

一个孩子脑海中最初的数学规则、逻辑和思维方式，都是来自爸爸

爸爸教的数学

孙路弘◎著



Math

Learned

FROM

Dad

爸爸教的数学

Math Learned
From Dad

孙路弘——著



浙江人民出版社
ZHEJIANG PEOPLE'S PUBLISHING HOUSE

图书在版编目 (CIP) 数据

爸爸教的数学 / 孙路弘著 . — 杭州 : 浙江人民出版社, 2017.6

ISBN 978-7-213-08030-2

I. ①爸… II. ①孙… III. ①数学课—学前教育—教学参考资料

IV. ①G613.4

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2017) 第 091755 号

上架指导 : 科学教养

版权所有, 侵权必究

本书法律顾问 北京市盈科律师事务所 崔爽律师
张雅琴律师

爸爸教的数学

孙路弘 著

出版发行: 浙江人民出版社 (杭州体育场路 347 号 邮编 310006)

市场部电话: (0571) 85061682 85176516

集团网址: 浙江出版联合集团 <http://www.zjcb.com>

责任编辑: 朱丽芳 陈 源

责任校对: 张谷年

印 刷: 北京中印联印务有限公司

开 本: 720 mm × 965 mm 1/16

印 张: 12.75

字 数: 131 千字

插 页: 3

版 次: 2017 年 6 月第 1 版

印 次: 2017 年 7 月第 3 次印刷

书 号: ISBN 978-7-213-08030-2

定 价: 42.90 元

如发现印装质量问题, 影响阅读, 请与市场部联系调换。

此为试读, 需要完整PDF请访问: www.ertongbook.com



总序

三个桥段：从妈妈的启蒙到爸爸的引导

桥段，就是电影中从一个情节跳到另外一个情节的过渡事件。有些电影的桥段意义深远，有些则驴唇不对马嘴。如今摆在你面前的这两本书，从2016年出版的《妈妈教的数学》，到2017年出版的《爸爸教的数学》，如何衔接？你要先过三个桥段。

桥段一：手指乘8的窍门

在《妈妈教的数学》一书中，妈妈为了缓解我对乘法的恐惧，用数手指的方式，让数学变得趣味横生，从而开启了我对数学的兴趣，让我一路走到今天。

当我记不住乘9的口诀时，妈妈教给我的是这样的手势，如图0-1所示。

左边：三根指头

右边：六根指头

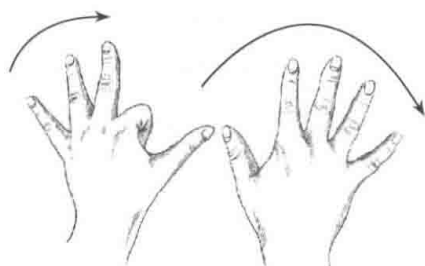


图 0-1

伸出两只手,要做 4×9 。从左手开始数 4 下,数到的这根指头弯下去。这时,左边是 3 根指头,右边是 6 根指头,就是 36。也就是 $4 \times 9 = 36$ 。

你可以自己试一试,就知道窍门了。只要乘 9,就可以这么做。

这就是上桥,你已经从桥的一边出发了。然后你开始问,乘 8 有没有这样简便的手指方式呢?《妈妈教的数学》里也给大家呈现了乘 8 的法子,不过,爸爸教的法子才真正让我彻底想透了 this 手指魔术的奥秘。

让我们重新把乘 9 的这个手指魔术想透彻。

数到第 4 根指头,弯下去后,左边是 3 根指头,代表了 30,也就是 3 个 10。右边是 6 根指头,代表了个位数的 6,也就是: $3 \times 10 + 6 = 36$ 。

我们用的是 10 根指头,对吧?当然了。你现在是不是想学会乘 8 的方法?那就要用 9 根指头,如图 0-2 所示。要做 4×8 ,同样需要从左边小手指开始数到 4,然后弯下去,左边剩下 3 根指头,右边剩下 5 根指头。不要忘记,要用 9 根指头,你现在做的是乘 8 的法子。



图 0-2

那么，左边的 3 是不是不代表 10，而应该代表 9 呢？对了。于是，就得出了 $3 \times 9 + 5 = 32$ 。再想一想，乘法口诀里， 4×8 是不是 32 呢？

啊哈！开窍了吗？

妈妈开启了我数学的兴趣之门，爸爸带我走上了规律之路。那么现在我该问你了， 4×7 呢？你要回答的问题有：

1. 应该用多少根指头开始玩？
2. 弯下去的指头左边代表什么？
3. 弯下去的指头右边代表什么？

你从桥的这边迈步上桥，那就是《妈妈教的数学》，然后，下桥的时候居然发现，你开启了一条新的路，这条路的名字叫《爸爸教的数学》。

桥段二：从格子乘法到竖式除法

妈妈在生活中带我玩尽数学，而爸爸总是顺应我，给我指出规律的道路。当我怎么都学不会学校老师教的除法时，又是爸爸带我走出了除法的新天地。

学校老师教了一位数除法，我老是做错，真没劲。当初学乘法时妈妈教的

格子乘法，让我走出了沮丧，我让妈妈教我格子除法。妈妈看着我的作业，那些除法错误百出，但她的脸色没有越来越严肃，反倒渐渐露出了笑容，并叫爸爸过来看我的作业。爸爸平时很少看我作业的，这一看，也笑了，问我是不是老师教的。我的卷子上是这么写的，请看图 0-3。

$$\begin{array}{r} 27 \div 8 = 3 \\ \hline 27 \\ \div 8 \\ \hline 3 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 49 \div 7 = 7 \\ \hline 49 \\ \div 7 \\ \hline 7 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 64 \div 4 = 16 \\ \hline 64 \\ \div 4 \\ \hline 16 \end{array}$$

图 0-3

我说老师画叉子了，老师教的那个除法我不记得了。

于是，关键的思维历程从这里开始。爸爸问我，这个除法是怎么想的呢？于是，我给爸爸写了几个算式，请看图 0-4。

$$\begin{array}{r} 27 \\ + 8 \\ \hline 35 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 27 \\ - 8 \\ \hline 7 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 27 \\ \times 8 \\ \hline 216 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 27 \\ \div 8 \\ \hline 3 \end{array}$$

图 0-4

爸爸说，哦，你要是这么想的，那 64 除 4，你是怎么写出 16 的呢？我说，64 的最后一位是 4，只有 6 才能够乘 4 后个位是 4 啊。我试过，不能是 1、2、3、4、5、7、8、9，只有 6 可以。然后，爸爸画下了下面这个算式，并讲了想法。如图 0-5 所示。

$$\begin{array}{r}
 27 \\
 \div 8 \\
 \hline
 3 \quad \text{---} \quad 24 \\
 | \quad \quad 3 \\
 3 \quad \quad 3 = 3\frac{3}{8}
 \end{array}$$

图 0-5

爸爸说，你猜了3，那就看看27里有没有3个8，结果呢，3个8是24，那么，27里还剩下3，就把24写上，把3也写上，然后除法的结果就出来了，是 $3\frac{3}{8}$ 。

于是，爸爸又给了我一个新的除法，如图0-6所示。

$$\begin{array}{r}
 99 \\
 \div 8 \\
 \hline
 10 \quad \text{---} \quad 80 \\
 \quad \quad 19 \\
 \quad \quad \underline{2} \\
 \quad \quad 12 \quad \quad 3 = 12\frac{3}{8}
 \end{array}$$

图 0-6

- 第一步，你猜99里有多少个8，猜有10个，写上10；
- 第二步，那就是有8个10，就是80；
- 第三步，从99里扣除80，剩余19；
- 第四步，19里还有8，猜有2个；

- 第五步，那就是 16，从 19 里扣除 16；
- 第六步，还有 3，3 里没有足够的 8 了；
- 第七步，结果出来，12 个 8，余 3。

果然，除法我从此就会了。这就是一个猜的过程，多猜几次，然后用乘法的结果来扣除，剩下的写在旁边就可以了。

你学过这样写的除法算式吗？你还记得上小学学习除法时，是多么不理解老师给的计算方式吗？

爸爸理解了我，他理解我写除法算式的时候，是顺应了加法、减法、乘法算式的样子的，那是我脑海中挥之不去的熟悉的、习惯的、固化已久的样子。实际上，这样写除法算式的思考过程与学校老师教的思考过程是一样的，都是先猜，然后减，剩下余数，然后继续猜。爸爸顺着我的思路讲了出来，并将思路的痕迹变成了图形的样子，而且图中的每一个环节，我都知道原因，猜测、扣除、剩余……

妈妈给了我一个格子乘法，爸爸给了我一个竖式除法，都是别出心裁、前无古人的样子。这一回，老师彻底没话说了，他发现我写的样子与他教的不同，可是却总能做对。

要不你试一试，三位数除两位数，看看能不能做对。不过，也许你陷入传统套路的时间已经太久了，难以转化自己的思路，看不出两种形式的除法，但其实它俩在本质上完全一样。而对孩子来说，不一样的是理解的过程，好不容易习惯了竖式的加、减、乘，结果到除法的时候却弄了一个全新的样子，真不

舒服。

这一回，可看出我爸爸的厉害了，他是顺应了我的模式，并把除法的猜测思路扣在我的模式上讲了出来，也让我自然就接受了。

妈妈给了我数学的兴趣，爸爸顺应了我对规律的认识。

桥段三：鞋带编织的梦

这第三个桥段，我要讲一段童年趣事。我从河南五七干校回到北京后，妈妈给我买了一双球鞋，是那个年代流行的军绿色球鞋。我非常喜欢，结果惹得爸爸妈妈有了争执。起因在我，就是我这双球鞋。

我把鞋带抽了出来，结果没办法自己穿回去了。妈妈帮助我穿好了鞋带，我又给拽出来了。妈妈问我还出去不出去了，爸爸说，别管他了。他们俩不太高兴地出去了，我一个人留在家里，鼓捣我这双新球鞋。他们是下午一点多出门的，走的时候把我一个人锁在了家里，天都要黑了，他们才回来，却看见我仍然在鼓捣我的球鞋。我陷入了鞋带的困惑。

你说我应该如何穿这个鞋带呢？如图 0-7 所示，是鞋带最初的样子，我就是怕自己忘了最初的样子，所以保留了一只鞋，没有把鞋带抽出来。我自己弄了一个穿法，就是图 0-8 的样子。爸爸说，不结实。我自己试了一下，穿到脚上，脚面感觉松，确实不结实。于是，我进行了改进，就有了第三种鞋带的穿法。如图 0-9 所示。

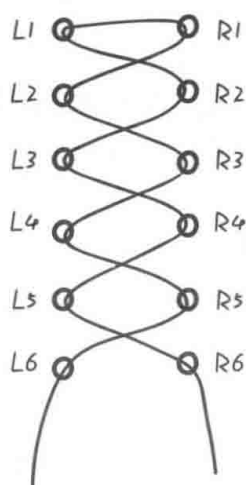


图 0-7

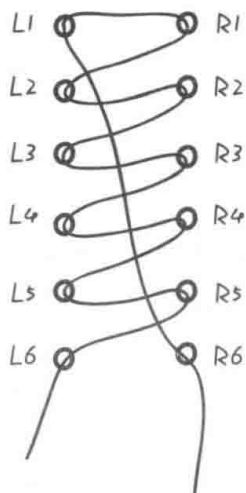


图 0-8

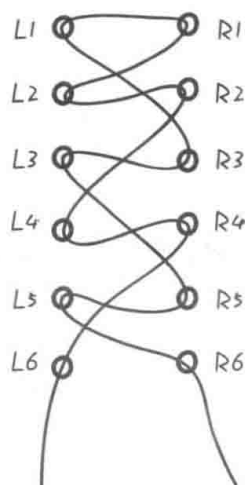


图 0-9

妈妈认为我手里捧着个鞋，鞋带穿来穿去的，不好看，也不卫生。爸爸认为，既然我要在那里穿鞋带，就穿吧，既没有闹着大人，也没有什么危险动作。爸爸还补充了一个理由：何况这孩子一直分不清左右，正好多玩会儿，也许就记住了，不再把左右搞混了。

父母二人对我的态度和做法立刻就区分出来了。基于爸爸的鼓励，我又琢磨了两种鞋带的穿法，见图 0-10、0-11。然后我就发现，图 0-11 的穿法，鞋带不够长，而图 0-10 的穿法，用来系扣的鞋带就比较长。爸爸提到了结实的特点，我也反复比较，发现图 0-7 那种穿法是最结实的，但是图 0-8 的穿法，在脱鞋的时候最容易脱，因为最前面一层带子一下子就能够松开，而图 0-7 的穿法，就很难松到前面几层，每次都要一层一层地回抽鞋带才能松开，不方便。当然，最费鞋带、也最不方便的是图 0-11 的穿法，不过这个穿法，鞋面会鼓起来，很好玩的样子。

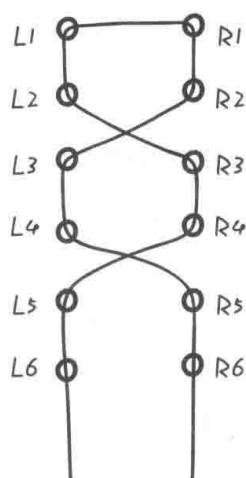
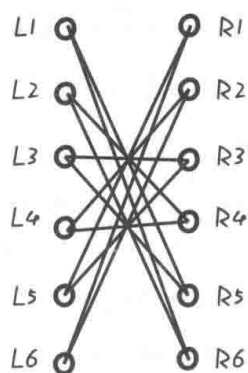


图 0-10



注: L1-R6-L2-R4-L3-R2-
R2-L6-R1-L5-R3-
L3-R5-L1

图 0-11

就穿这么一根鞋带，我就走火入魔似的，自己找出来 20 种穿法，有的对称，有的不对称，穿来穿去的过程中，我觉得穿孔之间的距离会影响鞋带的长度，上面的孔直接穿到下面的孔，容易松开，不容易系紧。那一个下午，我琢磨了鞋带的长度、松紧的规律、不同的编织组合方式、穿鞋后的结实感觉等，这些都是一个人大脑开动的过程。今天的我，发自内心地感谢爸爸，是爸爸允许我自由驰骋在自己脑海中的疆土上，纵容我随意腾飞在自己的思维里。

《爸爸教的数学》，真不是学霸一样的爸爸给孩子讲数学，而是放开孩子思维的约束，陪伴孩子探索，并提供给孩子需要的帮助，而不是讲题、解题、讲知识。爸爸不是学校的老师，爸爸也不会把家里变成课堂。爸爸教的是思考的方法、思想意识、思维的形成。不必靠解题，靠的是对生活中任何能引发好奇的现象进行思考。

《妈妈教的数学》，是妈妈结合家中日常琐事中的数学原理来激发我数学兴

趣的故事。妈妈，让我不再惧怕数学，对数学更有兴趣；爸爸，让我找到了深思数学的方法，让我知道从画图、列表和不断的猜测中，也可以学到数学。爸爸鼓励我摆弄鞋带，那是现实主义的风格。既然孩子有兴趣，就不用考虑是否雅观。再说，穿个鞋带，总比摆弄电线强吧？

这本书里，都是爸爸的影子，他没有跳出来讲什么大道理，都是面对生活中各种问题时的具体做法，从做法开始，着手培养我实用、实效、实在的能力。

这就是我的鞋带，我的鞋带中有几何学，有力学，有计算公式，有数学思维，有我一生的精神源泉。不过是一根鞋带，穿来穿去，就编织出了我人生的梦想。

这三个桥段你过来了，就见到了这本《爸爸教的数学》。这两本书好似打通了我大脑的“任督二脉”，让我头脑通畅。自由的数学天地间，连乘除法和系鞋带都是这么与众不同。我是爸爸妈妈的结晶，我的智慧是他们合力的结果，我的数学能力是他们协同努力的创造，我的智力是他们布下的方阵……

开启这本《爸爸教的数学》，循着规律的脉络，寻找智慧的索引，带上思想出发吧……



孩子是否要上奥数班？
男孩女孩的数学学习有何不同？
扫码下载“湛庐阅读”APP，
“扫一扫”本书封底条形码，
看孙路弘老师亲自为您解答。

读书 指南针

感谢您购买这本书。我是孙路弘，脑力工程师，正式阅读前，请让我先啰唆几句。

第一句：书中的日记。那是我童年的记载，源自我的小日记本，其中保留了当时不会写的字和用过的拼音。日记中的片段勾起了我对过去的回忆，这些回忆让我更加理解孩子与成人在视野和思维方式上的差异。看日记，权当是理解一个孩子的童心。如果你的孩子也是小学三四年级，不妨让他们看看日记部分，他们也会学着开始写日记的。我的有些日记是在每一个回合的开篇，也有一部分穿插在行文中，不妨将它们当作时光穿梭机，让你在我的童年与我的现今之间游离一会儿吧。

第二句：测试题。每个回合结尾还有测试题。测试题就是对读者的理解能力进行评估。一个回合阅读结束，内容都理解了吗，是否存在不理解的地方？这一章节的核心本质到底是什么，爸爸妈妈们能够完全领会吗？做一下测试题，就能帮您梳理一个回合的梗概与要点。

第三句：二维码。二维码，不是文字，虽读不懂，里面却藏了太多的东西。不过，您手里的智能手机能够解码。用微信的“扫一扫”，镜头对准二维码，就能看到了。其中有我的讲解，是我本人亲自出马哟！尤其是通过阅读文字不太容易理解的地方，可以扫一下旁边的二维码，就把我召唤出来了。本书最后还有一个二维码，就是十道测试题的汇总，您可以在线上实时做题，测试

自己的理解，马上得到答案解析。

好了，我啰唆得够多的了。阅读一本书，就是开启一段文字的旅程，旅途中有我伴随。欢迎您随时用二维码把我召唤出来，给您说上一段。现在，开始你安静的阅读旅程吧……



目录

引言

父亲影响我一生的思考习惯

/ 001



音符里藏着数学规律

/ 003

每个有规律的音符弹出来都是动听的和弦，在不同的数字组合间来回跳跃，旋律就不断地变换和流淌。体会到这些，才真正体会到艺术的表现力，数学的美。数学思维需要准确、灵活和严谨，这三个思维层面的耕耘，都来自爸爸。



数字间的故事

/ 019

儿童认知心理学揭示，10岁左右，孩子开始对一些神秘的事物产生好奇，尤其是有规律的、能够猜测到的，比如数字的变化。数学思维

也是对数字的不断加工，加工的过程中，很多数字中的规律、窍门，以及数字之间的关系，就都渐渐熟悉了。



钥匙去哪儿了

/ 033

9岁以后，孩子开始从触觉学习转向视觉学习，开始通过文字的形式来探索外界。因此，学习的形式也要开始变化，不是先行动，而是先充分思考，把要采取的行动写下来，或者把采取过的行动写下来。



数学思维开窍的过程

/ 047

数学思维的酝酿过程有三个核心特点：一是要慢，二是要借助图形，三是要持续想。着迷是开窍的前奏，着迷现象背后的大脑原理是吸引力、好奇和尝试。这三条，可以让孩子在相当长的时间里不厌其烦地从事那件事情。



画图是重要的解题方法

/ 063

遇到难题不要慌，试着画出来，要用纸、笔，要沉思。图形能让人一目了然，题目中蕴含的逻辑制约关系，在图上也很容易看出来。画图是解题的关键环节，很多时候，图画出来了，解也就出来了。