

大学物理

(下)

施建青 主编

施建青 编著

徐志君

林国成

徐东辉

张存元

WULI

浙江
科学技术
出版社

大学物理 (下)

施建青 主编

施建青 徐志君 林国成 徐东辉 张存元 编著

浙江科学技术出版社

内 容 提 要

物理学是自然科学中最具活力的带头学科,它是人类认识自然、改造自然和创造财富所不可缺少的理论工具及手段,在学生素质教学中有着极其重要的地位和作用。

本书的内容结合了新世纪物理教学改革的要求和学生的实际情况及接受能力,突出了《高等工科大学物理教学的基本要求》所要求的内容和现代科学与技术物理学中的应用,注重与高中物理的衔接和与后续课程的分工、覆盖,将大学物理的内容现代化贯穿在整个课程的教学。本书的主要内容有:实物的运动规律、电磁学、振动与波及波动光学、量子物理基础、统计物理学热力学基础、现代物理与工程技术专题。

图书在版编目(CIP)数据

大学物理.下册 / 施建青主编; 施建青等编著. —杭州: 浙江科学技术出版社, 2002.9
ISBN 7-5341-1704-6

I. 大... II. ①施... ②施... III. 物理学—高等学校—教材 IV. 04

中国版本图书馆CIP数据核字(2002)第070599号

书 名	大学物理(下)
主 编	施建青
编 著	施建青 徐志君 林国成 徐东辉 张存元
出版发行	浙江科学技术出版社
印 刷	杭州出版学校印刷厂
制 作	浙江科学技术出版社计算机图书工作室
编 辑 部	0571-88994126
发 行 部	0571-88994123
电子信箱	hzzjkj@mail.hz.zj.cn
开 本	787×1092 1/16
印 张	18
字 数	446 000
版 次	2002年8月第1版
印 次	2002年8月第1次印刷
书 号	ISBN 7-5341-1704-6/0·45
定 价	28.00元
责任编辑	熊盛新
封面设计	孙 菁

目 录

第三编 振动与波及波动光学

第六章 振动与波	2
6.1 简谐振动	2
6.1.1 简谐振动的运动方程	2
6.1.2 简谐振动的特征量	5
6.1.3 简谐振动的实例	9
6.1.4 简谐振动的旋转矢量法	13
6.1.5 简谐振动的能量	15
6.2 简谐振动的叠加	17
6.2.1 同一直线上同频率的简谐振动的合成	17
6.2.2 同一直线上不同频率的简谐振动的合成	20
6.2.3 相互垂直的简谐振动的合成	21
6.2.4 振动的分解	25
6.3 阻尼振动	26
6.3.1 阻尼振动	26
6.3.2 受迫振动 共振	28
6.4 波动的基本概念	31
6.4.1 机械波的产生	31
6.4.2 横波和纵波	32
6.4.3 波线和波面	33
6.4.4 波的特征量	33
6.4.5 波形曲线	36
6.4.6 波动所遵从的基本原理	37
6.5 简谐波	39
6.5.1 波动方程的积分形式(波函数)	39
6.5.2 波函数的物理意义	41
6.5.3 波动方程的微分形式	43
6.6 波的能量	44
6.6.1 波的能量和强度	44
6.6.2 声 波	48
6.7 波的干涉	51
6.7.1 波的干涉	51
6.7.2 驻 波	55

6.8 电磁波	61
6.8.1 电磁波的产生和传播	61
6.8.2 电磁波的性质	64
6.8.3 电磁波谱	65
6.9 多普勒效应	67
6.9.1 机械波的多普勒效应	67
6.9.2 电磁波的多普勒效应	70
本章提要	72
习 题	74
第七章 波动光学	81
7.1 光的干涉	81
7.1.1 光的相干性	81
7.1.2 分波面干涉	84
7.1.3 分振幅干涉	87
7.2 光的衍射	92
7.2.1 光的衍射现象	92
7.2.2 惠更斯-菲涅耳原理	93
7.2.3 单缝夫琅和费衍射	94
7.2.4 光栅衍射	99
7.2.5 圆孔衍射、光学仪器的分辨本领	102
7.2.6 X射线的衍射	105
7.3 光的偏振	106
7.3.1 自然光和偏振光	106
7.3.2 偏振光的起偏和检偏	108
7.3.3 反射光和折射光的偏振	109
7.3.4 光的双折射	111
7.3.5 旋光现象	112
本章提要	114
习 题	115
第四编 量子物理基础	
第八章 量子物理基础	121
8.1 黑体辐射与普朗克量子假设	121
8.1.1 热辐射 黑体辐射的规律	121
8.1.2 经典理论的困难与普朗克量子假设	123
8.2 光电效应与爱因斯坦光子假说	124
8.2.1 光电效应的实验规律与经典电磁理论的困难	125
8.2.2 光子假说与爱因斯坦光电效应方程	126
8.2.3 光的波粒二象性	127
8.3 康普顿效应	128

8.3.1 康普顿效应的实验规律	128
8.3.2 对康普顿效应的量子解释	129
8.3.3 单位和常数	130
8.4 氢原子光谱与玻尔理论	132
8.4.1 氢原子光谱与巴耳末公式	132
8.4.2 卢瑟福原子核式模型与经典理论的困难	133
8.4.3 玻尔理论的基本假设	134
8.4.4 氢原子能级与光谱	135
8.4.5 玻尔理论的成功与局限	137
8.5 物质波假说及其实验验证	139
8.5.1 德布罗意的物质波假说	140
8.5.2 德布罗意波的实验验证	141
8.6 波函数及其统计诠释	143
8.6.1 波函数	144
8.6.2 波函数的统计诠释	144
8.7 不确定性关系	145
8.7.1 海森堡不确定性关系	146
8.7.2 不确定性关系应用举例	147
8.8 微观粒子的波动方程	149
8.8.1 物理上对波函数的要求	149
8.8.2 薛定谔(Schrödinger)方程	150
8.9 一维势阱	152
8.9.1 一维无限深势阱中的粒子	152
8.9.2 隧道效应	153
8.10 氢原子的四个量子数	154
8.10.1 四个量子数	154
8.10.2 斯特恩—盖拉赫实验	157
8.10.3 原子中电子的分布	157
本章提要	159
习 题	160

第五编 统计物理学和热力学基础

第九章 统计物理学基础	163
9.1 理想气体	163
9.1.1 热力学平衡态	163
9.1.2 理想气体状态方程	164
9.1.3 理想气体分子模型和统计假设	164
9.1.4 理想气体的压强公式及统计解释	167
9.1.5 温度的统计解释	169
9.1.6 能均分定理与理想气体的内能	170

9.2 统计分布	173
9.2.1 统计规律与分布函数的概念	173
9.2.2 麦克斯韦速率分布定律	174
9.2.3 玻耳兹曼分布定律	181
9.3 气体分子的平均自由程	183
9.4 实际气体与范德瓦尔斯方程	185
本章提要	187
习 题	188
第十章 热力学基础	192
10.1 热力学第零定律	192
10.1.1 热接触与热平衡	192
10.1.2 热力学第零定律	192
10.1.3 温度计和温标	193
10.2 热力学第一定律	195
10.2.1 热力学系统与热力学过程	195
10.2.2 热力学第一定律	197
10.2.3 热容量	199
10.2.4 热力学第一定律对理想气体的应用	203
10.3 热力学第二定律	210
10.3.1 循环过程	211
10.3.2 热力学第二定律	217
10.3.3 热力学过程的方向性	220
10.3.4 卡诺定理	222
10.3.5 熵	223
10.4 热力学第三定律	230
本章提要	232
习 题	234

第六编 现代物理与工程技术专题

第十一章 现代物理与工程技术专题	239
11.1 超导电性	239
11.1.1 超导电现象(零电阻现象)	239
11.1.2 超导体的临界参数	240
11.1.3 超导体的电场和磁场	241
11.1.4 超导电性的理论解释初步	244
11.1.5 二类超导体	244
11.1.6 约瑟夫逊效应	246
11.1.7 高温超导体及其实验和理论研究	248
11.1.8 超导磁体及其应用	250
11.2 现代光学导论	253

11.2.1	激光全息	253
11.2.2	傅里叶光学, 光学信息处理	256
11.3	光纤通信	258
11.3.1	光纤通信及其发展	258
11.3.2	光纤通信系统	259
11.3.3	多模光纤和单模光纤	260
11.3.4	光纤制造工艺简介	261
11.4	耗散结构	262
11.4.1	自组织现象	262
11.4.2	开系的熵变和非平衡态	266
11.4.3	耗散结构的形成和应用	268
附录 A	国际单位制	272
附录 B	基本物理常数	276

第三编 振动与波及波动光学

振动 (vibration) 是自然界及人类生产实践中经常发生的一种普遍的运动形式。物体在平衡位置附近作具有时间周期性的往复运动, 称为机械振动 (mechanical vibration)。例如, 树枝的晃动、水面的起伏、钟摆的摆动、气缸中活塞的运动、一切发声物体的运动、机器运转时各部分的微小颤动等都是机械振动。振动现象是非常普遍的, 并不局限于机械振动, 从广义地讲, 任何一个描述物体运动状态的物理量 (如温度、电流、电压、电量、电场强度、磁感应强度、位置矢量等) 在某一个定值附近作反复的变化, 都可称为该物理量在振动。例如, 电磁场的变化、分子的热运动、晶体中原子的运动、化学反应时物质浓度等在某一个值附近作来回重复的变化等都是振动。从最宏大的范围看, 一些宇宙学家认为, 整个宇宙可能在作两次振动的间隔为数百亿年的振动。在许多情况下, 振动常常是有害的, 如降低机床加工精度、影响机械设备的寿命, 甚至引起重大破坏事故等。但是, 振动也有其有利的一面, 如选矿筛等都是利用振动原理设计的。为了利用振动的有利因素, 避免其有害因素, 所以必须要研究振动遵从的基本规律。

振动在空间的传播就是波 (wave)。在弹性介质中发生的波动, 是依靠弹性介质质点的机械振动而产生和传播的, 因而称为机械波 (mechanical wave), 或弹性波 (elastic wave)。水波、声波、地震波都属于机械波。但是, 并非所有的波都依靠介质传播, 光波、无线电波可以在真空中传播, 它们是另一类波, 称为电磁波 (electromagnetic wave)。微观粒子也具有波动性, 这种波称为实物波或德布罗意波。虽然各类波的波源不同, 与物质相互作用的规律也不一样, 但是, 它们都具有波动的共同特性, 并遵从相似的规律。例如, 它们在波动过程中都伴随着能量的传播, 都能产生反射和折射现象, 都会出现干涉和衍射现象。所以, 通常把这些普遍的特性称为波动性 (undulatory property)。由于各类波都遵从相似的规律, 所以数学描述的方法也是相通的。

光是一种特殊波段的电磁波, 光波是电磁振动在空间的传播过程。光的波动性已在其干涉、衍射及偏振现象中得到了充分的证明, 这些现象已在现代科学技术和生产中有着广泛的应用。因此振动学和波动学具有很强的理论性和实用性都很强。振动和波动的基本理论在物理学的声学、光学、原子物理、凝聚态物理等各个领域, 在交通、机械、建筑、地震学、无线电技术、光电通信技术现代工程技术领域中有广泛的应用, 如材料内部受力情况的探测、物质结构的研究、长度的精密测量、产品机械的加工、质量的检验、无线电通信、激光通信、全息摄影和遥感遥测技术等都是以振动学和波动学为理论依据的。

本编的第六章将讨论振动和波动的基本概念、共同特征和普遍规律, 第七章将利用波动的基本理论来研究光的干涉、衍射以及偏振等现象。

第六章 振动与波

波是振动在空间的传播，振动是波动的基础。在自然界中大量的振动是周期性的，其中最简单、最基本的周期性振动是简谐振动（simple harmonic vibration）。任何复杂的振动都可以分解为若干个简谐振动，也就是说，可以把复杂的振动看成是几个简谐振动的合成。本章的讨论就从简谐振动开始。

6.1 简谐振动

研究简谐振动的理想模型是弹簧振子。

如图 6-1 所示，在一个光滑的水平面上，有一个质量可以忽略的劲度系数为 k 的弹簧（质量可以忽略的弹簧简称轻弹簧，如无专门说明，本书中所讲的弹簧皆为轻弹簧），一端固定，另一端系一质量为 m 的物体，这样的系统为弹簧振子。当弹簧呈松弛状态（弹簧为原长）时， m 在水平方向不受力的作用，此时 m 处于 O 点，该点称为平衡位置。若将 m 从平衡位置向右或者向左稍微移动一段距离，然后放开。 m 将在弹簧的弹性回复力 F 的作用下沿水平方向在平衡位置附近作往复运动。如果不考虑空气阻力，弹簧振子的运动是最简单的周期性的直线运动，这种运动就是简谐振动，简称谐振动。下面首先讨论其运动方程。

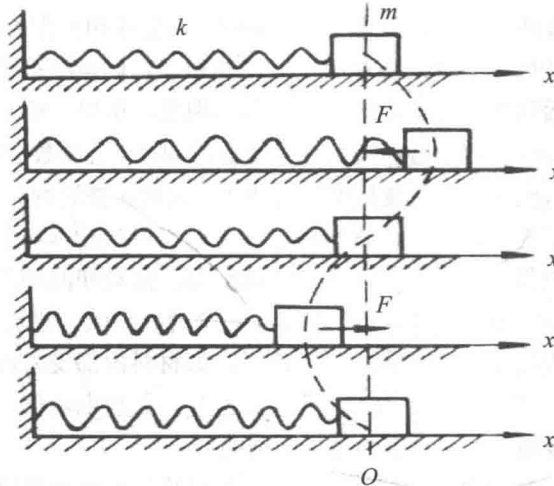


图 6-1

6.1.1 简谐振动的运动方程

1. 简谐振动判据。

(1) 弹性回复力。

如图 6-1 所示, 为了描述物体 m 的运动情况, 我们取 m 的平衡位置 O 为坐标原点, 取通过 O 点向右的水平线为 x 轴。如果 m 的偏离平衡位置的位移为 x , 即弹簧的形变。由胡克定律, m 所受弹性回复力 F 可以表示为

$$F = -kx \quad (6-1-1)$$

这里, 负号表示力 F 的方向与位移 x 的方向相反。具有这种性质的力称为线性回复力。在图 6-1 中, m 所受回复力 F 也就是该质点所受的合外力。这样, 就得到了判断一个物体的运动是不是作简谐振动的第一个判据。

判据 1: 如果物体所受到的合外力与位移成正比, 且方向相反, 则该物体的运动必定是简谐振动。

(2) 简谐振动的动力学方程。

根据牛顿第二定律, 简谐振动的质点的加速度为

$$a = \frac{d^2x}{dt^2} = \frac{F}{m} = -\frac{k}{m}x \quad (6-1-2)$$

对于一个给定的弹簧振子, $m > 0$, $k > 0$, 且 m 和 k 是常数, 故可设

$$\omega^2 = \frac{k}{m} \quad (6-1-3)$$

则 (6-1-2) 可以写为

$$a = \frac{d^2x}{dt^2} = \frac{F}{m} = -\frac{k}{m}x = -\omega^2x \quad (6-1-4)$$

即

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \omega^2x = 0 \text{ 或 } \frac{d^2x}{dt^2} = -\omega^2x \quad (6-1-5)$$

上式称为简谐振动的动力学方程。(6-1-5) 式指出: 如果物体的加速度与位移成正比, 且方向相反, 则该物体的运动为简谐振动。这样, 进一步推广可以得到简谐振动的第二个判据。

判据 2: 任一个物理量对时间的二阶导数与其本身成正比且反号时, 则该物理量作简谐振动。

(3) 简谐振动的运动方程。

(6-1-5) 式的简谐振动的动力学方程的解为

$$x = A \cos(\omega t + \varphi) \quad (6-1-6)$$

式中 A 和 φ 为积分常数, 分别表示为简谐振动的振幅和初相位, 它们的物理意义和确定方法将在后面讨论。(6-1-6) 式称为简谐振动的运动方程, 这样, 可以得到简谐振动的第三个判据。

判据 3: 任一个物理量如果是时间的余弦 (或者正弦) 的函数, 则该物理量作简谐振动。

2. 简谐振动的振动曲线。

将物体视为质点, 在 (6-1-6) 式中对时间求导, 可以得到任意时刻简谐振动质点的速度和加速度

$$v = \frac{dx}{dt} = -\omega A \sin(\omega t + \varphi) = -v_m \sin(\omega t + \varphi) = v_m \cos\left(\omega t + \varphi + \frac{\pi}{2}\right) \quad (6-1-7)$$

$$a = \frac{d^2x}{dt^2} = -\omega^2 A \cos(\omega t + \varphi) = -a_m \cos(\omega t + \varphi) = a_m \cos(\omega t + \varphi + \pi) \quad (6-1-8)$$

这里, $v_m = \omega A$ 和 $a_m = \omega^2 A$ 分别称为速度的幅值和加速度的幅值。由此可见, 质点作简谐振动时, 其位移、速度、加速度都是随时间作周期性变化的。图 6-2 给出了简谐振动的位移、速度、加速度与时间的变化关系。其中表示 $x-t$ 关系的一条曲线称为振动曲线 (vibration curve) 或振动图线。

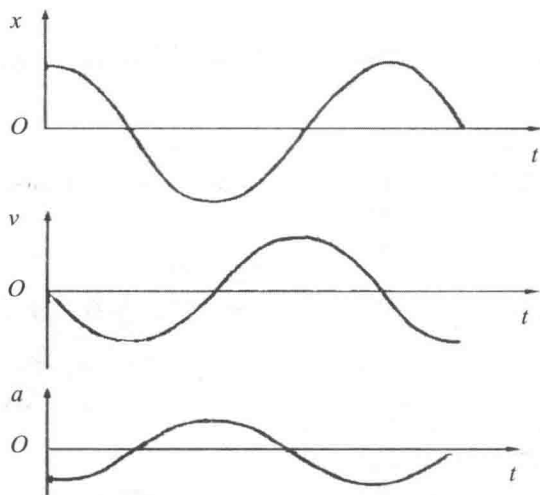


图 6-2

【例 1】 质量为 m 的某液体, 密度为 ρ , 装在 U 形管中, 管的横截面为 S , 如图 6-3 所示。证明: 如果不考虑液体与管壁间的摩擦, 当液面上下自由振动时, 液面的运动为简谐振动。

证明: 取如图所示的坐标 Ox , 坐标的原点选在两液面高度相同的平衡位置。设 t 时刻左边的液面上升了 x , 液面的速度为 v 。由于在液体运动过程中仅有重力做功, 机械能守恒, 取平衡位置时系统势能为零, 则液体在 t 时刻的机械能为

$$\frac{1}{2}mv^2 + \rho Sgx^2 = \text{常量}$$

将上式对时间求导, 有

$$mv \frac{dv}{dt} + 2\rho Sgx \frac{dx}{dt} = 0$$

化简后有

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{2\rho Sg}{m}x = \frac{d^2x}{dt^2} + \omega^2x = 0$$

由此可见, 液面的运动为简谐振动。而且,

$$\omega = \sqrt{\frac{2\rho Sg}{m}}$$

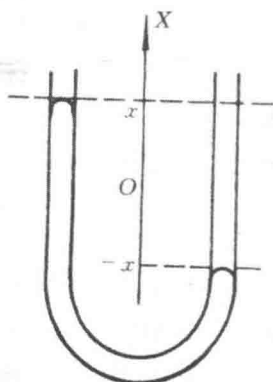


图 6-3

6.1.2 简谐振动的特征量

对于一个简谐振动，如果 A ， ω 和 φ 都知道了，就可以写出它的完整的表达式，也就是全部掌握该简谐振动的特征了。因此，这 3 个量叫做描述简谐振动的 3 个特征量。

1. 振幅 A 。

在 (6-1-6) 式的简谐振动的运动方程中，因余弦（或正弦）函数的绝对值不大于 1，所以质点的振动范围只能处于 $+A$ 与 $-A$ 之间。通常把简谐振动的质点离开平衡位置的最大位移的绝对值叫做振幅 (amplitude)。它给出了质点运动的范围，反映了质点振动的强弱。

在 SI 制中，振幅的单位是米 (m)。

2. 周期 T 、频率 ν 和角频率 ω 。

振动量完全重复一次振动所需要的时间，叫做振动的周期 (period)，常用 T 表示。由于每隔一个周期，振动状态就完全重复一次，所以

$$\begin{aligned}x(t) &= x(t+T) \\ A\cos(\omega t + \varphi) &= A\cos[\omega(t+T) + \varphi] \\ \omega t + \varphi + 2\pi &= \omega(t+T) + \varphi\end{aligned}$$

得

$$T = \frac{2\pi}{\omega} \quad (6-1-9)$$

系统在单位时间内（即 1s 内）所作的完全振动的次数称做振动频率 (frequency)，用 ν 表示。显然频率、周期和角频率之间的关系为

$$\nu = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi} \quad (6-1-10)$$

$$\omega = 2\pi\nu = \frac{2\pi}{T} \quad (6-1-11)$$

所以， ω 表示质点在 2π 秒的时间内所作的完全振动的次数，称为振动系统的角频率 (angular frequency)，也称为圆频率 (circular frequency)。

在 SI 制中，周期 T 、频率 ν 和角频率 ω 的单位是秒 (s)、赫兹 (Hz)、弧度·秒⁻¹ (rad·s⁻¹)。利用 (6-1-11) 式的关系，(6-1-6) 式的简谐振动的运动方程可以写为

$$x = A\cos\left(\frac{2\pi}{T}t + \varphi\right)$$

或者

$$x = A\cos(2\pi\nu t + \varphi)$$

对于弹簧振子而言，由 (6-1-3) 式可知

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (6-1-12)$$

因此

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \quad (6-1-13)$$

$$v = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (6-1-14)$$

对于一个质量为 m 和倔强系数 k 都确定的谐振系统来说, 其 ω 、 v 和 T 都是有振动系统的本身决定的, 与初始条件无关, 分别称为振动系统的固有角频率、固有频率和固有周期。某些振动的固有周期的数值如表 6-1 所示。

表 6-1 某些振动的固有周期

振动系统	周期 (s)
人的心脏跳动	≈ 1
中子星的脉冲辐射	0.03~4.3
交流电	2×10^{-2}
中频声振动	10^{-3}
超声振动	10^{-4}
中频电磁振动	10^{-6}
原子振动	10^{-15}
核振动	10^{-21}

3. 相位 ($\omega t + \varphi$) 和初相 φ 。

由 (6-1-6)、(6-1-7) 和 (6-1-8) 式可知, 在角频率 ω 和振幅 A 确定的情况下, 振动质点在任一时刻 t 的运动状态 (指位移、速度与加速度) 都由 $(\omega t + \varphi)$ 决定。 $(\omega t + \varphi)$ 是决定简谐振动质点运动状态的物理量, 称为振动的相位 (phase), 或者称为相位。显然, $t=0$ 时刻的相位 φ , 称为初相位 (initial phase), 简称初相。

在 SI 制中, 相位的单位是弧度 (rad)。

相位是决定简谐振动质点运动状态的物理量, 在振动和波动的研究中这是一个十分重要的概念。用相位来描述质点的谐振动状态有两个优点。首先, 质点在振动的一个周期内所经历的状态没有一个是完全相同的, 对应的相位来看, 相当于相位从 0 到 2π 的变化。这样, 可以直观、明显地体现简谐振动具有周期性的特点。其次, 可以比较两个简谐振动在步调上的差异。设有两个同频率的谐振动, 它们的表达式分别为

$$\begin{aligned} x_1 &= A \cos(\omega t + \varphi_1) \\ x_2 &= A \cos(\omega t + \varphi_2) \end{aligned}$$

它们的相位差为

$$\Delta\varphi = (\omega t + \varphi_2) - (\omega t + \varphi_1) = \varphi_2 - \varphi_1 \quad (6-1-15)$$

即两个同频率的谐振动在任意时刻的相位差恒等于其初相位差。下面讨论不同相位差的情况:

(1) 当 $\Delta\varphi = \pm 2k\pi$ ($k=0, 1, 2, \dots$, 为正整数) 时, 两振动质点将同时到达各自同方向的位移的最大值, 同时通过平衡位置且向同方向运动, 它们的步调完全一致, 我们称它们“同相”。

(2) 当 $\Delta\varphi = \pm(2k+1)\pi$ ($k=0, 1, 2, \dots$) 时, 两振动质点, 一个到达正方向最大位移处, 而另一个却恰到负方向最大位移处, 它们同时到达平衡位置但运动方向相反, 即两个振动的步调完全相反, 我们称这样的两个振动为“反相”。

(3) 当 $\Delta\varphi$ 为其他值时, 我们称这两个振动“不同相”。如果 $\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 > 0$, 我们称 x_2

的振动超前于 x_1 的振动 $|\Delta\varphi|$ 相位，或者说 x_1 的振动落后与 x_2 的振动 $|\Delta\varphi|$ 相位；如果 $\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 < 0$ ，我们则称 x_1 的振动超前于 x_2 的振动 $|\Delta\varphi|$ 相位，或者说 x_2 的振动落后与 x_1 的振动 $|\Delta\varphi|$ 相位。

相位不但可用来比较简谐振动中同一物理量变化的步调，也可以比较不同物理量之间变化的步调。比较 (6-1-6) 式、(6-1-7) 式、(6-1-8) 式可以看出，速度的相位比位移的相位超前 $\frac{\pi}{2}$ ；加速度的相位比位移的相位超前（或落后） π ，即二者恒反相。速度的相位比加速度落后 $\frac{\pi}{2}$ （或超前 $\frac{3\pi}{2}$ ）。

4. 振幅 A 和初相 φ 的确定。

由于振幅 A 和初相 φ 是在求解 (6-1-6) 式的简谐振动的动力学方程时出现的积分常数，所以它们由振动的初始条件决定。设 $t=0$ 时，简谐振动质点的初位移为 x_0 和初速度为 v_0 值。由 (6-1-6) 式和 (6-1-7) 式可知

$$x_0 = A \cos \varphi$$

$$v_0 = -\omega A \sin \varphi$$

由此可解得

$$A = \sqrt{x_0^2 + \left(\frac{v_0}{\omega}\right)^2} \quad (6-1-16)$$

$$\varphi = \arctg\left(-\frac{v_0}{\omega x_0}\right) \quad (6-1-17)$$

在用 (6-1-17) 式确定 φ 时，一般说来，在 $-\pi$ 到 π 之间有两个值。在实际计算中，往往由 $\cos\varphi = \frac{x_0}{A}$ 确定 φ 的大小，由 $\sin\varphi = -\frac{v_0}{\omega A}$ 确定 φ 所在的象限。

【例 2】 有一放置在光滑的水平面上劲度系数为 $32.0\text{N} \cdot \text{m}^{-1}$ 的轻弹簧，其一端被固定，另一端系一质量为 500g 的物体。将物体沿弹簧长度方向拉伸至距平衡位置 10.0cm 处，然后将物体由静止释放，物体将在水平面上沿一直线作简谐振动，分别写出振动的位移、速度和加速度与时间的关系。

解： 设物体沿 x 轴作简谐振动，并取平衡位置为坐标原点，在初始时刻 $t=0$ ，物体所处的位置在最大位移处，所以振幅为

$$A = 10.0\text{cm} = 0.100\text{m}$$

振动角频率为

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{32.0}{0.500}} \text{rad} \cdot \text{s}^{-1} = 8.00 \text{rad} \cdot \text{s}^{-1}$$

如果把振动写为一般形式，即

$$x = A \cos(\omega t + \varphi)$$

当 $t=0$ 时，物体处于最大位移处， $x = A$ ，那么必定有 $\cos\varphi = 1$ ，所以初相位 $\varphi = 0$ 。这样很

容易写出位移与时间的关系，为

$$x = 0.100 \cos 8.00t \text{ m}$$

物体运动的速度和加速度的最大值分别为

$$v_m = \omega A = 8.00 \times 0.100 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} = 0.800 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$a_m = \omega^2 A = (8.00)^2 \times 0.100 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2} = 6.40 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

速度和加速度与时间的关系分别为

$$v = -0.800 \sin 8.00t \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$a = -6.40 \cos 8.00t \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

【例 3】 在图 6-4 中，劲度系数为 k 的轻弹簧下悬挂着质量分别为 M 和 m 的物体，在系统处于平衡状态时，轻轻取走物体 m 并开始计时，以向上为正方向，求系统作谐振动的特征量和运动方程。

解：当 m 取走以后，轻弹簧和 M 系统将作简谐振动（读者可自行证明），振动系统的角频率为

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{M}}$$

以弹簧的 M 系统的平衡位置 O 为坐标原点，向上为正方向，建立如图 6-4 所示中的坐标系。得初始条件为

$$t=0 \text{ 时, } \begin{cases} x_0 = -\frac{mg}{k} \\ v_0 = 0 \end{cases}$$

利用 (6-1-16) 式，可知系统的振幅为

$$A = \sqrt{x_0^2 + \frac{v_0^2}{\omega^2}} = \frac{mg}{k}$$

又利用初始条件，得

$$\cos \varphi = \frac{x_0}{A} = -1$$

可得振动系统的初相为

$$\varphi = \pi$$

振动系统的运动方程为

$$x = \frac{mg}{k} \cos \left[\sqrt{\frac{k}{M}} t + \pi \right]$$

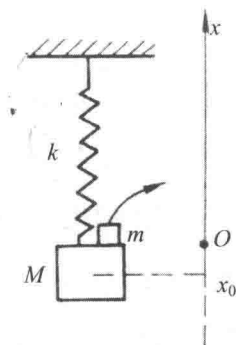


图 6-4

【例 4】 如图 6-5 所示，在一倔强系数为 k 的弹簧下面挂一质量为 M 的水桶，以振幅 A_0 上下振动。水桶底部有一小洞，水慢慢从底部渗出。当水桶从上向下经过平衡位置时，一滴质量为 m 的水刚好滴落下来。求此后水桶的运动情况。

解：水滴滴落后，水桶仍作简谐振动，不过它的角频率由

$$\omega_0 = \sqrt{k/M}$$

变为

$$\omega = \sqrt{k/(M-m)}$$

新平衡位置在原来平衡点之上距离为 mg/k 的地方。取 x 轴向上，设水滴滴落后水桶的振动为：

$$x = A \cos(\omega t + \varphi_0)$$

取水滴滴落的时刻为 $t=0$ ，则在此时

$$\begin{cases} x_0 = A \cos \varphi_0 = -mg/k \\ v_0 = -\omega A \sin \varphi_0 = -\omega_0 A_0 \end{cases}$$

由此二式得振幅 A 为

$$A = \sqrt{x_0^2 + \frac{v_0^2}{\omega^2}} = \sqrt{\left(\frac{mg}{k}\right)^2 + \left(\frac{\omega_0}{\omega} A_0\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{mg}{k}\right)^2 + \frac{M-m}{M} A_0^2}$$

初相位 φ_0 为

$$\operatorname{tg} \varphi_0 = -\frac{v_0}{\omega x_0} = -\frac{k A_0}{mg} \cdot \frac{\omega_0}{\omega} = -\frac{k A_0}{mg} \sqrt{\frac{M-m}{M}}$$

从 $\operatorname{tg} \varphi_0 < 0$ 知 φ_0 可能在第二、第四象限，由 $\cos \varphi_0 < 0$ 和 $\sin \varphi_0 > 0$ 知 φ_0 应在第二象限。有了频率 ω 、振幅 A 和初相位 φ_0 ，对水桶运动的描述就完备了。

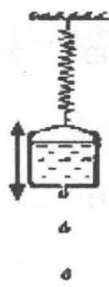


图 6-5

6.1.3 简谐振动的实例

简谐振动的实例很多，如在摆动角度很小时，单摆（数学摆）、复摆（物理摆）、扭摆等摆动都可以看成为谐振动，有时也称为角谐振动。此外， LC 振荡也是一个简谐振动的典型例子，下面进行具体讨论。

1. 单摆。

单摆是一种理想模型。如果一个摆动系统可以简化为在一根不能伸长的轻线下悬挂一个可看成质点的重物，那么这个振动系统就是一个单摆（simple pendulum），如图 6-6 所示。

设单摆的摆线长为 l ，摆球的质量为 m ，平衡位置为 O 。

将 m 自平衡位置移开后释放， m 将在竖直平面内，以 O 为圆心，沿圆弧来回运动。我们以任意时刻悬线与竖直方向 $O'O$ 的夹角，即角位移 θ 作为描述摆球位置的变量，并规定悬线在 $O'O$ 右方时 θ 角为正，在左方时 θ 角为负。不计空气阻力。我们知道，摆球所受的合力沿圆弧切线方向的分力即重力在这一方向的分力为 $mg \sin \theta$ 。取逆时针方向为角位移 θ 的正方向，则此力应写成

$$f_t = -mg \sin \theta$$

在角位移 θ 很小时， $\sin \theta \approx \theta$ ，所以

$$f_t = -mg \theta \tag{6-1-18}$$

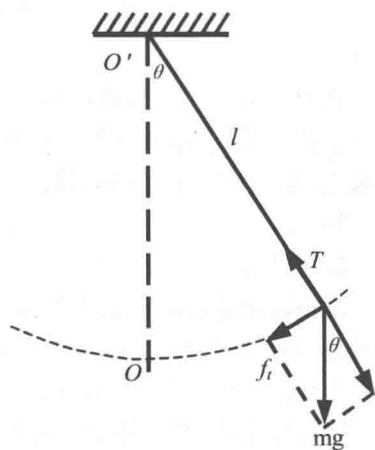


图 6-6