

奥数 题库



第1届国际中小學生 數學能力檢測(小學組) 試題解答

朱華偉 孫文先 編著



科學出版社

奥数 题库



第1届国际中小學生 数学能力检测(小学组) 试题解答

朱华伟 孙文先 编著

科学出版社
北京

内 容 简 介

本书收录了第1届国际中小学——数学能力检测(2011-2012),2012年国际数学竞赛(小学组),2012年国际数学竞赛台湾选拔赛(小学组),2011澳大利亚数学能力检测小学中年级组、高年级组的全部试题,对每一道试题均给出了详细解答,有些题还给出了多种解法,目的是加深读者对问题的理解,从中得到有益的启发。

本书可供小学数学资优生、准备小升初数学考试的考生、准备参加各类小学数学竞赛的选手、小学数学教师、高等师范院校小学数学教育专业大学生、数学爱好者及数学研究工作者参考。

图书在版编目(CIP)数据

第1届国际中小学生数学能力检测(小学组)试题解答 / 朱华伟, 孙文先编著. —北京: 科学出版社, 2013. 3
(奥数题库)

ISBN 978-7-03-036774-7

I. ①第… II. ①朱…②孙… III. ①小学数学课—题解 IV. ①G624. 505

中国版本图书馆CIP数据核字(2013)第036505号

责任编辑: 李 敏 / 责任校对: 鲁 素

责任印制: 徐晓晨 / 整体设计: 黄华斌

科 学 出 版 社 出 版

北京东黄城根北街16号

邮政编码: 100717

<http://www.sciencep.com>

北京教图印刷有限公司 印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2013年3月第 一 版 开本: B5 (720×1000)

2017年2月第三次印刷 印张: 8 1/2

字数: 170 000

定价: 58.00 元

(如有印装质量问题, 我社负责调换)

张景中谈奥数

华伟教授认为，竞赛数学是教育数学的一部分。这个看法是言之成理的。数学要解题，要发现问题、创造方法。年复一年进行的数学竞赛活动，不断地为数学问题的宝库注入新鲜血液，常常把学术形态的数学成果转化为可能用于教学的形态。早期的国际数学奥林匹克试题，有不少进入了数学教材，成为例题和习题。竞赛数学与教育数学的关系，于此可见一斑。

写到这里，忍不住要为数学竞赛说几句话。有一阵子，媒体上面出现不少讨伐数学竞赛的声音，有的教育专家甚至认为数学竞赛之害甚于黄、赌、毒。我看了有关报道后第一个想法是，中国现在值得反对的事情不少，论轻重缓急还远远轮不到反对数学竞赛吧。再仔细读这些反对数学竞赛的意见，可以看出来，他们反对的实际上是某些为牟利而又误人子弟的数学竞赛培训。就数学竞赛本身而言，是面向青少年中很小一部分数学爱好者而组织的活动。这些热心参与数学竞赛的数学爱好者（还有不少数学爱好者参与其他活动，例如青少年创新发明活动、数学建模活动、近年来设立的丘成桐中学数学奖），估计不超过约两亿中小学生的百分之五。从一方面讲，数学竞赛培训活动过热产生的消极影响，和升学考试体制以及教育资源分配过分集中等多种因素有关，这笔账不能算在数学竞赛头上；从另一方面看，大学招生和数学竞赛挂钩，也正说明了数学竞赛活动的成功因而得到认可。对于

青少年的课外兴趣活动,积极的对策不应当是限制堵塞,而是开源分流.发展多种课外活动,让更多的青少年各得其所,把各种活动都办得像数学竞赛这样成功并且被认可,数学竞赛培训活动过热的问题自然就化解或缓解了.

摘自《走进教育数学》丛书总序

前 言

国际中小学数学能力检测(International Mathematics Assessments for Schools, IMAS)是一项为小学中年级、高年级与初中学生所举办的世界级数学检测,旨在以国际宏观的尺度衡量学生在三项认知层面——知识、应用与推理上的表现,为参加者提供在不同领域、不同难度、每年一次的公开数学检测,测试学生的数学能力,挑战学生开阔数学视野的能力,评估学校、国家与地区之间的数学水平,使聪颖与能力强的学生能透过大众认可的检测评价他们在数学上的能力,支持资优教育的发展。

IMAS 针对小学中年级(即三、四年级)、高年级(即五、六年级)与初中(即七、八年级)程度的学生分别命题进行检测,参加者可以根据自己的能力,自行选择检测项目的内容与难度,即学生可以跳级或降级参加检测,如小学三年级学生可以参加小学高年级组检测、九年级学生可以参加初中组检测。

IMAS 分第一轮检测和第二轮检测。IMAS 第一轮检测包括 25 道题,答题时间为 75 分钟。前 20 题为选择题,最后 5 题答案为 000 至 999 整数的填空题。题目的难度等级分布情况为:第 1~10 题为容易题,每题 3 分;第 11~20 题为适中题,每题 4 分;第 21~25 题为难题,每题 6 分。总分为 100 分。学生将根据其所在考区同年级学生 IMAS 第一轮检测的成绩给予以下奖项:一等奖——成绩在前 10% 者;二等奖——成绩在前 11% 至前 25% 之间者;三等奖——成

绩在前26%至前50%之间者。每位学生都可得到一张个人的详细成绩报告,报告列出整体平均水平及个人成绩的百分等级,提供学生在不同层次技能的表现,检测所显示出的强项与弱点可督促学生的学习。这些珍贵的信息将对各地区的数学教育研究有很大的帮助。

IMAS第二轮检测——邀请各考区参加IMAS第一轮检测成绩在前10%的学生参加。试题共有15题,其中第1~5题为选择题,每题4分;第6~13题为填空题,每题5分;第14~15题为详答题(必须写出详细演算过程),每题20分,部分答对给予部分分数。总分为100分。IMAS第二轮检测成绩达各考区前5%者颁发金牌,成绩达前6%~15%者颁发银牌,成绩达前16%~30%者颁发铜牌,以及相应的证书。

根据各考区IMAS组织工作、参加检测人数及第二轮检测成绩综合评估居前的考区获邀派队参加国际数学竞赛(International Mathematics Competition, IMC),中国可以派中学、小学各四个队参赛,每个队由四名学生、两名教师组成,IMC组委会免费提供受邀学生、教师在比赛国家期间的所有食宿,参赛队自行承担出国的往返交通费用。

本书收录了2011年IMAS(小学组)、2012年IMC(小学组)和2012年IMC台湾选拔赛(小学组)的全部试题,对每一道试题均给出了详细解答,有些题还给出了多种解法,目的是使读者加深对问题的理解,可以从中得到有益的启发。

“他山之石,可以攻玉”,为了帮助读者了解国外同级别数学能力检测的信息,我们给出了2011澳大利亚数学能力检测小学中年级(3、4年级)组、高年级(5、6年级)组试题与解答。

参加第一届 IMAS 命题工作的有: Andy Liu(加拿大亚伯达大学)、朱华伟、孙文先(台湾财团法人台北市九章数学教育基金会)、Simon Chua(菲律宾数学研究会)、郑振初(香港教育学院)、郑焕、付云皓、邹宇、李涛、张传军、杨姗、周弋林等。

在本书的编校过程中,广州大学软件所郑焕博士提供了很大的帮助,在此向他表示真诚的感谢。对于本书存在的问题,热忱希望读者不吝赐教。

朱华伟 孙文先

2012年12月于广州大学城

目 录

张景中谈奥数

前言

第 1 章 第 1 届国际中小学生数学能力检测 (IMAS) (小学组)	1
1.1 第一轮英文试题	1
1.2 第一轮中文试题	6
1.3 第一轮中文解答	11
1.4 第二轮英文试题	15
1.5 第二轮中文试题	18
1.6 第二轮中文解答	22
1.7 第 1 届国际中小学生数学能力检测样题	27
第 2 章 2012 年国际数学竞赛 (IMC) (小学组)	34
2.1 个人赛英文试题	34
2.2 个人赛中文试题	37
2.3 个人赛试题解答	40
2.4 队际赛英文试题	44
2.5 队际赛中文试题	47
2.6 队际赛试题解答	50
第 3 章 2012 年台湾小学数学竞赛选拔赛	54
3.1 初赛试题	54
3.2 初赛试题解答	57
3.3 复赛试题	70
3.4 复赛试题解答	75
3.5 决赛试题	84
3.6 决赛试题解答	87

第4章 2011年澳大利亚数学能力检测(AMC)	98
4.1 小学中年级(3-4年级)组试题	98
4.2 小学中年级(3-4年级)组试题解答	103
4.3 小学高年级(5-6年级)组试题	111
4.4 小学高年级(5-6年级)组试题解答	117

第 1 章 第 1 届国际中小學生数学能力 检测 (IMAS) (小学组)

1.1 第一轮英文试题

考试时间: 75 分钟

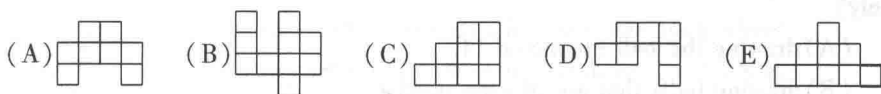
1. $2011 - 1022 = ?$

- (A) 999 (B) 998 (C) 989 (D) 899 (E) 889

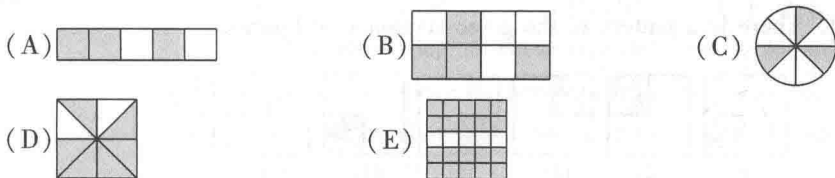
2. Lynne's last class of the day starts at 2:30 pm. Each class lasts 45 minutes. When this class is over, what is the angle, the one less than 180° , which is formed by the hour hand and the minute hand of her watch?

- (A) 90° (B) larger than 90°
 (C) Larger than 0° and less than 90°
 (D) 0° (E) could not be determined

3. Each small square in all the following figures has side length 1. Which figure has the largest area?



4. In which of the following figures does the shaded part occupies more than $\frac{3}{4}$ of the total area?



5. Bruce is reading a story book. One of the stories takes up two consecutive pages, and the sum of the page numbers is 345. On which page does this story begin?

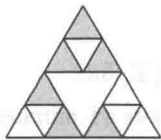
- (A) 114 (B) 115 (C) 171 (D) 172 (E) 173

6. If we copy the letters "MATHS" repeatedly, we get "MATHSMATHS...". What is the 2011th letter from the left?

- (A) M (B) A (C) T (D) H (E) S

7. From $2 + 2 = 2 \times 2$, we observe that the sum of the two numbers 2 and 2 is equal to their product. Of the following pairs of numbers, which has this property?

- (A) 2 and $\frac{2}{3}$ (B) 3 and $\frac{3}{2}$ (C) 4 and $\frac{4}{5}$ (D) 5 and $\frac{6}{5}$ (E) 6 and $\frac{7}{5}$



8. A certain percentage of the area of the given figure is shaded. What is this percentage?

- (A) 25% (B) 27.5% (C) 36.5%
(D) 37.5% (E) 42.5%

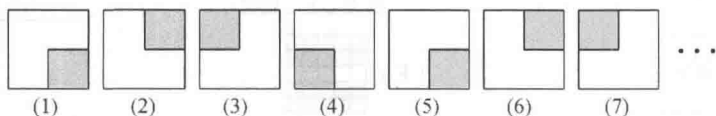
9. Thirty students are standing in a row. They start calling out 1, 2, 3, ... from the left, and Mickey calls out 13. If the calling starts from the right instead, what number will Mickey call out?

- (A) 18 (B) 17 (C) 16 (D) 14 (E) 13

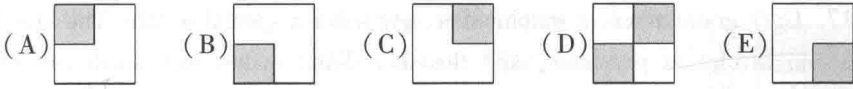
10. The box contains 20 balls numbered from 1 to 20, but identical otherwise. Eve draws a ball at random from the box. Which of the following outcome is the most likely?

- (A) drawing the ball numbered 11.
(B) drawing balls that are of even number.
(C) drawing balls that ended with the digit 5, 6, 7, 8.
(D) drawing balls that contain the digit 1.
(E) drawing balls with a one-digit number.

11. There is a pattern to the given sequence of figures.



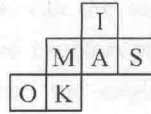
Which of the following will be the 2011th figure of the sequence?



12. Woody has a rabbit which eats three carrots and one cabbage every two days. He is going on a 7-day holiday. At least how many carrots and cabbages must he leave behind for the rabbit? (Assume that all carrots are of the same size, as are the cabbages.)

- (A) 9 carrots and 3 cabbages (B) 10 carrots and 3 cabbages
 (C) 11 carrots and 3 cabbages (D) 10 carrots and 4 cabbages
 (E) 11 carrots and 4 cabbages

13. The given figure is the net of a cube, and each face is labeled with a letter. When the cube is formed, which letter is on the face opposite to the one labeled with the letter I?



- (A) A (B) K (C) M (D) O (E) S

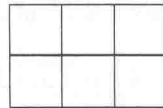
14. Mark's bicycle has a front wheel and a back wheel of different sizes. The



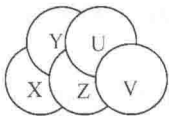
front wheel advances 3 metres per revolution, and the back wheel advances 2 metres per revolution. Which statement accurately describes Mark's 6-kilometre trip from home to school?

- (A) The front wheel makes 3000 revolutions.
 (B) The front wheel and the back wheel makes the same number of revolutions.
 (C) The front wheel makes 1.5 times the number of revolutions of the back wheel.
 (D) The front wheel run 1000 revolutions less than the back wheel.
 (E) The back wheel run 1000 revolutions less than the front wheel.

15. The given rectangle is formed of six small squares. If the perimeter of the rectangle is 30 centimetres, what is its area in square centimetre?



- (A) 24 (B) 36 (C) 54 (D) 150 (E) 216



16. The given diagram shows five differently coloured disks. The orange disk is above the green disk but below all the others. The purple disk is above the blue disk but below the red disk.

What is the colour of the disk labeled Z?

- (A) Red (B) Orange (C) Green (D) Blue (E) Purple

17. Gia's grandfather, a watchmaker, gives her a special watch. The long hand makes one revolution per hour, and the short hand makes one revolution per 24 hours. When Gia's favorite television show starts, the positions of the two hands are as shown. At this moment, what is the standard time?

- (A) 18:20 (B) 19:20 (C) 19:25 (D) 19:30 (E) 20:25

18. The given menu is from a restaurant serving a buffet dinner. What is the minimum expenditure for four adults and three children under 12 to eat there?

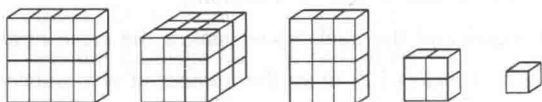
Adult	\$30
Child (under the age of 12)	\$25
Family Set A(1 adult and 1 child)	\$45
Family Set B(2 adults and 1 child)	\$70

- (A) \$ 155 (B) \$ 160 (C) \$ 165 (D) \$ 180 (E) \$ 195

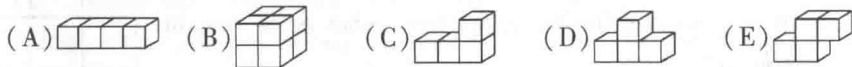
19. Wendy throws three cubical dice, with the numbers 1, 2, 3, 4, 5 and 6 on the faces. Which of the following numbers cannot be the product of three numbers on the dice?

- (A) 48 (B) 84 (C) 120 (D) 180 (E) 216

20. Leon is given five wooden blocks:



Which of the following blocks should be added so that he can make a $4 \times 4 \times 4$ cube? (None of the blocks can be dissected)



D	12	C
6	10	A
B	8	9

21. In the given table, the sum of the numbers on each row, each column and each of the two diagonals is the same. What is the value of $(B - A \div C) \times D$?

22. In the given diagram shows the playing area of a video game Minesweepers. The blank squares and the squares with numbers contain no mines. A shaded square may contain a mine. The number on a square

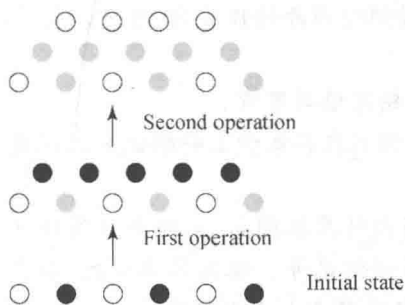
indicates the total number of mines in the eight squares sharing a common edge or vertex with that square. What is the total number of mines among the squares A, B, C, D and E?

		D			
1	1	1			
1		2	A		
1		2	B		
1	1	2	C		
1	1		1	3	
E	1			1	
		1			
		2	2	2	

23. Consider all four-digit numbers using each of the digits 1, 2, 3 and 4 exactly once, possibly with a decimal point somewhere. Starting with the smallest such number, namely, 1.234, they are listed in ascending order. What is 1000 times the difference of the 23rd and the 20th numbers?

24. There are 6 counters on a straight line, each either black or white. We operate the row of counters as follow: for two consecutive counters with the same colour, a white counter is placed between them, for two consecutive counters with different colour, a black counter is placed between them. And then the original counters are removed, this is one operation. After a total of two operations we are left with four white counters. What is the number of possible colour patterns of the six counters initially?

An example is attached.



25. Mickey lives in a city with six subway lines. Every two lines have exactly one common stop for changing lines, and no three lines meet at a common stop. His home is not at one of the common stops. One day, Mickey suddenly decides to leave home and travel on the subway, changing trains at least once at each stop before returning home. What is the minimum number of changes he has to make to accomplish this task?

1.2 第一轮中文试题

注意事项

一般规定

1. 进入试场后,未获监考老师许可之前不可翻开此测验题本.
2. 不可以使用计算器、对数表、数学图表、手机与任何电子计算器具.作答时可使用直尺与圆规,以及两面全空白的草稿纸.
3. 题目所提供之图形只是示意图,不一定精准.
4. 最前20题为选择题,每题有五个选项.最后5题要求填入的答案为000至999的正整数.题目一般而言是依照越来越难的顺序安排,对于错误的答案不会倒扣分数.
5. 本活动是数学能力检测而不同于学校测验,别期望每道题目都会做.
6. 请依照监考老师指示,谨慎地在答案卡上填写您的基本数据.若因填写错误或不详所造成之后果由学生自行负责.
7. 须等待监考老师宣布开始作答后,才可以打开题本进行答题.

作答须知

1. 限用B或2B铅笔填写答案.
2. 请用B或2B铅笔在答案卡上将您认为正确选项的圆圈涂满(不是在题本上).
3. 您的答案卡将由计算机阅卷,为避免计算机误判,请不要在答案卡上其他任何地方涂划任何记号.填写答案卡时,若需要修改,可使用软性橡皮小心擦拭,并确定答案卡上无残留痕迹.

特别约定

为确保竞赛之公平性及认证成绩优异学生,IMAS主办单位保留要求考生重测之权利.

1-10题,每题3分

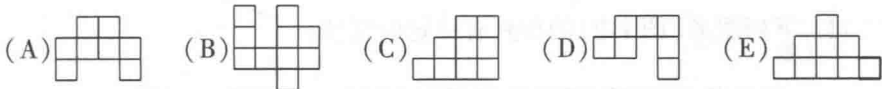
1. $2011-1022=?$

- (A)999 (B)998 (C)989 (D)899 (E)889

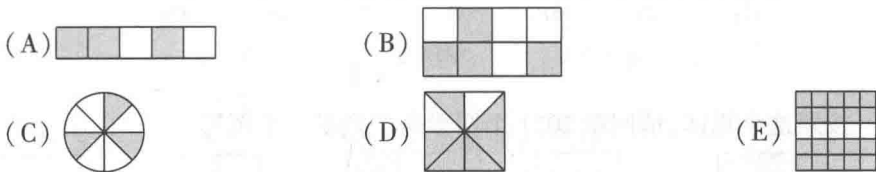
2. 小琳每天最后一节课是下午 2 点 30 分开始,每节课 45 分钟,请问,下课时她的手表上时针与分针形成的小于 180° 的夹角是什么?

- (A) 90° (B) 大于 90° (C) 大于 0° 小于 90°
 (D) 0° (E) 不确定

3. 下面各图形中的小正方形的边长都是 1,哪个图形的面积最大?



4. 请问下面哪一项图形中,阴影部分占总面积的比例大于 $\frac{3}{4}$?



5. 小布在看一本故事书,翻开书发现有一个故事刚好占连续的 2 页,且页码和为 345,则这个故事的起始页是哪一页?

- (A) 114 (B) 115 (C) 171 (D) 172 (E) 173

6. 将“MATHS”连续写下去可得到:“MATHSMATHSMA...”,从左至右第 2011 个字母是什么?

- (A) M (B) A (C) T (D) H (E) S

7. 观察 $2+2=2 \times 2$,可发现两个数 2 与 2 的和等于它们的乘积. 请问下列哪一组数也满足这个性质?

- (A) 2 与 $\frac{2}{3}$ (B) 3 与 $\frac{3}{2}$ (C) 4 与 $\frac{4}{5}$ (D) 5 与 $\frac{6}{5}$ (E) 6 与 $\frac{7}{5}$

8. 图 1-1 中阴影部分的面积占总面积的百分之几?

- (A) 25% (B) 27.5% (C) 36.5%
 (D) 37.5% (E) 42.5%

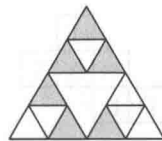


图 1-1

9. 有 30 名同学站成一排报数,从左到右报数时,小明报 13 号,请问从右到左报数时,他应该报几号?

- (A) 18 (B) 17 (C) 16 (D) 14 (E) 13

10. 一个箱子中有编号分别为 1, 2, 3, ..., 20 的大小一样的 20 个球,小易从中任意取出一个球,请问下列哪一种情形出现的可能性最大?

- (A) 取出 11 号球