稳定,目前的实验研究尚未深入到这一尺度。

3. 电荷守恒定律

实验表明,带电物体的电量与物体的运动速度无关,即在不同惯性系中观测,同一带电物体的电量相同。此外,在已经发现的一切宏观过程和微观过程中,孤立系统的总电量保持不变。这一实验规律,称为电荷守恒定律。

4. 电荷具有相对论不变性

狭义相对论指出,时空的测量和物体质量的测量与观测者运动情况有关。在粒子加速实验中,当电子或者质子的质量随着运动速度的增加而增大时,它们的带电量却没有任何变化。这表明物体的电荷量与观测者的运动无关。

11.2 库仑定律与叠加原理

1. 库仑定律

1785 年,库仑用他发明的电扭秤,通过实验发现:两个静止点电荷在真空中的相互作用力的大小,与两个点电荷电量的乘积成正比,与它们之间的距离平方成反比;同号电荷相斥,异号电荷相吸。这称为库仑定律。静止电荷之间的作用力,叫做库仑力。

如图 11.1 所示,在国际单位制中,点电荷 q_1 作用在点电荷 q_2 上的库仑力可表示为

$$\vec{F}_{21} = \frac{q_1 q_2}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\hat{r}_{21} = -\vec{F}_{12} \tag{11.2}$$

式中 r 为 q_1 与 q_2 之间的距离,$\hat{r}_{21}$ 为由 $q_1 \sim q_2$ 方向的单位矢量;而 $\vec{F}_{12}$ 是 q_2 作用在 q_1 上的力,它与 $\vec{F}_{21}$ 大小相等、方向相反;ε_0 称为真空介电常量或真空电容率,计算中一般取

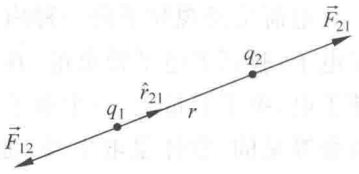


图 11.1 库仑定律示意图

$$\varepsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12}\,\mathrm{C^2/(N \cdot m^2)} \tag{11.3}$$

实验表明,距离在 $10^{-17} \sim 10^{7}$ m 范围内库仑定律精确成立。

2. 库仑力的叠加原理

实验表明,两个或两个以上静止的点电荷对一个点电荷 q_0 的库仑力,等于各个点电荷单独存在时对该点电荷库仑力的矢量和,即

$$\vec{F} = \sum_{i=1}^{n}\vec{F}_i = \sum_{i=1}^{n}\frac{q_0 q_i}{4\pi\varepsilon_0 r_{0i}^2}\hat{r}_{0i} \tag{11.4}$$

式中$\vec{F}_i$是第i个点电荷对q_0的库仑力，r_{0i}是q_0与q_i之间的距离，$\hat{r}_{0i}$是由$q_i \sim q_0$方向的单位矢量。式(11.4)称为电力叠加原理。只要给定电荷分布，原则上用库仑定律和电力叠加原理就可以解决全部静电学问题。

3. 静电力与万有引力的比较

在氢原子中，电子与原子核(质子)之间的平均距离为5.3×10^{-11}m，按式(11.2)可以算出它们之间的库仑力为8.1×10^{-8}N，而万有引力仅为3.7×10^{-47}N。可见维系电子和原子核形成原子的是库仑力，而不是万有引力。库仑力还是原子构成分子，分子构成固体、液体等凝聚态物质的主要相互作用。

11.3　静电场与电场强度

1. 静电场

英国物理学家法拉第(M. Faraday)首先提出：电荷在它的周围产生一种特殊形态的物质，其基本特征是，对处于其中的任何其他电荷都有作用力。电荷周围的这种物质，称为电场。相对观察者静止的电荷所产生的电场，称为静电场。在后续内容中将会看到，变化的磁场也能激发电场，这种电场称为感生电场，它不是静电场。

电场对电荷的作用力，称为电场力或电力。静电场对电荷的作用力称为静电力。

近代物理学证实，场的观点是正确的，相互作用由场以有限速度传播。电磁场是物质的一种形态，虽然它不像实物那样由电子、质子和中子构成，但是它和实物一样具有能量、动量等物质的基本属性。对研究静止电荷之间的相互作用而言，场的引入似乎只是一种描述方式。但是在电磁波的发射和接收中，电磁场的实在性就明显地表现出来了。

2. 电场强度

通过测量一个静止在电场中不同地点(场点)的检验电荷q_0所受的作用力，可以定量地描述电场。为了逐点地描述电场，要求电荷q_0的线度要足够小，可以看成点电荷。还要求电荷q_0的电量要足够小，不致改变产生原来电场的电荷分布。让检验电荷保持静止，是为了使作用在电荷上的力只是电场力。因为空间还可能存在磁场，但磁场对静止电荷没有作用力。

实验表明，无论在大小上还是在方向上，检验电荷q_0所受作用力$\vec{F}$与q_0的比值$\vec{F}/q_0$都是一个只与场点P的位置有关，而与检验电荷q_0无关的矢量，它反映了电场本身的强弱和方向。我们把这一矢量定义为在场点P的电场强度，简称场强。用$\vec{E}$表示，则有

$$\vec{E}=\frac{\vec{F}}{q_0} \tag{11.5}$$

这表明，电场中某点的电场强度的大小，等于静止于该点的单位正电荷所受的作用力，其方向与正电荷在该点受力的方向相同。对于其他各类电场，其场强也都可以通过静止检验电荷的受力，按照式(11.5)定义。电场强度的单位是N/C或V/m。

根据式(11.5)，如果电场中某点的场强为$\vec{E}$，则静止于该点的点电荷q所受电场力为

$$\vec{F}=q\vec{E} \tag{11.6}$$

上式也适用于运动电荷,即电场力与受力电荷的运动速度无关。

3. 点电荷的电场

根据电场强度的定义和库仑定律,静止点电荷 q 的场强为

$$\vec{E}=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\hat{r} \tag{11.7}$$

式中 r 是场点与点电荷 q 之间的距离,$\hat{r}$ 是由 q 到场点方向的单位矢量。式(11.7)表明,静止点电荷 q 的场强是以电荷为中心的球对称分布;场强的大小与电量 q 成正比,与场点到电荷的距离的平方成反比;方向沿半径向外($q>0$)或向内($q<0$)。

4. 场强的叠加原理

由于库仑力满足叠加原理,而静止电荷的场强就是单位正电荷所受的库仑力,所以多个静止电荷在 P 点的合场强,等于各个电荷单独存在时在 P 点的场强的矢量和。这称为场强叠加原理。设有 n 个静止的电荷 $q_1,q_2,\cdots,q_n$,其中第 i 个电荷 q_i 单独存在时在 P 点的场强为 $\vec{E}_i$,则它们在 P 点的合场强为

$$\vec{E}=\vec{E}_1+\vec{E}_2+\cdots+\vec{E}_n=\sum_{i=1}^{n}\vec{E}_i \tag{11.8}$$

场强叠加原理不仅适用于静电场,也适用于其他各类电场。由于电场的物质性,场强叠加原理要比电力叠加原理更为基本。

对于一个电荷连续分布的带电体 Q,如图 11.2 所示,可先将其分割成无数的电荷微元 $\mathrm{d}q$,此时电荷微元 $\mathrm{d}q$ 可看成点电荷,其在 P 点的电场强度为

$$\mathrm{d}\vec{E}=\frac{\mathrm{d}q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\hat{r}_0 \tag{11.9}$$

那么,带电体 Q 在 P 点的电场强度为

$$\vec{E}=\int_Q \mathrm{d}\vec{E}=\int_Q \frac{\mathrm{d}q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\hat{r}_0 \tag{11.10}$$

式中 $\hat{r}_0$ 的方向由场源电荷微元 $\mathrm{d}q$ 指向场点 P。

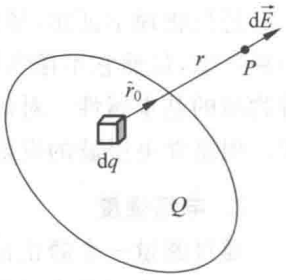


图 11.2 场源电荷连续分布的电场

5. 静电场中电场强度的计算

对于各种特定的静电荷空间分布,可以运用静电场场强的叠加原理来计算其周围的静电场。

(1) 电偶极子的场强

在工程技术应用分析中,电偶极子是天线辐射和接收电磁波的基本模型。电偶极子由一对等量异号距离较近的点电荷构成,如图 11.3 所示。电偶极子的电矩定义为

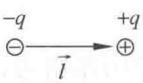


图 11.3 电偶极子

$$\vec{p}=q\vec{l} \tag{11.11}$$

其大小为正点电荷带电量与两个点电荷之间距离的乘积,方向从电偶极子的负电荷指向正电荷。下面我们讨论一下电偶极子中垂线上各点的静电场场强。

电偶极子的两个点电荷在场点 P 的场强的叠加如图 11.4 所示,可见中垂线上的合成

需要全本请访问 www.ertongbook.com

电场$\vec{E}$的大小为

$$E = 2E_+ \cos\theta = \frac{ql}{4\pi\varepsilon_0 r_+^3}$$

其方向与电偶极子的电矩$\vec{p}$方向相反，可表示为矢量式

$$\vec{E} = -\frac{\vec{p}}{4\pi\varepsilon_0 r_+^3}$$

当场点 P 远离电偶极子，$r \gg l$，$r \approx r_+$，则有

$$\vec{E} \approx -\frac{\vec{p}}{4\pi\varepsilon_0 r^3}$$

类似求出在电偶极矩方向上，离电偶极子中心 r 远处的场强为

$$\vec{E} \approx \frac{2\vec{p}}{4\pi\varepsilon_0 r^3}$$

从图 11.5 可见电偶极子在均匀外电场中受到电场力的合力为零，但电偶极子受到的合力矩一般不为零。当水在微波炉中被加热时，水分子电矩在交变电磁场的作用下高频率转动，水的温度升高。

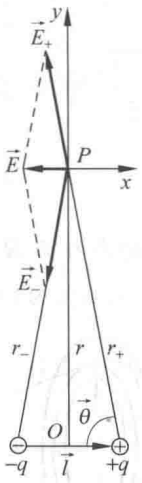


图 11.4　电偶极子的场强

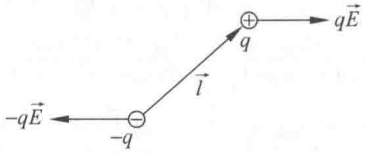


图 11.5　电偶极子在外电场中

(2) 连续分布电荷的场强

例 11.1　一均匀带电细棒的电荷线密度为 λ，长度为 L，求其延长线上且与棒右端相距为 a 的 P 点的电场强度。

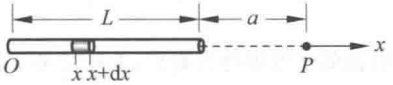


图 11.6　例 11.1 用图

解　建立坐标系，如图 11.6 所示。将均匀带电细棒分割成无数的电荷微元 $\mathrm{d}q$，在 x 处电荷元的电量 $\mathrm{d}q = \lambda \mathrm{d}x$，它到 P 点的距离为 $r = L + a - x$，则 $\mathrm{d}q$ 在 P 点的电场强度大小为

$$\mathrm{d}E = \frac{\mathrm{d}q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} = \frac{\lambda \mathrm{d}x}{4\pi\varepsilon_0 (L + a - x)^2}$$

其方向沿 x 轴向右。由于细棒上每一个电荷元在 P 点电场强度方向一致，因此，均匀带电细棒在 P 点的电场强度为

$$E = \int_0^L \frac{\lambda \mathrm{d}x}{4\pi\varepsilon_0 (L + a - x)^2} = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{a} - \frac{1}{a + L}\right)$$

例 11.2 电荷均匀分布在半径为 R 的圆环线上，总电量为 Q，求圆环线电荷的轴线上 P 点的电场强度。

解 如图 11.7 所示，把圆环的轴线取为 x 轴。电荷元在坐标为 x 的 P 点场强的大小为

$$dE=\frac{dq}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$$

由于电场具有绕 x 轴的对称性，所以垂直分量 $dE_\perp$ 相互抵消，只需对 x 轴分量 dE_x 积分，即

$$E=E_x=\int dE_x=\int_0^Q\frac{dq}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\cos\theta=\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\cos\theta$$

将 $\cos\theta=x/r$ 和 $r=(R^2+x^2)^{1/2}$ 代入可得

$$E=\frac{qx}{4\pi\varepsilon_0(R^2+x^2)^{3/2}}$$

此即均匀带电细圆环在轴线上的场强。在 $x=0$ 处，$E=0$，这说明圆环中心处场强为零。对于 $x\gg R$，有

$$E\approx\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 x^2}$$

带电圆环可视为点电荷。

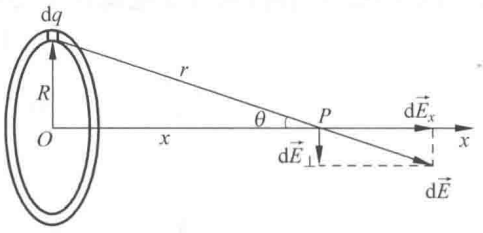


图 11.7 例 11.2 用图

例 11.3 求均匀带电薄圆盘在轴线上的电场强度。圆盘的半径为 R，面电荷密度为 σ。

解 如图 11.8 所示，把带电圆盘分割成许多同心细圆环，半径为 r、宽度为 dr 的细圆环的电量为 $\sigma 2\pi r dr$。利用例 11.2 的结果，带电圆盘在轴线上 P 点的场强

$$E=\int_0^R\frac{(\sigma 2\pi r dr)x}{4\pi\varepsilon_0(r^2+x^2)^{3/2}}=\frac{\sigma x}{2\varepsilon_0}\int_0^R\frac{r dr}{(r^2+x^2)^{3/2}}$$

$$=\frac{\sigma x}{2\varepsilon_0}\left[-\frac{1}{\sqrt{r^2+x^2}}\right]\Bigg|_0^R=\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left[\frac{x}{\sqrt{x^2}}-\frac{x}{\sqrt{R^2+x^2}}\right]$$

在圆盘右半部轴线上，$x>0$，场强为

$$E=\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left[1-\frac{x}{\sqrt{R^2+x^2}}\right]$$

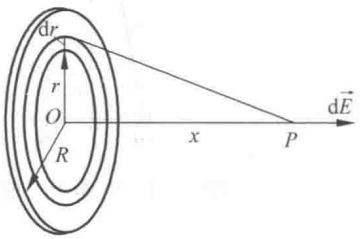


图 11.8 例 11.3 用图

如果 $x\ll R$，则有

$$E\approx\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$$

在后面的学习中将会看到，上述结果正是无限大均匀带电平板外部的场强。在研究均匀带电圆盘中心附近的电场时，只要场点到圆盘的距离远小于圆盘的半径，就可以把它看成无限大均匀带电平板。

例 11.4 一段无限长均匀带电直线，电荷线密度为 λ，求其周围电场强度的空间分布。

解 如图 11.9 所示，把棒的轴线取为 y 轴，垂直于棒的方向取为 r 轴。电荷元 λdy 在离轴线 r 处 P 点场强的大小为

$$dE=\frac{\lambda dy}{4\pi\varepsilon_0 r'^2}$$

由于棒无限长，坐标原点 O 可看成是棒的中点，所以电场关于过原点 O 且垂直于 y 轴的平面是上、下对称

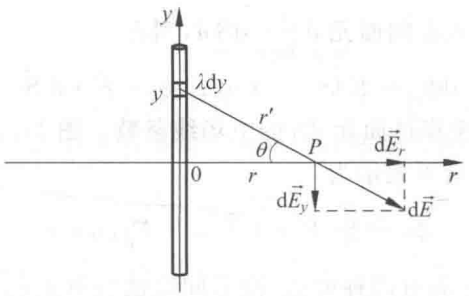


图 11.9　例 11.4 用图

的，沿 y 轴的分量相互抵消。因此 P 点的场强只有沿 r 方向的分量，只需对 r 方向分量 $\mathrm{d}E_r$ 积分。即

$$E = E_r = \int \mathrm{d}E_r = \int \mathrm{d}E\cos\theta = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\lambda\cos\theta \mathrm{d}y}{4\pi\varepsilon_0 r'^2} = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\lambda\cos^3\theta \mathrm{d}y}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$$

式中用到 $r' = r/\cos\theta$。为把积分变量换成 θ，由 $y = r\tan\theta$，得 $\mathrm{d}y = r\mathrm{d}\theta/\cos^2\theta$，注意当 $y \to \pm\infty$ 时，$\theta = \pm\pi/2$，则有

$$E = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0 r}\int_{-\pi/2}^{\pi/2} \cos\theta \mathrm{d}\theta = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r}$$

这就是均匀带电无限长细棒周围的场强。

11.4　电场线与电通量

为了揭示静电场的一个重要性质，下面首先引入电场线和电通量的概念。

1. 电场线

电场线是用于形象描述电场分布的有向曲线。图 11.10 给出几种典型电荷分布的电场线形态。电场线上某点有向线元的方向为该点电场强度的方向，与当地场强 E 垂直的单位面积上穿过的电场线条数表示该点场强$\vec{E}$的大小。静电场电场线的特点反映了静电场的基本性质。电场线起始于正电荷或无穷远，终止于负电荷或无穷远，无电荷处不中断，电场线不闭合，两条电场线不能相交。

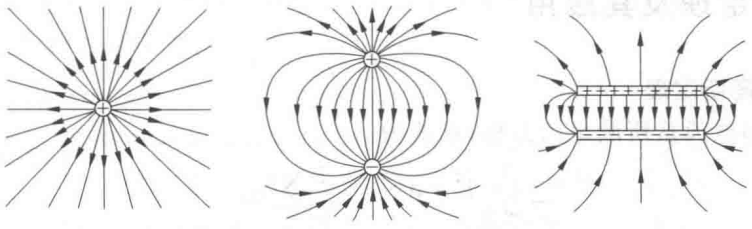


图 11.10　电场线

(a) 正电荷；(b) 电偶极子；(c) 正负带电板

2. 电通量

如图 11.11 所示，在匀强电场中作一面元 $\mathrm{d}S$，其法线方向单位矢量$\hat{n}$与该处场强$\vec{E}$的夹角为 θ，$\mathrm{d}S$ 在垂直于$\vec{E}$的面上的投影为 $\mathrm{d}S_\perp = \mathrm{d}S\cos\theta$。我们把 E 与 $\mathrm{d}S_\perp$ 的乘积，定义为通过

面元 dS 的电通量 $d\Phi_e$。引入有向面元 $d\vec{S}=dS\hat{n}$，则有

$$d\Phi_e = EdS_\perp = EdS\cos\theta = \vec{E}\cdot d\vec{S} \tag{11.12}$$

按照电场线的定义，$d\Phi_e$ 等于穿过面元 dS 的电场线条数。图 11.12 中的 S 表示电场中的任一曲面，通过该曲面的电通量可表示为

$$\Phi_e = \iint_S \vec{E}\cdot d\vec{S} = \iint_S E\cos\theta dS \tag{11.13}$$

一个有向面元的法线方向有两种取法，按不同取法计算出的电通量的符号相反。在一个不闭合的曲面上，各面元的法线应取在曲面的同一侧。

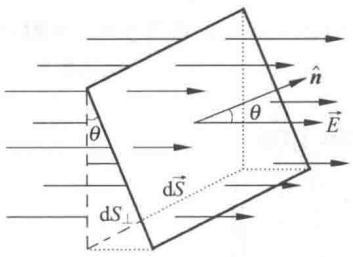


图 11.11 通过面元的电通量

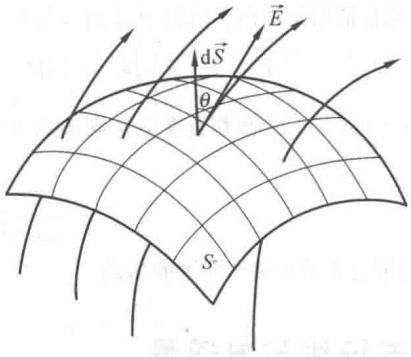


图 11.12 通过曲面的电通量

如图 11.13 所示，通过电场中闭合面 S 的电通量为

$$\Phi_e = \oiint_S \vec{E}\cdot d\vec{S} = \oiint_S E\cos\theta dS \tag{11.14}$$

对于闭合面，总是把指向该闭合面外部的方向取为面元 $d\vec{S}$ 的法线方向。因此，$\Phi_e>0$ 和 $\Phi_e<0$ 分别表示电通量“流出”和“流入”该闭合面。

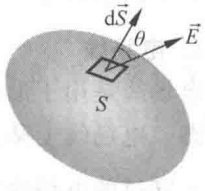


图 11.13 通过闭合面的电通量

11.5 高斯定理及其应用

1. 真空中高斯定理

高斯定理是电通量所满足的方程，形式为

$$\oiint_S \vec{E}\cdot d\vec{S} = \frac{1}{\varepsilon_0}\sum q_{in} \tag{11.15}$$

它可表述为：在静电场中，通过任一闭合面的电通量，等于该闭合面所包围的所有电荷电量的代数和除以 ε_0。由此可知，静电场的电场线有头有尾不闭合，起于正电荷或无穷远，止于负电荷或无穷远；穿过电场中任一闭合面的电场线条数只与该闭合面内电荷电量代数和有关。静电场是有源场，电荷就是静电场的源。

通常把闭合面 S 称为高斯面。虽然电通量与高斯面外的电荷无关，但面上各点的电场 $\vec{E}$ 却是由面内、外全部电荷共同产生的。

由库仑定律和场强叠加原理，可以归纳出高斯定理。

(1) 通过包围点电荷 q 的任意闭合面的电通量都等于 q/ε_0

如图 11.14(a)所示，点电荷 q 被一个任意的闭合面 S 包围。为计算通过 S 面的电通量，以 q 为球心在 S 面的外部作一半径为 r 的球面 S'。因点电荷的电场具有球对称性，则在球面 S' 上各点场强的大小相等，方向沿半径。因此通过球面 S' 的电通量为

$$\oiint_{S'} \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{S} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} \oiint_{S'} \mathrm{d}S = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} 4\pi r^2 = \frac{q}{\varepsilon_0} \tag{11.16}$$

这说明电通量与 r 无关，点电荷 q 发出的通过以 q 为球心的任何球面的电通量都相等，即穿过这些球面的电场线的条数都相等。由此并注意到球对称性，就可得出结论：点电荷的电场线连续，在没有电荷的地方电场线不会中断。因此通过包围点电荷 q 的闭合面 S 的电通量，与通过球面 S' 的相等，都等于 q/ε_0。

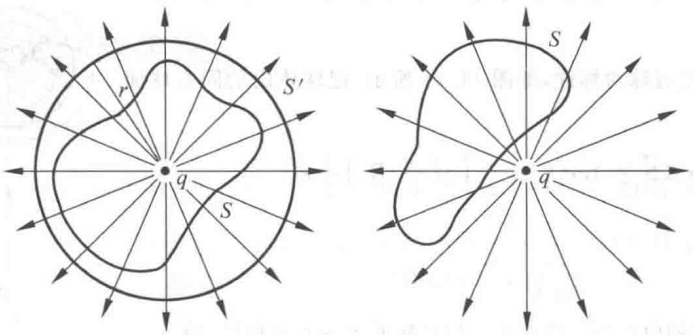


图 11.14　高斯定理的推导

(2) 通过不包围点电荷的任意闭合面的电通量都等于零

如图 11.14(b)所示，点电荷 q 处于任意闭合面 S 外。由于电场线连续，从 S 面一侧穿入的电场线条数一定等于从另一侧穿出的电场线条数，因此通过闭合面 S 的电通量为零。

(3) 对于点电荷系的静电场，其中的每一个点电荷的分电场都可以用上述方式说明其符合高斯定理，又根据场强叠加原理，可知点电荷系的静电场同样符合高斯定理。

实验表明，高斯定理不仅适用于静电场，还适用于其他任何随时间变化的电场，因此高斯定理是关于电场的普遍规律。

2. 用高斯定理求电场

给定电荷分布，由库仑定律和场强叠加原理可以求空间各点的电场，但计算往往比较复杂。当电荷分布具有充分的对称性时，恰当地选取高斯面，就可用高斯定理简单地求电场分布。

例 11.5　*求均匀带电球面的电场分布。球面半径为 R，所带电量为 q。*

解　由电荷分布的球对称性可知，电场分布是球对称的，即在与带电球面同心的任一球面上，各点场强的大小相等，方向沿半径。如图 11.15 所示，在球面内选取同心球面 S' 作为高斯面，因 S' 面内无电荷，则按高斯定理

$$\oiint \vec{E}\,\mathrm{d}\vec{S} = \oiint E\mathrm{d}S = E\oiint \mathrm{d}S = 4\pi r^2 E = 0$$

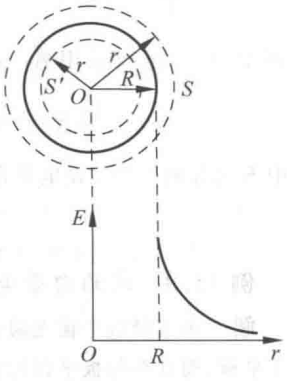


图 11.15　例 11.5 用图

得

$$E=0,\quad (r<R)$$

即均匀带电球面内的电场为零。把高斯面 S 选在带电球面外，S 面包围电荷 q，有

$$\oint\vec{E}\cdot\mathrm{d}\vec{S}=4\pi r^2E=\frac{q}{\varepsilon_0}$$

由此得

$$E=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2},\quad (r>R)$$

因此均匀带电球面外部的场强，相当于是把全部电量集中在球心的点电荷的场强。

图 11.15 给出了均匀带电球面内、外场强的分布情形。图中 $r=R$ 处强度不连续，是由于假设带电球面没有厚度，而实际上总是有一定厚度的。

例 11.6 求均匀带电球体的电场分布。球体半径为 R，所带电量为 q。

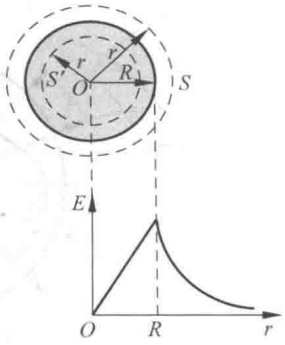


图 11.16 例 11.6 用图

解 电场分布具有球对称性，如图 11.16 所示，把球体内的同心球面 S' 取成高斯面，有

$$\oint\vec{E}\cdot\mathrm{d}\vec{S}=4\pi r^2E=\frac{1}{\varepsilon_0}\left(q\Big/\frac{4}{3}\pi R^3\right)\frac{4}{3}\pi r^3$$

得

$$E=\frac{qr}{4\pi\varepsilon_0 R^3},\quad (r\leqslant R)$$

即均匀带电球体内部的电场与 r 成正比。把高斯面 S 选在球体外，得

$$E=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2},\quad (r>R)$$

因此均匀带电球体外部的场强，相当于是把全部电量集中在球心的点电荷的场强。

例 11.7 求均匀带电无限长圆柱棒外部的场强分布。设带电棒的线电荷密度为 λ，半径为 R。

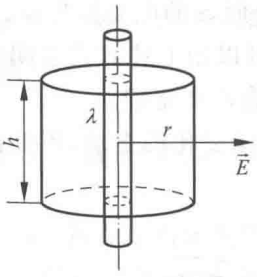


图 11.17 例 11.7 用图

解 由电荷分布的轴对称性可知，电场分布是轴对称的，在以带电棒的轴线为轴的任一圆柱面上，各点场强的大小相等。由于棒无限长，所以场强的方向沿半径。如图 11.17 所示，取以带电棒的轴线为轴、半径为 r、高度为 h 的圆柱体的表面为高斯面。在圆柱体侧面上各点场强 $\vec{E}$ 的大小相等，方向垂直于侧面，因此电通量为 $2\pi rhE$。由于圆柱体的上、下底面的法线方向与场强方向垂直，所以这两部分的电通量为零。按照高斯定理

$$\oint\vec{E}\cdot\mathrm{d}\vec{S}=\iint_{\text{下底}}\vec{E}\cdot\mathrm{d}\vec{S}+\iint_{\text{上底}}\vec{E}\cdot\mathrm{d}\vec{S}+\iint_{\text{侧面}}\vec{E}\cdot\mathrm{d}\vec{S}=2\pi rhE=\frac{\lambda h}{\varepsilon_0}$$

得带电棒外部的场强

$$E=\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r},\quad (r>R)$$

其中 R 为棒的半径。设电荷在棒的横截面上也均匀分布，则可求出带电棒内部的场强

$$E=\frac{\lambda r}{2\pi\varepsilon_0 R^2},\quad (r\leqslant R)$$

例 11.8 求均匀带电无限大平板外部的电场分布。带电平板的面电荷密度为 σ。

解 由于带电平板无限大，所以板外任何一点到板上的垂足都可看成是板的中心，因此场强方向垂直于平板，而且在与板平行的任一平面上，各点场强大小相等。如图 11.18 所示，选一个侧面与带电平板垂直、两个底面与板的距离相等的圆柱体的表面为高斯面。设柱体的底面积为 S，在两底面处场强的大小

需要全本请访问 www.ertongbook.com