



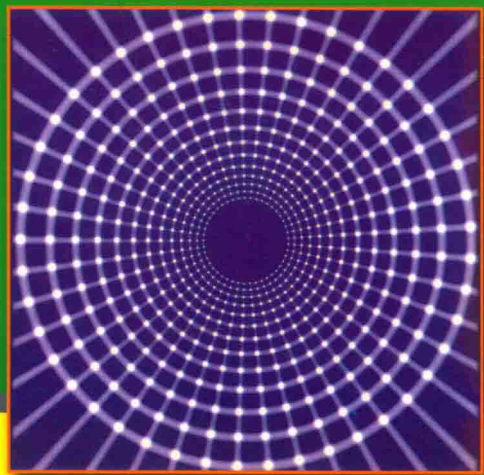
中学数学拓展丛书

数学应用展观

Shuxue Yingyong Zhanguan

第2版

沈文选 杨清桃 编著



数学应用，给我们展示出了数学的神通广大，
在各个领域与角落都闪烁着人类智慧的光芒！

数学应用是在学数学中做数学，在做数学中学
数学！这丰富了我们的学习生活与生活内涵！



哈尔滨工业大学出版社
HARBIN INSTITUTE OF TECHNOLOGY PRESS

● 中学数学拓展丛书

本册书是湖南省教育厅科研课题《教育数学的研究》(编号06C510)成果之七

数学应用展观

Shuxue Yingyong Zhanguan

第2版

沈文选 杨清桃 编著



哈尔滨工业大学出版社
HARBIN INSTITUTE OF TECHNOLOGY PRESS

内 容 简 介

本书共分为十三章,涉及整数、分数,平面几何,三角,函数,集合,不等式,数列,立体几何,平面解析几何的实际应用以及向量与复数,排列组合与概率统计,微积分,矩阵的初步应用.

本书可作为高等师范院校、教育学院、教师进修学院数学专业及国家级、省级中学数学骨干教师培训班的教材或教学参考书,是广大中学数学教师及数学爱好者的数学视野拓展读物.

图书在版编目(CIP)数据

数学应用展观/沈文选,杨清桃编著.—2版.—哈尔滨:哈尔滨工业大学出版社,2018.1

ISBN 978-7-5603-6771-2

I. 数… II. ①沈… ②杨… III. 数学课—中学—教学参考资料 IV. ①G633.603

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2017)第 174108 号

策划编辑 刘培杰 张永芹
责任编辑 张永芹 杜莹雪
封面设计 孙茵艾
出版发行 哈尔滨工业大学出版社
社 址 哈尔滨市南岗区复华四道街 10 号 邮编 150006
传 真 0451-86414749
网 址 <http://hitpress.hit.edu.cn>
印 刷 哈尔滨市工大节能印刷厂
开 本 787mm×1092mm 1/16 印张 25.5 字数 652 千字
版 次 2008 年 1 月第 1 版 2018 年 1 月第 2 版
2018 年 1 月第 1 次印刷
书 号 ISBN 978-7-5603-6771-2
定 价 68.00 元

(如因印装质量问题影响阅读,我社负责调换)

◎
序

我和沈文选教授有过合作，彼此相熟。不久前，他发来一套数学普及读物的丛书目录，包括数学眼光、数学思想、数学应用、数学模型、数学方法、数学史话等，洋洋大观。从论述的数学课题来看，该丛书的视角新颖，内容充实，思想深刻，在数学科普出版物中当属上乘之作。

阅读之余，忽然觉得公众对数学的认识很不相同，有些甚至是彼此矛盾的。例如：

一方面，数学是学校的主要基础课，从小学到高中，12年都有数学；另一方面，许多名人在说“自己数学很差”的时候，似乎理直气壮，连脸也不红，好像在宣示：数学不好，照样出名。

一方面，说数学是科学的女王，“大哉数学之为用”，数学无处不在，数学是人类文明的火车头；另一方面，许多学生说数学没用，一辈子也碰不到一个函数，解不了一个方程，连相声也在讽刺“一边向水池注水，一边放水”的算术题是瞎折腾。

一方面，说“数学好玩”，数学具有和谐美、对称美、奇异美，歌颂数学家的“美丽的心灵”；另一方面，许多人又说，数学枯燥、抽象、难学，看见数学就头疼。

数学，我怎样才能走近你，欣赏你，拥抱你？说起来也很简单，就是不要仅仅埋头做题，要多多品味数学的奥秘，理解数学的智慧，抛却过分的功利，当你把数学当作一种文化来看待的时候，数学就在你心中了。

我把学习数学比作登山，一步步地爬，很累，很苦。但是如果你能欣赏山林的风景，那么登山就是一种乐趣了。

登山有三种意境。

首先是初识阶段。走入山林，爬得微微出汗，坐拥山色风光，体会“明月松间照，清泉石上流”的意境。当你会做算术，会记账，能够应付日常生活中的数学的时候，你会享受数学给你带来的便捷，感受到好似饮用清泉那样的愉悦。

其次是理解阶段.爬到山腰,大汗淋漓,歇足小坐.环顾四周,云雾环绕,满目苍翠,心旷神怡.正如苏轼名句:“横看成岭侧成峰,远近高低各不同;不识庐山真面目,只缘身在此山中.”数学理解到一定程度,你会感觉到数学的博大精深,数学思维的缜密周全,数学的简洁之美,使你对符号运算能够有爱不释手的感觉.不过,理解了,还不能创造.“采药山中去,云深不知处.”对于数学的伟大,还莫测高深.

第三则是登顶阶段.攀岩涉水,越过艰难险阻,到达顶峰的时候,终于出现了“会当凌绝顶,一览众山小”的局面.这时,一切疲乏劳顿、危难困苦,全都抛到九霄云外.“雄关漫道真如铁”,欣赏数学之美,是需要代价的.当你破解了一道数学难题,“蓦然回首,那人却在,灯火阑珊处”的意境,是语言无法形容的快乐.

好了,说了这些,还是回到沈文选先生的丛书.如果你能静心阅读,它会帮助你一步步攀登数学的高山,领略数学的美景,最终登上数学的顶峰.于是劳顿着,但快乐着.

信手写来,权作为序.

张莫宙

2016年11月13日

于沪上苏州河边

附 文

(沈文选先生编著的丛书,是一种对数学的欣赏.因此,再次想起数学思想往往和文学意境相通,2007年年初曾在《文汇报》发表一短文,附录于此,算是一种呼应.)

数学和诗词的意境

张莫宙

数学和诗词,历来有许多可供谈助的材料.例如:

一去二三里,烟村四五家.

亭台六七座,八九十枝花.

把十个数字嵌进诗里,读来朗朗上口.郑板桥也有题为《咏雪》的诗云:

一片二片三四片,五六七八九十片.

千片万片无数片,飞入梅花总不见.

诗句抒发了诗人对漫天雪舞的感受.不过,以上两诗中尽管嵌入了数字,却实在和数学没有什么关系.

数学和诗词的内在联系,在于意境.李白《送孟浩然之广陵》诗云:

故人西辞黄鹤楼,烟花三月下扬州.

孤帆远影碧空尽,唯见长江天际流.

数学名家徐利治先生在讲极限的时候,总要引用“孤帆远影碧空尽”这一句,让大家体会一个变量趋向于0的动态意境,煞是传神.

近日与友人谈几何,不禁联想到初唐诗人陈子昂《登幽州台歌》中的名句:

前不见古人,后不见来者.

念天地之悠悠,独怆然而涕下.

一般的语文解释说:上两句俯仰古今,写出时间绵长;第三句登楼眺望,写出空间辽阔;在广阔无垠的背景中,第四句描绘了诗人孤单寂寞、悲哀苦闷的情绪,两相映照,分外动人.然而,从数学上看来,这是一首阐发时间和空间感知的佳句.前两句表示时间可以看成是一条直线(一维空间).陈老先生以自己为原点,前不见古人指时间可以延伸到负无穷大,后不见来者则意味着未来的时间是正无穷大.后两句则描写三维的现实空间:天是平面,地是平面,悠悠地张成三维的立体几何环境.全诗将时间和空间放在一起思考,感到自然之伟大,产生了敬畏之心,以至怆然涕下.这样的意境,数学家和文学家是可以彼此相通的.进一步说,爱因斯坦的四维时空学说,也能和此诗的意境相衔接.

贵州省六盘水师专的杨老师告诉我他的一则经验.他在微积分教学中讲到无界变量时,用了宋朝叶绍翁《游园不值》中的诗句:

春色满园关不住,一枝红杏出墙来.

学生每每会意而笑.实际上,无界变量是说,无论你设置怎样大的正数 M ,变量总要超出你的范围,即有一个变量的绝对值会超过 M .于是, M 可以比喻成无论怎样大的园子,变量相当于红杏,结果是总有一枝红杏越出园子的范围.诗的比喻如此恰切,其意境把枯燥的数学语言形象化了.

数学研究和学习需要解题,而解题过程需要反复思索,终于在某一时刻出现顿悟.例如,做一道几何题,百思不得其解,突然添了一条辅助线,问题豁然开朗,欣喜万分.这样的意境,想起了王国维用辛弃疾的词来描述的意境:“众里寻它千百度,蓦然回首,那人却在,灯火阑珊处.”一个学生,如果没有经历过这样的意境,数学大概是学不好的.

音乐能激发或抚慰情怀,绘画使人赏心悦目,诗歌能动人心弦,哲学使人获得智慧,科技可以改善物质生活,但数学却能提供以上的一切。

——Klein

任何一门数学分支,不管它如何抽象,总有一天会在现实的现象中找到应用。

——Lobachevsky

数学是有用的,如果谁想理解自然并利用它的能量,那他甚至不能离开数学。

——A. Renyi

数学甚至在其最纯的与最抽象的状态下,也不与生活相分离。它恰恰是掌握生活问题的理想方式,这正如同雕刻把人的体形理想化,或者如同诗和画,分别把形象与景物理想化一样。

——C. J. Keyser

人们喜爱音乐,因为它不仅有神奇的乐谱,而且有悦耳的优美旋律!

人们喜爱画卷,因为它不仅描绘出自然界的壮丽,而且可以描绘人间美景!
人们喜爱诗歌,因为它不仅是字词的巧妙组合,而且有抒发情怀的韵律!
人们喜爱哲学,因为它不仅是自然科学与社会科学的浓缩,而且使人更加聪明!
人们喜爱科技,因为它不仅是一个伟大的使者或桥梁,而且是现代物质文明的标志!
而数学之为德,数学之为用,难以用旋律、美景、韵律、聪明、标志等词语来表达!
你看,不是吗?

数学精神,科学与人文融合的精神,它是一种理性精神!一种求简、求统、求实、求美的精神!数学精神似一座光辉的灯塔,指引数学发展的航向!数学精神似雨露阳光,滋润人们的心田!

数学眼光,使我们看到世间万物充满着带有数学印记的奇妙的科学规律,看到各类书籍和文章的字里行间有着数学的踪迹,使我们看到满眼绚丽多彩的数学洞天!

数学思想,使我们领悟到数学是用字母和符号谱写的美妙乐曲,充满着和谐的旋律,让人难以忘怀,难以割舍!让我们在思疑中启悟,在思辨中省悟,在体验中领悟!

数学方法,人类智慧的结晶,它是人类的思想武器!它像画卷一样描绘着各学科的异草奇葩般的景象,令人目不暇接!它的源头又是那样的寻常!

数学解题,人类学习与掌握数学的主要活动,它是数学活动的一个兴奋中心!数学解题理论博大精深,提高其理论水平是永远的话题!

数学技能,在数学知识的学习过程中逐步形成并发展的一种大脑操作方式,它是一种智慧!它是数学能力的一种标志!操控数学技能是追求的一种基础性目标!

数学应用,给我们展示出了数学的神通广大,在各个领域与角落闪烁着人类智慧的火花!

数学建模,呈现出了人类文明亮丽的风景!特别是那呈现出的抽象彩虹——一个个精巧的数学模型,璀璨夺目,流光溢彩!

数学竞赛,许多青少年喜爱的一种活动.这种数学活动有着深远的教育价值!它是选拔和培养数学英才的重要方式之一.这种活动可以激励青少年对数学学习的兴趣,可以扩大他们的数学视野,促进创新意识的发展!数学竞赛中的专题培训内容展示了竞赛数学亮丽的风景!

数学测评,检验并促进数学学习效果的重要手段.测评数学的研究是教育数学研究中的一朵奇葩!测评数学的深入研究正期待着我们!

数学史话,充满了前辈们创造与再创造的诱人的心血机智,让我们可以从中汲取丰富的营养!

数学欣赏,对数学喜爱的情感的流淌.这是一种数学思维活动的崇高情表!数学欣赏,引起心灵震撼!真、善、美在欣赏中得到认同与升华!从数学欣赏中领略数学智慧的美妙!从数学欣赏走向数学鉴赏!从数学文化欣赏走向文化数学研究!

因此,我们可以说,你可以不信仰上帝,但不能不信仰数学.

从而,提高我国每一个公民的数学文化水平及数学素养,是提高我国各个民族整体素质的重要组成部分,这也是数学基础教育中的重要目标.为此,笔者构思了这套丛书.

这套丛书是笔者学习张景中院士的教育数学思想:对一些数学素材和数学研究成果进行再创造并以此为指导思想来撰写的;是献给中学师生,期于为他们扩展数学视野、提高数

学素养以响应张奠宙教授的倡议:建构符合时代需求的数学常识,享受充满数学智慧的精彩人生的书籍。

不积小流,无以成江河,不积跬步,无以至千里。没有积累便没有丰富的素材,没有整合创新便没有鲜明的特色。这套丛书的写作,是笔者在多年资料的收集、学习笔记的整理及笔者已发表的文章的修改并整合的基础上完成的。因此,每册书末都列出了尽可能多的参考文献,在此,衷心地感谢这些文献的作者。

这套丛书,作者试图以专题的形式,对中、小学中典型的数学问题进行广搜深掘来串联,并以此为线索来写作的。因而,形成了这十二册书。

这一本是《数学应用展观》。

数学无处不在,无处不用。人类生存的每时每刻都要和数学打交道,在生活中,在生产中,在社会生活的各个领域里,都在运用着数学的概念、法则和结论。

衣食住行,三万六千行,几乎没有一行不和数学有关。量体裁衣需要数学帮助计算用料、度量尺寸、画线落料、绘制图样;淘米下锅、量米计水和菜肴烹饪、调味辅料、营养成分、装盘图式等也离不开数学。

在科学技术各个领域,数学的应用自不待言。

精确科学,如力学、热学、电磁学、天文学、化学等,都需要数学的表述,用数学的符号、公式法则来表述这些学科的定律和规律。特别是宇宙航行的时代,人造地球卫星的上天,航天飞船的回返等高新技术领域中,从宇宙速度的计算、火箭推力的计算、卫星形状的设计、卫星轨道的确定,无一不与高深的数学发生关系。时至今日的生物科学已是数学大显身手的重要领域,生物工程、遗传变异、生物优选、遗传基因、生物统计、生物医学、CT扫描的医疗设备等各个领域都广泛地应用着数学的丰硕成果。

数学在经济学研究中,在促进经济发展中发挥着极为重要的作用。每一个经济问题,都要涉及大量的数据。企业的管理、规划和质量分析以及生产过程控制等各方面要运用到数学中的规划论、控制论、泛函分析、微分方程等各方面的知识。因而有人说:“经济学如果没有数学将不是真正的经济学。”

数学在工程学研究中的作用也是不言而喻的。材料的选择与定量地预测其状态和性能、仪器的安装与测试、工程的设计与实施等各方面都离不开数学,甚至组织大规模战争的运筹方案也离不开数学。

数学在社会科学,如语言学、心理学、考古学中都有着广泛的应用,这也是有目共睹的。

综上所述,如果没有数学,全部现代科学、现代技术将成为不可能。因而,可以说,一切高技术都可归结为数学技术,现代化就是数学化。正因为如此,我国著名的数学家、数学教育家华罗庚教授早于1959年5月在《人民日报》上发表了《大哉数学之为用》,精彩地描述了数学的各种应用:宇宙之大、粒子之微、火箭之速、化工之巧、地球之变、生物之谜、日用之繁等各个方面无处不有数学的重要贡献。

注重数学的实际应用,也是中国数学中的优良传统。例如,我国最著名的数学典籍《九章算术》就是246个实际应用题的汇集。

加强数学应用教育,是数学教育的一个重要方面。这不仅是促进教育现代化的重要途径之一,也是激发学生学习数学的兴趣的根本措施。在我们的课堂内外增加一些有生活、生产、学习背景的应用问题,并通过学习这些实际应用范例逐步使学生领悟到怎样运用数学知识

去分析、处理、解决一些实际问题,让学生在学数学中做数学,在做数学中学数学,这也将极大地提高学生的数学素养.

衷心感谢刘培杰数学工作室,感谢刘培杰老师、张永芹老师、杜莹雪老师等诸位老师,是他们的大力支持,精心编辑,使得本书以新的面目展现在读者面前!

衷心感谢我的同事邓汉元教授,我的朋友赵雄辉、欧阳新龙、黄仁寿,以及我的研究生们:羊明亮、吴仁芳、谢圣英、彭熹、谢立红、陈丽芳、谢美丽、陈森君、孔璐璐、邹宇、谢罗庚、彭云飞等对我写作工作的大力协助,还要感谢我们的家人对我们写作的大力支持!

让我们展观数学应用!让我们在数学应用展观中有所收获吧!

沈文选 杨清桃

2017年3月于岳麓山下

第一章 整数、分数知识的实际应用

1.1 整数知识的应用	1
1.1.1 诗歌中的数字	1
1.1.2 证件编号中的数字	1
1.1.3 车牌号码中的数字	3
1.1.4 书号、刊号中的数字	3
1.1.5 小广告中的数字	5
1.1.6 用数字描述生活现象	5
1.1.7 公元(阳历)年与干支(阴历)年的换算	6
1.1.8 怎样推算任一天是星期几?	7
1.2 分数知识的应用	7
1.2.1 钟表问题	8
1.2.2 叠砖问题	9
1.3 繁分数(式)的应用问题	11
1.4 连分数的应用问题	13
1.4.1 连分数与渐近分数	13
1.4.2 无理数展开为无限连分数	14
1.4.3 连分数在天文学中的应用	17
1.4.4 用连分数解指数方程	20
1.4.5 连分数在优选法中的应用	22
思考题	24
思考题参考解答	24

第二章 平面几何知识的实际应用

2.1 我们生活在几何图形的世界里	27
2.2 用多边形花砖展铺地面、墙面	27
2.2.1 用同一种正多边形花砖	28
2.2.2 用两种正多边形花砖	28
2.2.3 用三种正多边形花砖	30
2.2.4 用其他图形花砖	30
2.3 直角三角板的新用途	31

2.3.1	等分圆周	31
2.3.2	拼叠三角板求 $\tan 15^\circ$ 及 $\sin 15^\circ$	32
2.3.3	求解一元二次方程	36
2.3.4	导出一个数学命题	37
2.4	三角形最小点性质与一类最优化问题	37
2.5	矩形性质的奇妙应用	39
2.5.1	正方形性质与经济用料	39
2.5.2	正方形材料的分割拼图用法	40
2.5.3	正方形分割拼图与智力游戏(七巧板)	43
2.5.4	矩形完全正方化与电流中的克希霍夫定律	46
2.5.5	矩形在复印纸中的应用	51
2.6	平面几何知识在实际测量中的应用	53
2.7	几何变换与生物中的种群遗传	55
2.8	几何图形在商标设计中的应用	57
2.9	几何图形在体育运动会会徽设计中的应用	59
2.9.1	运用合同变换绘制会徽	59
2.9.2	采用几何图形与函数曲线综合绘制会徽	60
2.10	几何图形及性质在诠释或获得数学结论中的作用	61
2.10.1	利用简单图形得到和帮助我们记忆数学公式	61
2.10.2	几个代数公式的几何解释	62
2.10.3	几个代数不等式的几何解释	64
2.10.4	一些三角公式与不等式的几何解释	73
2.10.5	从几何图形到等式或不等式	85
2.10.6	从图形到 π 的实验计算	86
2.10.7	用平面几何知识求解几类数学问题	87
2.11	平面几何内容的学习对培养逻辑推理能力有着不可替代的地位和作用	88
	思考题	89
	思考题参考解答	90

第三章 三角知识的实际应用

3.1	天文与实地的测量	98
3.1.1	古代的一些天文测量	98
3.1.2	实地测量问题	99
3.1.3	开普勒测定地球运行的真实轨道	100
3.2	物体的测量与计算	101
3.3	一些最佳方案的计算制定	102
3.4	费马最小时间原理	106
3.5	三角正弦曲线与人体节律	109
3.6	正弦、余弦曲线与音乐	110
3.7	三角知识在求解几类数学问题中的应用	110
	思考题	111

思考题参考解答 112

第四章 函数知识的实际应用

4.1 经济关系中的经济函数.....	114
4.1.1 几种经济函数.....	114
4.1.2 产品调运与费用.....	115
4.1.3 成本与产量.....	116
4.1.4 销售利润与市场需求.....	116
4.1.5 数量折扣与价格差.....	117
4.1.6 设备折旧费的计算.....	117
4.2 市场营销与函数图像.....	117
4.3 学习曲线.....	119
4.4 函数周期性的简单应用.....	120
4.4.1 简谐振动的合成.....	120
4.4.2 谐波分析.....	121
4.4.3 在解三角方程中的应用.....	122
4.5 锯齿波函数与理想库存问题.....	123
4.6 弹性函数与交通安全的坡阻梁设计.....	125
4.7 用函数图像组成卡通画.....	126
4.8 函数的零点、不动点、非负性、单调性在数学解题中的应用.....	128
4.8.1 函数零点的应用.....	128
4.8.2 函数不动点的应用.....	129
4.8.3 二次函数非负性的应用.....	130
4.8.4 函数单调性的应用.....	130
思考题.....	131
思考题参考解答.....	132

第五章 集合知识的应用

5.1 集合在讨论充要条件中的应用.....	134
5.2 集合在简易逻辑问题中的应用.....	135
5.3 集合在受限制排列组合问题中的应用.....	136
5.4 集合在解释和研究概率问题中的应用.....	137
5.4.1 用集合的观点解释古典概率(等可能事件的概率).....	137
5.4.2 用集合的观点解释事件之间的关系.....	137
5.4.3 用集合的知识推导概率公式.....	138
思考题.....	138
思考题参考解答.....	139

第六章 不等式知识的实际应用

6.1 一元不等式在市场经济中的应用.....	141
-------------------------	-----

6.2 一元不等式组在市场经济中的应用	144
6.3 平均值不等式在市场经济中的应用	144
6.4 不等式在解方程、证明等式等问题中的应用	147
6.5 不等式在处理其他学科问题中的应用	149
思考题	150
思考题参考解答	151

第七章 数列知识的实际应用

7.1 在金融投资上的应用	154
7.2 在资源利用方面的应用	159
7.3 在事件结果预测与计算中的应用	160
7.4 在化学、物理等学科学习中的应用	162
7.5 斐波那契数列的简单应用	167
7.6 非数列问题的数列解法	168
思考题	169
思考题参考解答	170

第八章 立体几何知识的实际应用

8.1 生产、生活中的一些实际问题的科学处理	173
8.2 与器皿容积有关的问题的讨论	174
8.3 巧夺天工的蜂房构造	176
8.4 同步卫星的高度与覆盖范围的问题	178
8.5 球面距离问题	181
8.6 拟柱体体积公式及推广的应用	182
8.7 古尔丁定理的应用	184
8.8 凸多面体欧拉公式的应用	184
8.8.1 解答凸多面体问题	184
8.8.2 解答化学物质结构问题	186
8.8.3 足球的正六边形的个数问题	188
8.8.4 凸多面体的角亏量	189
8.9 三维坐标知识的应用	189
思考题	190
思考题参考解答	190

第九章 平面解析几何知识的实际应用

9.1 平面直角坐标知识的应用	193
9.1.1 直线划分平面的应用	193
9.1.2 线性规划的应用	195
9.1.3 工程、行程、平衡等问题的图解方法求解	197
9.1.4 等值线的应用	199

9.2 圆锥曲线在拱结构中的应用	200
9.3 圆锥曲线与人造星体的轨道	202
9.4 圆锥曲线光学性质的应用	205
9.4.1 椭圆光学性质的应用	205
9.4.2 抛物线光学性质的应用	206
9.4.3 双曲线光学性质的应用	207
9.5 圆锥曲线在航海与航空中的应用	207
9.5.1 时差定位法	207
9.5.2 空投物品的定向	208
9.6 生活中的抛物线问题	209
9.6.1 抛物线与屋顶	209
9.6.2 抛物线与“投篮”	209
9.6.3 抛物线与爆破安全区	210
9.6.4 抛物线与喷头	211
9.6.5 抛物线与“海市蜃楼”	214
9.7 形形色色的曲线在生产、生活中的应用	214
9.7.1 渐开线齿形	214
9.7.2 等速螺线与对数螺线的应用	215
9.7.3 摆线曲线的应用	216
9.8 平面解析几何知识在求解各类问题中的应用	217
9.8.1 代数问题的巧解	217
9.8.2 三角问题的妙算	219
9.8.3 圆锥曲线问题的光学及切线性质求解	220
9.8.4 著名平面几何问题的极坐标法证明	222
思考题	224
思考题参考解答	225

目 录 CONTENTS

第十章 向量与复数知识的初步应用

10.1 向量知识的应用	228
10.1.1 在物理学中的应用	228
10.1.2 在代数中的应用	229
10.1.3 在三角中的应用	230
10.1.4 在几何中的应用	230
10.1.5 力系平衡的应用	233
10.2 复数知识的应用	234
10.2.1 在代数中的应用	234
10.2.2 在三角中的应用	235
10.2.3 在反三角中的应用	238
10.2.4 在平面几何中的应用	239
10.2.5 在平面解析几何中的应用	240
思考题	241
思考题参考解答	242

第十一章 排列组合与概率统计知识的初步应用

11.1 排列组合知识的应用	245
11.1.1 在生产、生活中的实际应用	245
11.1.2 在数列求和中的应用	247
11.2 二项式定理的应用	248
11.3 概率统计知识的应用	251
11.3.1 在生产、生活、科研实际问题中的应用	251
11.3.2 在求解数学问题中的应用	265
11.4 实际推断原理的应用	279
思考题	282
思考题参考解答	284

第十二章 微积分知识的初步应用

12.1 导数的应用	292
12.1.1 推导或证明公式	292
12.1.2 证明各类恒等式或解答数列求和问题	294
12.1.3 讨论函数的单调性与极(最)值	299
12.1.4 证明不等式	300
12.1.5 在三角、平面几何、立体几何、平面解析几何中的应用	303
12.1.6 在中学物理中的应用	305
12.2 积分的应用	306
12.2.1 在恒等变形方面的应用	306
12.2.2 求整数幂的和	309
12.2.3 用定积分证明不等式	310
12.2.4 用定积分求平面图形的面积和曲线弧长	313
12.2.5 定积分的其他应用	314
思考题	315
思考题参考解答	316

第十三章 矩阵知识的初步应用

13.1 有趣数字表与猜年龄游戏	320
13.2 规划、决策与数表分析决断	322
13.3 组合计数与构造矩阵核算	325
13.4 逻辑判断问题与设计矩阵推演	327
13.5 存在性问题证明与矩阵表示论述	330
13.6 不等式的证明与非负实数矩阵元素间的关系式	331
13.6.1 不等式的证明与非负实数矩阵元素的和积关系式	331
13.6.2 不等式的证明与非负实数矩阵元素的算术平均值关系式	335

13.6.3 不等式的证明与非负实数矩阵元素的几何平均值关系式 ...	340
13.6.4 不等式的证明与非负实数矩阵元素的权方积关系式	344
13.6.5 不等式的证明与非负实数矩阵元素的权方商关系式	349
13.6.6 利用矩阵行列式的性质证明不等式	355
13.7 物品成本核算与运用矩阵乘法推求	359
13.8 配平化学方程式与矩阵变换求解	360
13.9 矩阵的其他应用	363
思考题	364
思考题参考解答	366
参考文献	370
作者出版的相关书籍与发表的相关文章目录	372
编后语	373

目 录

CONTENTS