

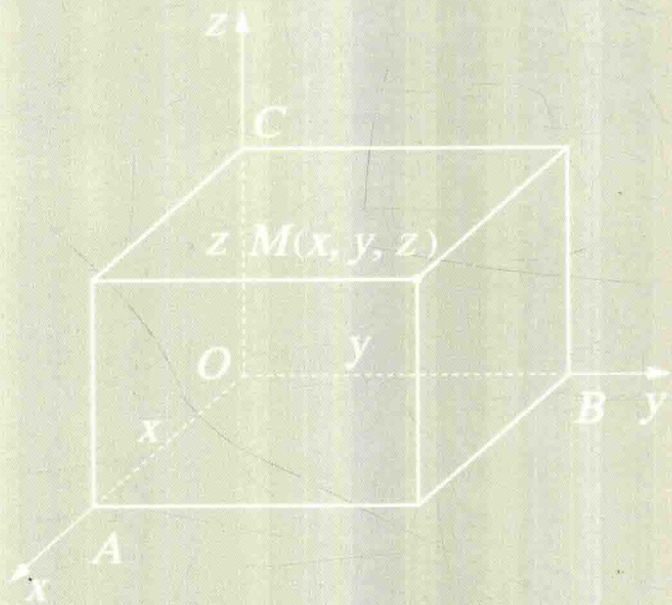


一课研究丛书·图形与几何系列

主编 朱乐平

# 方向与位置

教学研究 | 罗永军◎著





一课研究丛书·图形与几何系列

主编 朱乐平

# 方向与位置

教学研究

罗永军◎著

教育科学出版社  
·北京·

出版人 李 东  
策划编辑 郑 莉  
项目统筹 郑 莉  
责任编辑 殷 欢  
版式设计 孙欢欢  
责任校对 贾静芳  
责任印制 叶小峰

### 图书在版编目 (CIP) 数据

方向与位置教学研究 / 罗永军著. —北京: 教育  
科学出版社, 2018. 5  
(一课研究丛书 / 朱乐平主编. 图形与几何系列)  
ISBN 978-7-5191-1554-8

I. ①方… II. ①罗… III. ①小学数学课—教学研究  
IV. ①G623. 502

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2018) 第 117765 号

一课研究丛书·图形与几何系列  
方向与位置教学研究  
FANGXIANG YU WEIZHI JIAOXUE YANJIU

---

出版发行 教育科学出版社

社 址	北京·朝阳区安慧北里安园甲 9 号	市场部电话	010-64989009
邮 编	100101	编辑部电话	010-64981269
传 真	010-64891796	网 址	<a href="http://www.esph.com.cn">http://www.esph.com.cn</a>

经 销 各地新华书店

制 作 北京金奥都图文制作中心

印 刷 保定市中画美凯印刷有限公司

开 本 169 毫米×239 毫米 16 开 版 次 2018 年 5 月第 1 版

印 张 12. 75 印 次 2018 年 5 月第 1 次印刷

字 数 188 千 定 价 40. 00 元

---

如有印装质量问题, 请到所购图书销售部门联系调换。

### 这是一套什么样的书？

你见过对一节课的研究形成一本十几万字的学术专著吗？

你见过查阅百年来课标（大纲）后综述对一节课的教学要求吗？

你见过对一节课的内容进行国内外多个版本教材比较吗？

你见过对主要杂志上关于一节课的研究成果进行综述吗？

你见过根据一节课的内容给出许多个不同的教学设计吗？

你见过对一节课的研究形成系列校本教研的活动方案吗？

你见过以作者与读者互动对话的形式写成的学术专著吗？

本丛书将让你见到上面所有的“样子”。

《一课研究丛书·图形与几何系列》（以下简称“丛书”）是对课的研究。其中的每一本都是围绕小学数学“图形与几何”领域的一节课（或两节相关的课）进行多视角系统研究而形成的。

研究的内容主要根据教师的课堂教学实践与理论水平提高的需要来确定。主要维度如下：

**1. 数学知识维度。**数学教师要上好一节课，就应该比学生有更多关于这节课的数学知识，即“上位数学知识”。它是指超越了小学数学一节课的内容，在初中、高中（或中等师范学校）以及大学数学中出现的相关数学知识。很显然，没有上位数学知识是无法上好一节课的，但只有上位数学知识也远远不够，还必须能够从中获得教学的启示。也就是说，要把围绕一节课的上位数学知识与小学数学紧密结合，指导小学数学教学。这一维度的研究主要解决教师在知识上的“一桶水”问题。

**2. 课程标准（教学大纲）维度。**从理论上说，一个教师有了数学知识以后，首先要关注的就是课程标准（教学大纲）。这是因为数学课程标准（教学大纲）是一个规定了数学学科的课程性质、目标、内容和实施建议的教学指导性文件。对一节课展开研究应该从最高的纲领性文件入手，明确这节课的目标定位。丛书中所涉及的每一节课，其作者都查阅了自20世纪初到现在的一百多年来国内所有和国外部分数学课程标准（教学大纲），从标准的视角，展现出一节课教学要求的历史沿革过程并从中获得启示。

**3. 教材比较维度。**数学教材为学生学习一节课的内容提供了基本线索和知识结构，它是重要的数学课程资源。丛书对一节课的教材从多个角度进行比较研究。从时间的角度看，进行了纵向与横向比较研究。纵向比较研究是对不同时期出版的教材进行比较，特别是对同一个出版社或同一个主编不同时期编写的教材进行多角度比较，从历史的沿革中感悟一节课不同时期的编写特点；横向比较研究是对同一时期出版的多种不同版本教材进行比较，从地域的角度看，进行了中国内地（大陆）与港、澳、台地区教材的比较，以及国内外教材的比较。教材比较研究可以为研究这节课或给小学生上这节课的教师开阔视野，帮助找到更多有价值的课程资源。丛书不但在正文中对教材进行了比较，而且有些本在附录中完整呈现了多个版本的相关教材，供读者进一步研究参考。

**4. 理论指导维度。**我们知道，没有实践的理论是空虚的，没有理论的实践是盲目的。要上好一节课，自然需要理论的指导。奇怪的是，虽然有许多教育理论，但要真正系统地指导一节课的时候，特别是要指导一节课进入实践操作时，却又常常是困难的。丛书在数学教育理论指导课堂教学方面做了探索，努力做到让理论进入课堂教学实践，使得实践者能够真正感受到理论的力量。

**5. 学生起点维度。**学生是学习的主体，要进行一节课的教学，自然要研究学生的起点。丛书不仅阐述了了解学生起点的方法，而且围绕一节课的学习，对学生起点情况进行分析与研究，以便更好地进行教学设计。

**6. 教学设计维度。**有了上述五个维度的研究后，我们就可以进入教学设计的研究维度。丛书首先对一节课的教学设计进行综述，就是把散见在多种重要杂志和专著上的教学设计成果进行整理，试图明确这节课迄今为止的所有研究成果。然后根据学生的情况和多个不同的角度设计出新的不同的教学过程。这些新的教学设计都可以直接进入课堂教学实践。

**7. 课堂教学维度。**有了教学设计就可以进入课堂教学研究。这一维度主要是对一节课进行课堂教学的观察与评价，具体阐述了如何从多个角度了解教师与学生的情况，如何对教师的教与学生的学进行观察与评价。

**8. 课后评价维度。**课后评价维度是指在学生学习了一节课以后，对学生的学习

情况进行了解与评价。丛书主要从情感态度与“四基”（基础知识、基本技能、基本思想、基本活动经验）两大方面，对学生进行测查评价，包括如何进行课后测查与访谈，学生容易掌握的内容和容易出错的地方的调查与研究，等等。

**9. 校本教研维度。**校本教研的重要性不言而喻。丛书主要围绕一节课提供校本教研的活动方案，即提供了教师们对一节课开展系列研究的活动方案，以便在更广泛的范围内对一节课进行全面深入系统的研究。

上述九个维度是丛书研究的基本视角，丛书中每一本书的作者还会根据课的具体内容与特点有所侧重地展开研究。所以，每本书既有丛书的共性，又有自己的个性。

从写作形式来说，丛书中每一本书的目录基本都采用了问题形式，以便读者能够快速查到自己感兴趣的内容。正文中的阐述方式采用了平等对话的形式，并提出了一些问题让读者思考。这样的写作形式试图拉近作者与读者的距离，增加读者的参与度，让读者更感亲切。

## 这套书是如何形成的？

**时间与人员：**丛书撰写历时五年。丛书作者 25 人，有省特级教师、省优秀教师、省市教坛新秀和骨干教师。他们都是“朱乐平小学数学名师工作室”的成员，是经过自愿报名、笔试、面试后，在众多的报名者中脱颖而出者。

**目标与问题：**丛书撰写的目标是与大家分享成果，在分享中促进数学教师的专业发展，让更多的教师能够减轻工作负担，提高数学教学水平。如何真正促进数学教师的专业发展？有人说，要“实践—认识—再实践—再认识”。这很正确，但任何一个专业要发展都应该如此。也有人说，要“多读书，多交流”。这很对，但对所有专业的发展都适用。还有人说，要“多实践，多反思”。这也很有道理，但缺少了教师专业发展的特点。

**观念与操作：**通过课例研究，促进专业发展——这是具有教师职业特点的专业发展之路。数学教师主要通过一节节课的教学体现出自己的专业水平，学生主要通过一节节课的学习而成长。可见，对一节节课进行研究的重要性怎么强调都不会过分。数学教师通过一节节课的研究定能提高自己的专业水准，而研究出的成果又可以与同行分享，并有可能减轻同行的工作负担。正是基于上面的这些想法，我们才花五年时间写出了这套丛书，希望同行们能够从中得到一些启迪。

由于水平所限，书中难免存在不足甚至错误，敬请读者批评指正。

朱乐平

2013 年 7 月于杭州

# 目 录

## 1 方向与位置的上位数学知识研究

### 1.1 上位数学知识和相关内容的解读 / 3

表示位置的方法有哪些? / 5

方向就是方位吗? / 10

什么是相对位置的确定? / 11

左右概念的源起和什么有关? / 13

什么是绝对位置的确定? / 14

东南西北是从什么时候开始称呼的? / 16

方位的概念与哪些中国传统文化相对应? / 17

方向与位置的数学基础是什么? / 18

比较物和参照物可以互换吗? / 20

地图的方向都是“上北下南”吗? / 21

### 1.2 上位数学知识和相关内容对教学的启示 / 24

为什么要把方向与位置的学习放入小学数学? / 24

教学时宜用手性来分辨左右吗? / 25

确定位置时怎样用好方格图? / 26

## 2 方向与位置的数学课程标准比较与解读

### 2.1 国内数学课程标准的相关学习要求 / 31

方向与位置的学习要求是什么时候出现在课程标准中的? / 31

课程标准对首次出现的方向与位置学习内容给出了哪些教学建议? / 34

《课程标准(2011年版)》提出了哪些要求? / 36

《课程标准(2011年版)》能发展学生的哪些核心素养? / 39

## 2.2 国外数学课程标准的相关学习要求 / 45

国外数学课程标准对方向与位置教学有哪些要求? / 45

国外数学课程标准中关于方向与位置的教学要求有哪些特点? / 48

## 3 方向与位置的教科书比较与解读

### 3.1 科学、语文学科中的方向与位置学习 / 53

### 3.2 数学教科书中方向与位置内容的安排 / 55

### 3.3 相对位置的学习 / 57

为什么在教科书编排上都是先学“上下”“前后”，后学“左右”? / 58

不同版本的教科书安排的课时相同吗? / 59

教科书关于方向与位置的情境创设有哪些特色? / 59

教科书关于方向与位置的编排主线和相应内容是什么? / 60

教科书中哪些学习活动值得重视? / 64

### 3.4 绝对位置的学习 / 67

教科书是如何引出“东、南、西、北”的? / 67

教科书呈现了哪些学习方式? / 69

教科书提供了哪些学习情境? / 70

### 3.5 用数对确定位置 / 72

教科书是如何给出数对概念的? / 72

有序数对是对应“方块”还是对应“点”? / 75

能否把座位图抽象成点阵图? / 77

## 4 方向与位置的学前认知调查

“左右”何时不为难? / 81

南北两地学生惯用的位置标准有差异吗? / 92

学生会用数对确定位置吗? / 96

## 5 方向与位置的教学设计评析

### 5.1 让“左右”不再令人为难 / 105

如何从生活中的习惯出发学习“左右”? / 105

如何在游戏体验活动中学习“左右”? / 110

### 5.2 再也不怕“找不到北” / 114

如何从生活常识过渡到地图认识? / 114

走出教室在校园里如何认方位? / 118

如何从相对方位的学习迁移到绝对方位的学习? / 119

如何通过合作学习来认知方位? / 124

如何在位置教学中渗透极坐标表示法? / 127

### 5.3 用有序数对来确定点的位置 / 135

如何从行列表示法到用数对来定位? / 135

如何绕开行列引入数轴接轨坐标? / 138

如何根据空间结构的层次来学习有序数对的表示?  
/ 140

如何用有序数对表示动态的点的位置? / 142

## 6 方向与位置的习题研究

### 6.1 习题的评价 / 151

什么是好题? / 151

习题评价有哪些维度? / 152

《课程标准(2011年版)》中的样题处于什么水平?  
/ 163

教科书中的习题是如何分布的? / 164

**6.2 开放题与题组题的设计 / 171**

如何改编开放题? / 171

怎样设计题组题? / 176

**参考文献 / 186**

**后 记 / 190**

1

方向与位置的上位数学知识研究



你相信吗？“方向与位置”的知识居然与人类文明的进度息息相关。

传说 4000 多年以前，黄河中下游地区有三位杰出的部落首领。一位叫炎帝，姓姜，号神农氏；一位叫黄帝，姓姬，号轩辕氏；还有一位就是九黎族的首领蚩尤。

当时，部落之间因利害冲突，经常发生战争。蚩尤打败炎帝，又大举进攻黄帝部落。黄帝和炎帝结成部落联盟，在涿鹿同蚩尤决战，蚩尤战败难逃，被黄帝擒杀。黄炎联盟在打败蚩尤之后，也走向破裂，结果炎帝被黄帝打败。

传说涿鹿之战打得十分激烈。大战开始，黄帝准备用大水淹死蚩尤。蚩尤见势，请来风伯、雨师，刮起大风下起大雨。黄帝在危急关头，请来女神使天气放晴。蚩尤又造起了大雾，使黄帝的部众迷失方向。于是黄帝命人制造了指南车，用来辨别方向，最后把蚩尤打败。

辨清方向在任何时候都是有用的，航海、建造、出行、耕作、起居等都离不开方位的确定。指南车衍变后的指南针，因在现实生活中作用巨大，被列为“四大发明”之一。在现代，定位系统更是应用于人们生活的多个方面，发挥着越来越重要的作用。

从这一章开始，我们将带你一起走进方向与位置，了解数学中方向与位置的上位知识，以便能从宏观的视角认识它们，从而更好地进行教育教学。

## 1.1 上位数学知识和相关内容的解读

以什么来确定方向？我们常把太阳升起的地方称为东方，把太阳降落的地方称为西方，我们是以太阳的位置为参照标准确定方向的。表示方向的东、南、西、北和东南、东北、西南、西北合起来称为“四面八方”，表示位置关系的上、下、前、后、左、右则称为“六路”。如果一个人能“眼观六路，耳听八方”，则说明此人善于观察和分析，机智灵活。

这些方位词一直以来是地理学中的基本概念，在生活中也常常可以看见如解放北路、延安南路、中山中路等方位词的使用。方向与位置的关系以前并不是数学课程内容，直到2001年才被列入《全日制义务教育数学课程标准（实验稿）》[后简称《课程标准（实验稿）》]，修订后的《义务教育数学课程标准（2011年版）》[后简称《课程标准（2011年版）》]继续要求学习这“六路”和“八方”。有人认为，这些方位词因为常常在生活中用到，所以用不着专门花时间来学习。不过，事实并非那样简单，一旦进入到数学中，本来常见的概念却让学生们“左右”为难了，教师们有时也是莫衷一是。下面这道一年级数学练习题（图1-1），引起了广泛的争论（周燕芬，2005）<sup>39</sup>。如果由你来选，你认为哪边是左、哪边是右？



图 1-1

你的选择是什么？是你看到的狮子左边那2个笑脸，还是狮子自己左边的那3个笑脸？到底左边有几个笑脸？按照习题原作者的意图，本题要根据图中的观察标准的性质来确定。结果可以分三种情况：（1）观察标准是物

体，如果把图中的狮子换成没有生命的物体，比如是一个方块积木，那么应该回答左边有 2 个笑脸；（2）观察标准是人类，如果把图中的狮子换成成人，那么应该回答左边有 3 个笑脸；（3）观察标准是动物，如图中的狮子，那还要再将观察者的视角分为同向观察和异向观察两种，答案分别是 3 个和 2 个。按照这样的方法判断，这道题似乎解决了，2 个和 3 个都可以算作正确的。是这样的吗？

上面的问题引起了广泛的争论，原作者当然也“请教了专家，与同行们一起研究、讨论，对这个问题有了更深的理解，认为只要确定了‘标准’，左右问题就不难解决了”（周燕芬，2005）<sup>40</sup>。问题解决了吗？数学特级教师曹培英先生说：“据《小学数学教师》编辑部的同志介绍，他们还收到了为数可观的探讨左右教学的文章，其中很多文章涉及这类问题。笔者在平时的教研工作中，也不断地遇到教师询问类似问题的答案。”（曹培英，2006）<sup>5</sup>进一步地，曹先生又提出了两个常见的判断左右的问题，他认为这些问题对一年级学生来说是困难的，超出了他们的认知能力（详见“什么是相对位置的确定？”）。

### 思考

1. 按照上面的观点，我们在判断左右方向之前，先要区分观察标准是生命体还是非生命体，你认同吗？如果不认同，你的判断标准是什么？理由又是什么？
2. 如果你认同上述观点，当观察对象的标准是人或动物时，其生命体征存在与否会不会影响结果？

每一位小学数学教师都应该思考，表示位置的方位词进入数学后，作为数学概念，有什么特点？应该如何学习？小学生的生活经验会对这些数学概念的理解产生什么影响？是促进还是干扰？教学中我们要如何设计，以促进学生更好地认识和理解我们所处的三维空间，从而更好地生存与发展？

### 思考

1. 在生活中，我们是怎样表示物体之间的位置的？用到了哪些方位词？
2. 如果想要准确地知道物体的位置，有哪些方法？

## ✚ 表示位置的方法有哪些？

第一种方法是用表示方向和方位的词语表示。现代汉语里表示位置的常用词有 18 个：上、中、下、前、后、左、右、内（里）、外；东、南、西、北和东南、东北、西南、西北。许多城市的街巷名称也用到了这些词，如北京的街巷名称：东交民巷、西交民巷、南大安胡同、北大安胡同、前车胡同、后车胡同、建内大街、建外大街、和平里，等等。当然也有几个方位词联用的，如东直门外南后街等。

在确定位置时，一般先要说明以谁为参照标准，比如在下面这幅位置图（图 1-2）中，我们能够看到天安门在人民大会堂的东北方，人民大会堂在人民英雄纪念碑的西北方。说这两句话时，都是用“A 在 B 的……方向”这样的结构表示，其中 A 是目标物，B 是参照物。同样是确定天安门的位置，如果把 B 参照标准改成人民英雄纪念碑，那么天安门是在人民英雄纪念碑的正北方向。

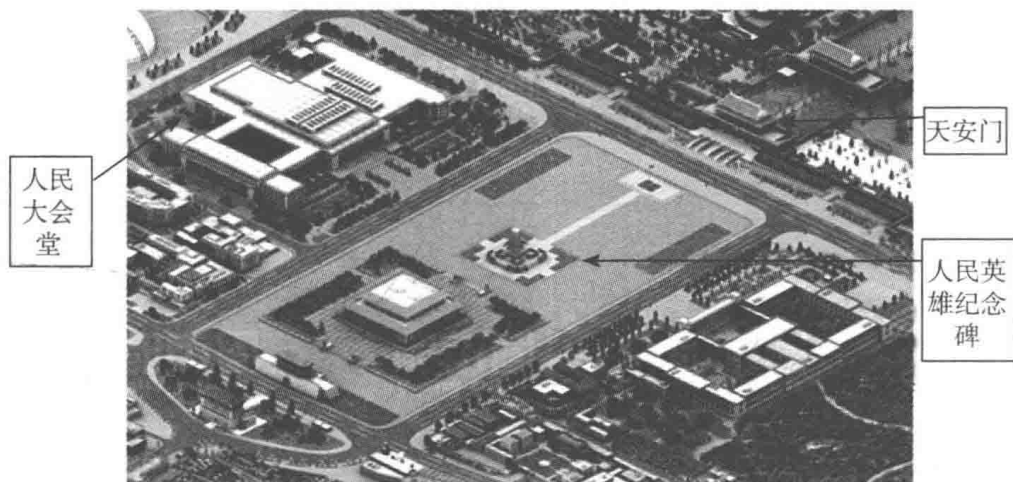


图 1-2

不过，单纯使用这些方位词只能大致标明位置，要想进一步精确地表示位置可以结合角度和距离，如天安门的位置（图 1-3）可确定为“天安门在人民大会堂东偏北  $50^\circ$  大约 500 米处”。

第二种方法是用有序数对表示。就是用一组特定的编码来表示物体的位置，比如用经纬度表示就是一种常用的方法，上例中的人民大会堂的位置在

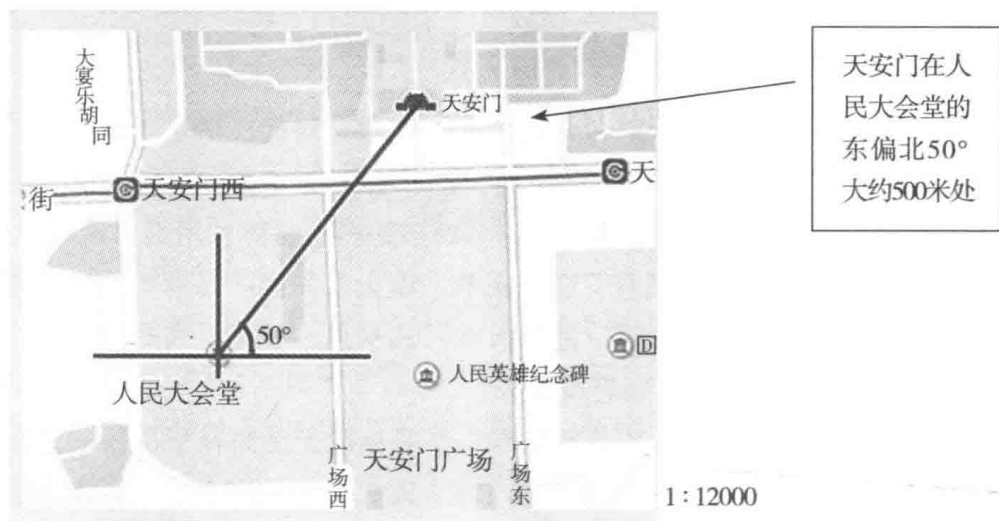


图 1-3

(N39.9, E116.4), 表示人民大会堂在北纬  $39^\circ54'$ 、东经  $116^\circ23'$  的位置。

用有序数对表示物体的位置, 要先设定参照物。在数学上我们把这个参照物的位置设为原点, 用  $(0, 0)$  表示。在图 1-4 中, 我们把人民大会堂的位置设定为原点, 在 1:12000 的地图上以 1 厘米对应数 1, 天安门的位置大致可以用有序数对表示为  $(3, 4)$ 。

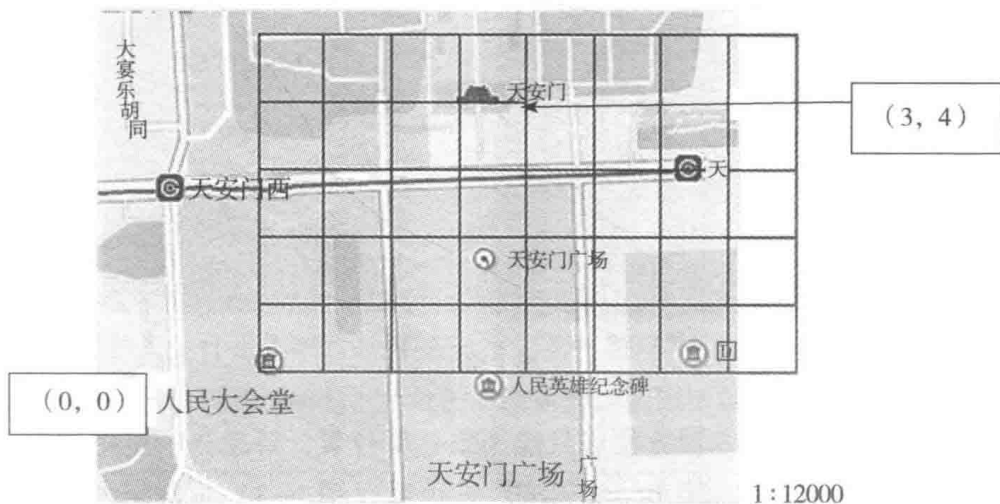


图 1-4

有序数对中的两个数是有顺序的, 一般把表示水平方向的数写在前,

把表示竖直方向的数写在后。坐标系就是用有序数对来表示的，它在坐标系中被称为“坐标”或“参数”。坐标系通过定义特定基准及其参数形式来确定物体位置。常见的坐标系有平面直角坐标系、极坐标系、空间直角坐标系、大地坐标系和为 GPS 全球定位系统使用而建立的坐标系 WGS84。在中小学主要学习平面直角坐标系、极坐标系。

**平面直角坐标系：**在平面内两条互相垂直、原点重合的数轴，组成平面直角坐标系，水平的数轴称为  $x$  轴或横轴，习惯上取向右的方向为正方向；竖直的数轴称为  $y$  轴或纵轴，习惯上取向上的方向为正方向；两坐标轴的交点为平面直角坐标系的原点。建立了平面直角坐标系以后，坐标平面就被两条坐标轴分成了四个部分，每个部分称为“象限”（图 1-5）。

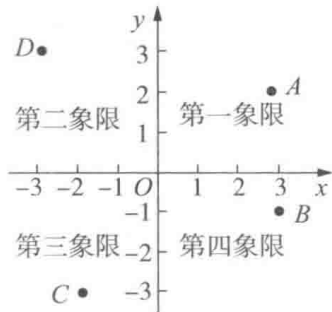


图 1-5

$x$  轴的正方向和  $y$  轴的正方向组成的部分是第一象限， $x$  轴的负方向和  $y$  轴的正方向组成的部分是第二象限， $x$  轴的负方向和  $y$  轴的负方向组成的部分是第三象限， $x$  轴的正方向和  $y$  轴的负方向组成的部分是第四象限。坐标轴上的点不属于任何象限。

表示位置的有序数对叫作这个点的坐标，在直角坐标系中各象限的点的坐标特点是：第一象限的点的坐标为  $(a, b)$ ， $a > 0$ ， $b > 0$ ；第二象限的点的坐标为  $(-a, b)$ ， $a > 0$ ， $b > 0$ ；第三象限的点的坐标为  $(-a, -b)$ ， $a > 0$ ， $b > 0$ ；第四象限的点的坐标为  $(a, -b)$ ， $a > 0$ ， $b > 0$ 。原点坐标为  $(0, 0)$ ， $x$  轴上的点的纵坐标为 0， $y$  轴上的点的横坐标为 0。因此，图 1-5 中四个点的坐标位置分别表示为： $A(3, 2)$ ， $B(3, -1)$ ， $C(-2, -3)$ ， $D(-3, 3)$ 。

如果确定了平面中任意两个点  $M$ ， $N$  的位置，设  $M(x_1, y_1)$ ， $N(x_2,$