

彭林
◎
编著




挑战  IMO

小学数学

竞赛试题集



热点 冲刺训练

-  **热点题型：**精选近年竞赛热点真题，提供全新模拟试题
-  **冲刺训练：**综合训练，模拟考场，掌握答题节奏
-  **培优竞赛：**适用小学竞赛考、升学考、分班考考前冲刺



上海社会科学院出版社

彭林
○
编著

挑战 

小学数学

竞赛试题集

 冲刺训练



上海社会科学院出版社

图书在版编目(CIP)数据

挑战 IMO:小学数学竞赛试题集:热点冲刺训练 /
彭林编著. — 上海:上海社会科学院出版社,2016

ISBN 978-7-5520-0841-8

I. ①挑… II. ①彭… III. ①小学数学课—习题集
IV. ①G624.505

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2015)第 086769 号

挑战 IMO:小学数学竞赛试题集(热点冲刺训练)

编 著:彭 林

责任编辑:李清奇

封面设计:郁心蓝

出版发行:上海社会科学院出版社

上海淮海中路 622 弄 7 号 电话 63875741 邮编 200020

<http://www.sassp.org.cn> E-mail:sassp@sass.org.cn

照 排:上海碧悦制版有限公司

印 刷:上海信老印刷厂

开 本:787×1092 毫米 1/16 开

印 张:6.25

字 数:285 千字

版 次:2016 年 3 月第 1 版 2016 年 3 月第 1 次印刷

ISBN 978-7-5520-0841-8/G · 401

定价:20.00 元

服务热线:021-53060606-2350(编辑室)

版权所有 翻印必究

前 言

距希腊首都雅典一百多英里的地方,在两条小河的汇合处有一条郁郁葱葱的美丽溪谷,名叫奥林匹亚。如若你站在溪谷中举目四望,透过枝叶扶疏的树林,依稀可见一排古老的石柱,它就是几千年前举行第一届世界奥林匹克竞赛的运动场遗址。

现在,奥林匹克运动已发展成为跨越五大洲、为世界亿万人民所瞩目的盛会。随着奥林匹克运动的迅猛发展,在原有的奥林匹克体育竞赛之外,更兴起了奥林匹克知识竞赛,并成为国际、国内公认的著名高水平知识竞赛。

数学竞赛像其他竞赛活动一样,是青少年学生的一种智力竞赛。在类似的以基础科学为竞赛内容的智力竞赛活动中,数学竞赛的历史最悠久、国际性强,影响也最大。我国于1956年开始举行数学竞赛,当时最有威望的著名数学家华罗庚、苏步青、江泽涵等都积极参加领导和组织竞赛活动,并组织出版了一系列青少年数学读物,激励了一大批青年学生立志从事科学事业。近年来,我国数学竞赛水平一直在国际上居领先地位,为各国数学家与教育家所瞩目。

数学竞赛是青少年数学教育的重要组成部分。数学竞赛对于激发学生的学习兴趣、开发智力、培养数学探索能力和创新能力、开拓视野有着非常积极的作用。通过开展数学竞赛活动,可以更好地发现和培养优秀学生,让他们得到进一步发展,同时也能提高教师的教学和科研水平,促进教学改革。

多年来全国以及各省市的数学竞赛、联赛和各种邀请赛,给我们提供了一个巨大的知识宝库,积累了大量有实际背景、具有一定挑战性的趣味问题,对发展数学爱好者的数学思维十分有益,为青少年数学培训和智力开发提供了有效途径和大量的资料。为此,作者编写了《挑战IMO:小学数学竞赛试题集(思维拓展训练)》和《挑战IMO:小学数学竞赛试题集(热点冲刺训练)》。其中,“思维拓展训练”适合学生在平时学习中使用,可以拓展数学思维,培养良好的数学逻辑思维能力。“热点冲刺训练”适合学生在参加竞赛、升学、分班等选拔性考试前,突击使用,帮助熟悉题型和解题方法,提高数学成绩。

这两本书以“小步子”为原则“爬缓坡”,重在方法渗透,真正做到循序渐进。只要有心,同学们都可以利用这两本书提高自己的解题能力。需要特别说明的是,即使不参加竞赛,对于各年级的学生,凡有余力研读这两本书的同学,都能培养起较强的解题能力。这两本书选题精良,解答详尽,每道题都是一个小小的考验,读懂了,会做了,难题也就不觉得难了。

做题,要保持浓厚的兴趣,不必赶任务。时间充裕,多吃一些;时间紧迫,少做几题。全凭自己自由安排。切忌贪多,食而不化。基础要巩固,做题要总结。回顾一下解题过程(或与参考答案比较),看看有哪些步骤可以省略,哪些地方可以改进,努力找出最佳的解法。经常这样琢磨,解题能力就会有很大提高。刀磨快了,柴就好劈。对数学的感觉更敏锐,理解更透彻,解

题就更加得心应手,左右逢源,兴趣就会越来越强烈。

数学来源于五彩的客观世界,但数学图书却往往给人以枯燥乏味之感。为改变这种状况,作者在编写这两本书时,特别注意融基本知识、基本技能和基本方法于丰富有趣的语言材料中去,其目的是吸引更多的学生自觉自愿地从第一道习题做到最后一道习题。另外,这两本书还设置了“数学娱乐”栏目,采用雅俗共赏的形式,力图使读者感到“数学好玩”,消除数学给同学们的“冷面孔”的印象。

特别感谢童纪元、黄洋、李秀琴、吴智敏、王献利、张永飞、张冠洁、贾海燕、李世魁、张春花、郭彩霞等老师对这两本书的编写所提供的支持与帮助。

希望这两本书能真正成为广大青少年的良师益友,并诚恳地希望得到广大读者的批评指正。祝青少年朋友健康成长,快乐学习。

书中部分题目提供视频讲解。请扫描题目对应的二维码,免费下载视频,跟着老师的指导,按步骤解出题目,学会一类题的解题思路。

彭 林

目 录

训练一 数的运算	1
训练二 数字谜	3
训练三 整除问题	8
训练四 余数与同余	10
训练五 平面图形的计算	12
训练六 立体图形的计算	14
训练七 应用题	16
训练八 最值问题	20
训练九 逻辑问题	22
训练十 博弈问题	25
训练十一 统筹规划	27
训练十二 估算	30
训练十三 图解与列表	32
训练十四 倒推与反证	35
训练十五 枚举与分类	38
训练十六 归纳推理	40
训练十七 奇偶分析	43
训练十八 染色与赋值	46
训练十九 加法原理与乘法原理	49
训练二十 容斥原理	51
训练二十一 抽屉原理	53
训练二十二 综合训练一	55
训练二十三 综合训练二	57
训练二十四 综合训练三	61

训练二十五 综合训练四	65
训练二十六 综合训练五	68
训练二十七 综合训练六	71
训练二十八 综合训练七	73
训练二十九 综合训练八	75
训练三十 综合训练九	77
训练三十一 综合训练十	79
训练三十二 综合训练十一	81
训练三十三 综合训练十二	83
训练三十四 综合训练十三	85
训练三十五 综合训练十四	88
训练三十六 综合训练十五	91
参考答案与解析	94

训练一

数的运算

一、填空题

- 计算： $3.48 - 1.79 =$ _____。
- 计算： $2273 - 655 - 348 =$ _____。
- 计算： $599996 + 49997 + 3998 + 407 + 89 =$ _____。
- 计算： $100 + 99 - 98 - 97 + 96 + 95 - 94 - 93 + \dots + 8 + 7 - 6 - 5 + 4 + 3 - 2 - 1 =$ _____。
- 计算： $132476 \times 111 =$ _____。
- 计算： $41.2 \times 8.1 + 11 \times 9.25 + 537 \times 0.19 =$ _____。
- 计算： $(1 + 0.23 + 0.34) \times (0.23 + 0.34 + 0.65) - (1 + 0.23 + 0.34 + 0.65) \times (0.23 + 0.34) =$ _____。
- 计算： $\frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{4} - \frac{1}{5} + \frac{1}{6} - \frac{1}{12} =$ _____。
- 计算： $1 \frac{4}{17} \times (2 \frac{2}{3} - \frac{3}{4}) + 17 \frac{11}{12} \div \frac{17}{21} =$ _____。
- 计算： $(6 \frac{6}{7} - 3 \frac{9}{13}) \div (3 \frac{3}{7} - 2 \frac{2}{11}) \div 2 \frac{7}{13} =$ _____。
- 计算： $0.69 \div (\frac{1}{4} + 0.9) - (\frac{3}{4} \div 0.45 - 1 \frac{2}{5}) =$ _____。
- 计算： $12 + [\frac{2}{5} \times 0.75 + (\frac{1}{2} + \square) \times 3] \div 0.3 = 98$, 方框内应填_____。
- 计算： $\frac{1}{42} + \frac{1}{56} + \frac{1}{72} + \frac{1}{90} + \frac{1}{110} =$ _____。
- 计算： $\frac{1}{10 \times 12} + \frac{1}{12 \times 14} + \frac{1}{14 \times 16} + \frac{1}{16 \times 18} =$ _____。
- 计算： $3 \frac{1}{10} + 3 \frac{11}{100} + 3 \frac{111}{1000} + 3 \frac{1111}{10000} + 3 \frac{11111}{100000} =$ _____。
- 计算： $\frac{1+2+3+4+5+6+7+8+7+6+5+4+3+2+1}{88888888 \times 88888888} =$ _____。
- 计算： $(\frac{1}{30} + \frac{1}{35} + \frac{1}{63}) \times 2 \frac{1}{7} =$ _____。
- 计算： $1996 \times 199419941994 - 1994 \times 199619961996 =$ _____。
- 计算： $(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4}) \times (\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5}) - (1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5}) \times (\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4}) =$ _____。

20. 计算：
$$\frac{1234567890}{(1234567891)^2 - 1234567890 \times 1234567892} = \underline{\hspace{2cm}}$$
。

二、解答题

1. 2, 4, 10, 10 四个数, 用四则运算来组成一个算式, 使结果等于 24。

2. 分数 $\frac{73}{136}$ 的分子和分母都减去某一个数, 新的分数约分后是 $\frac{2}{9}$ 。求减去的数。

3. 1997 减去它的 $\frac{1}{2}$, 再减去剩下的 $\frac{1}{3}$, 再减去剩下的 $\frac{1}{4}$ …… 最后减去剩下的 $\frac{1}{1997}$, 最后剩下的数是多少?

4. 在算式 $\frac{1}{18} + \frac{1}{\bigcirc} + \frac{1}{\square} + \frac{1}{\triangle} = 1$ 中, 符号 $\bigcirc, \square, \triangle$ 代表不同的整数, 求这三个数的和。



训练二

数字谜

一、填空题

1. 在下边的减法算式中,把 2,4,5,6,9 这五个数分别填在 5 个方格中,满足此减法算式的最小差是=_____。

$$\begin{array}{r} \square\square\square \\ - \quad \square\square \\ \hline (\quad) \end{array}$$

2. 将图 2-1 沿线折成一个立方体。相交于一个顶点处的三个面上的数字和的最大值是_____。

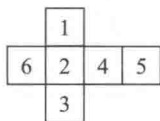


图 2-1

3. 下面乘法算式:

$$\begin{array}{r} 1\ A\ B\ C\ D\ E \\ \times \quad \quad \quad \quad \quad 3 \\ \hline A\ B\ C\ D\ E\ 1 \end{array}$$

则 $ABCDE$ 是_____。

4. 下面的减法算式中,每一个字母代表一个数字,不同的字母代表不同的数字,那么 $D+G=$ _____。

$$\begin{array}{r} A\ B\ C\ B\ D \\ - \quad E\ F\ A\ G \\ \hline F\ F\ F \end{array}$$

5. 在每一个方格中填入一个数字,使等式成立:

$$\frac{1}{\square\square\square\square} + \frac{1}{1988} = \frac{1}{\square\square\square\square}$$

6. 在每个□中填入一个数字,把下列除法算式正确地补充完整。

$$\begin{array}{r}
 \square 8 \square 7 \\
 \square \square \overline{) \square \square \square \square \square \square} \\
 \square \square \square \\
 \hline
 \square \square \\
 \square \square \\
 \hline
 \square \square \\
 \square \square \\
 \hline
 0
 \end{array}$$

7. 要使下式成立且数字关于等号左右对称,□应填_____。

$$12 \times 23 \square = \square 32 \times 21$$

8. 在被除数小于 100 的条件下,为使下列算式成立,在下式□内填入适当的数:

$$\square \div \begin{cases} \square = 3 \cdots 3 \\ \square = 4 \cdots 4 \\ \square = 5 \cdots 5 \end{cases}$$

9. 将 1~9 分别填入下列的九个□内,使算式的值取得最大,□□□×□□□×□□□,此最大值是_____。

10. 下面用火柴棍摆成的算式有错误:



只许移动一根火柴,得到的正确算式是_____。

11. 将 1,2,3,4,⋯,9 这 9 个数分别填入正方形的 9 个方格中,如图 2-2 使得每个横行、竖行、对角线上排列的三个数的和是 15,共有_____种填法。

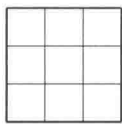


图 2-2

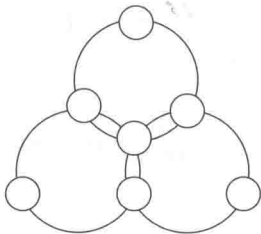


图 2-3

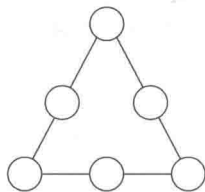


图 2-4

13. 把 1,2,3,4,5,6 这六个数分别填入图 2-4 中的○内,使得三角形每边上的三个数的和都相等,共有_____种填法。

20. 在自然数 1~12 中,有一些已经填入图 2-9 中的○内,请将其余的数分别填入空白○内,使得图中每个三角形(共四个)周边上的数字之和都相等。

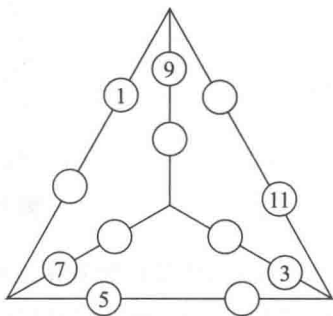


图 2-9

二、解答题

1. 能否在 8 行 8 列的方格表(如图 2-10)的每个空格中分别填上 1,2,3 这三个数中的任一个,使得每行、每列及对角线 BD 、 AC 上的各个数字的和互不相同? 并对你的结论加以说明。

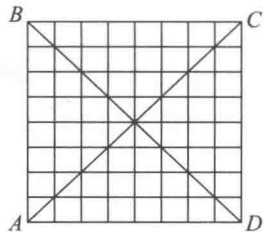


图 2-10

2. 在 1~13 这十三个数中选十二个填在图 2-11 的空格内,使每行四数之和相等,每竖列三数之和相等,应怎样填? 共有多少种填法?

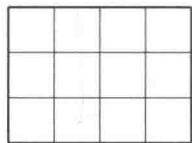


图 2-11

3. 图 2-12 中有大、中、小三个正方形,组成了八个三角形。现在把 1,2,3,4 分别填在大正方形的四个顶点上,再把 1,2,3,4 分别填在中正方形的四个顶点上,最后把 1,2,3,4 分别填在小正方形的四个顶点上。

(1) 能不能使八个三角形顶点上的数字之和都相等? 如果能,请画草图填出;如不能,请说明理由。

(2) 能不能使八个三角形顶点上数字之和各不相同? 如果能,请画草图填出;如不能,请说明理由。

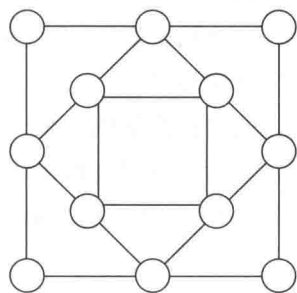


图 2-12

训练三

整除问题

一、填空题

1. 能同时被 2, 5, 7 整除的最大五位数是_____。
2. 已知一个五位数 $\square 691\square$ 能被 55 整除, 所有符合题意的五位数是_____。
3. 有三个连续的两位数, 它们的和也是两位数, 并且是 11 的倍数, 这三个数是_____。
4. 有这样的两位数, 它的两个数字之和能被 4 整除, 而且比这个两位数大 1 的数, 它的两个数字之和也能被 4 整除, 所有这样的两位数的和是_____。
5. 1972, 1982, 1992 这三个数, 分别减去同一个四位数时, 得到的差是三个质数。这个四位数是_____。
6. 四个小于 10 的自然数, 它们的积是 360。已知这四个数中只有一个是合数。这四个数是_____。
7. 四位数 $8\square 98$ 能同时被 17 和 19 整除, 那么这个四位数所有质因数的和是_____。
8. 一个两位数, 十位数字减个位数字的差是 28 的约数, 十位数字与个位数字的积是 24。这个两位数是_____。
9. 两个自然数的和是 50, 它们的最大公约数是 5, 则这两个数的差是_____。
10. 一个两位数, 用它除 58 余 2, 除 73 余 3, 除 85 余 1, 这个两位数是_____。
11. 一个小于 200 的自然数, 它的每位数字都是奇数, 并且它是两个两位数的乘积, 那么这个自然数是_____。
12. 任取一个四位数乘 3456, 用 A 表示其积的各位数字之和, 用 B 表示 A 的各位数字之和, C 表示 B 的各位数字之和, 那么 C 是_____。
13. 从 7 开始, 把 7 的倍数依次写下去, 一直写到 994: 71421...987994。这个数是_____位数。
14. 有 0, 1, 4, 7, 9 五个数字, 从中选出四个数字组成不同的四位数, 如果把其中能被 3 整除的四位数从小到大排列起来, 第五个数的末位数字是_____。
15. 有 10 个数: 21, 22, 34, 39, 44, 45, 65, 76, 133 和 153。把它们编成两组, 每组 5 个数, 要求第一组 5 个数的乘积等于第二组 5 个数的乘积。第一组数是_____; 第二组数是_____。
16. 九个连续的自然数, 它们都大于 80, 那么其中质数至多有_____个。
17. 210 与 330 的最小公倍数是最大公约数的_____倍。
18. 已知甲、乙两个数的比是 5:3, 并且它们最大公约数与最小公倍数的和是 1040, 那么甲数是_____, 乙数是_____。
19. 甲、乙两数的最小公倍数除以它们的最大公约数, 商是 12。如果甲、乙两数的差是 18, 则甲数是_____, 乙数是_____。

20. 已知 a 与 b 的最大公约数是 12, a 与 c 的最小公倍数是 300, b 与 c 的最小公倍数也是 300, 那么满足上述条件的自然数 a, b, c 共_____组。

(例如: $a=12, b=300, c=300$; 与 $a=300, b=12, c=300$ 是不同的两个自然数组)。

二、解答题

1. 两个自然数的各位数字中都只用到了 1, 4, 6, 9 这四种数码, 是否有可能其中的一个自然数恰好是另一个自然数的 17 倍?
2. 将自然数 N 接写在每一个自然数的右面, 如果得到的新数都能被 N 整除, 那么称 N 为“魔术数”, 在小于 130 的自然数中, “魔术数”的个数是多少?



阿凡提分饭钱

这天, 阿凡提骑着他那可爱的小毛驴从外面回来, 远远地就看见家门口站着一高一矮两个人。

“阿凡提回来了!”高个子和矮个子都迫不及待地迎上去, 请阿凡提为他们算算五个铜币该怎么分。阿凡提笑着说:“啊, 两位先生, 我还不知道是怎么回事, 怎么为你们算呢?”这两人说了好一阵子, 阿凡提才把事情弄清楚了。

原来这两人今天合伙做饭吃, 高个子拿出了 200 克大米, 矮个子拿出了 300 克大米。饭做好后, 两人正准备吃, 忽然来了一个过路人, 这个过路人请求跟他们一起吃饭, 结果三人一起把饭吃完。过路人临走时, 向高个子和矮个子道谢, 还留下了 5 个铜币作饭钱。可是这 5 个铜币两人应该怎么分呢?

矮个子说, 他出了 300 克大米, 就拿 3 个铜币, 高个子出了 200 克大米, 就拿 2 个铜币。可高个子说, 这 5 个铜币是过路人给他俩的, 应该平分, 每人拿两个半铜币。两个人争执不下, 都不知怎样算才公平。

阿凡提告诉高个子和矮个子说:“好办。依我看, 应当这样分: 高个子得 1 个铜币, 矮个子得 4 个铜币。”两人听了非常吃惊, 后来在阿凡提讲了这样分法的道理后, 他们都很信服, 高高兴兴地走了。

小朋友们, 你们知道阿凡提为什么要这样分吗? 原来道理是这样的:

因为 5 个铜币是一个人的饭钱, 吃饭的是三个人, 所以三个人的饭钱应为 15 个铜币。这顿饭共用 500 克大米, 那么 100 克大米的价钱应为 3 个铜币。高个子出了 200 克大米, 按钱算是 6 个铜币, 他吃了一顿饭, 应扣饭钱 5 个铜币, 所以他只应得 1 个铜币。矮个子出了 300 克大米, 按钱算是 9 个铜币, 他也是一起吃饭的, 也应扣饭钱 5 个铜币, 所以他应得 4 个铜币。

训练四

余数与同余

一、填空题

- 有一个整数,用它除 70, 98, 143 得到的三个余数之和是 29, 则这个数是_____。
- 满足用 3 除余 1, 用 5 除余 2, 用 7 除余 3 这个条件的最小自然数是_____。
- 一个自然数既能被 3 整除, 又能被 5 整除, 同时它被 7 除的余数是 4。这样的自然数中最小的数是_____。
- 小张在计算有余数的除法时, 把被除数 113 错写成 131, 结果商比原来多了 3, 但余数恰巧相同。那么该题的余数是_____。
- 将自然数 1~40 从左至右依次排成一个 71 位数, 则这个数除以 11 的余数是_____。
- 1949^{1993} 被 7 除的余数是_____。
- 数 $1111+2\times 1111+3\times 1111+\dots+1111\times 1111$ 被 7 除, 所得的余数是_____。
- 用 1~9 九个数码连续不断地排列成一个 100 位数 1234567891234567891... 这个 100 位数除以 9 的余数是_____。
- 数 $\underbrace{437\times 437\times \dots\times 437}_{1992\text{个}437}-40$ 除以 23 的余数是_____。
- $3333^{5555}+5555^{3333}$ 被 7 除余_____。
- 已知 69, 90, 125 被 n 除的余数相同, 则 81 被 n 除的余数是_____。
- 已知 $n=1992^{2000}+1993^{2001}$, 如果今天是星期六, n 天后是星期_____。
- a_n 表示 7^n 的末两位数, 则 $a_1+a_2+a_3+\dots+a_{1993}$ 是_____。
- 一串数排成一行, 头两个数都是 1, 从第三个数开始, 每个数都是前两个数的和, 即 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, ... 这串数的前 1991 个数中, 除以 6 余 0 的数共有_____个。
- 如图 4-1, 一枚棋子放在七角盘标有“0”的位置。现依逆时针方向按照下述规则移动这颗棋子: 第一次移动一步, 第二次移动两步, 第三次移动三步……如此移动下去, 那么移动到第 100 次, 这枚棋子停在_____。

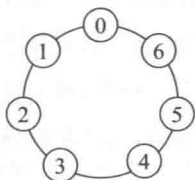


图 4-1