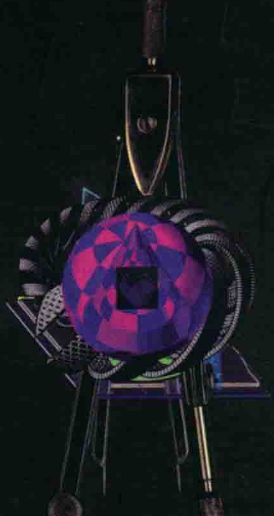
TAMEN XUESHENME
FAGUO ZHONGXUE SHUXUE KEBEN

他们学什么
法国中学数学课本

（Ⅲ）

刘培杰数学工作室　编译



哈爾濱工業大學出版社
HARBIN INSTITUTE OF TECHNOLOGY PRESS

TAMEN XUESHENME

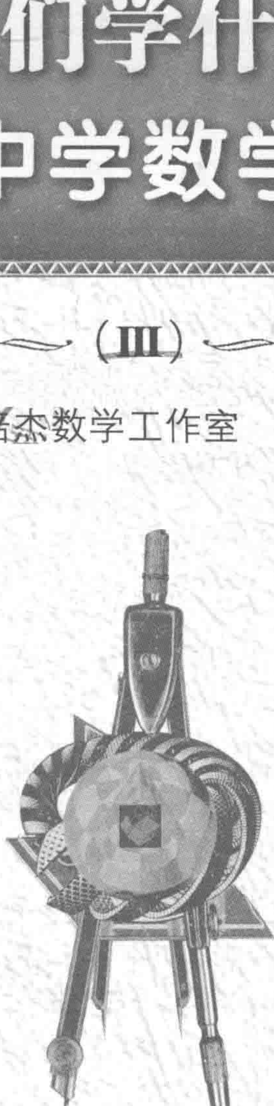
FAGUO ZHONGXUE SHUXUE KEBEN

他们学什么

法国中学数学课本

（III）

刘培杰数学工作室　编译



哈爾濱工業大學出版社
HARBIN INSTITUTE OF TECHNOLOGY PRESS

内容简介

本书编译自法国R·梅雅尔主编的中学数学课本第三册(上册)。全书共6章,包括:几个数的积,质数,有理数(第一部分),有理数(第二部分),代数的计算,一次方程。本书结构严谨,语言简练,内容浅显易懂,叙述详细,注重基础也重视应用性,是一本很有特色的中学数学课本。

本书可供中小学师生及数学爱好者参阅使用。

图书在版编目(CIP)数据

他们学什么.法国中学数学课本.3/刘培杰数学工作室编译.—哈尔滨:哈尔滨工业大学出版社,2017.1

ISBN 978－7－5603－5735－5

Ⅰ.①他… Ⅱ.①刘… Ⅲ.①中学数学课—教学参考资料 Ⅳ.①G634.603

中国版本图书馆CIP数据核字(2015)第287358号

策划编辑 刘培杰 张永芹
责任编辑 张永芹 王勇钢
封面设计 孙茵艾
出版发行 哈尔滨工业大学出版社
社 址 哈尔滨市南岗区复华四道街10号 邮编150006
传 真 0451－86414749
网 址 http://hitpress.hit.edu.cn
印 刷 哈尔滨市工大节能印刷厂
开 本 787mm×960mm 1/16 印张16.5 字数300千字
版 次 2017年1月第1版 2017年1月第1次印刷
书 号 ISBN 978－7－5603－5735－5
定 价 38.00元

1958年7月31日的
法国四年级教学大纲

算　术

举例说明将自然数分解为质因数的积的方法;求两个或两个以上的数的最大公约数和最小公倍数.应用.

代　　数

Ⅰ.有理数(正数,零,负数).线段的方向(向量);直线的方向(轴);轴上有向线段的数量;轴上点的表示(坐标).

Ⅱ.有理数的基本运算:加法、减法、乘法和除法.把五年级关于算术数的基本性质推广到有理数:和,差,积,n 次幂,商,不等于零的数的倒数;积为零的条件;负指数和零指数的定义;有理数的比较,不等式;关于和或差的绝对值的不等式;关于在同一轴上的三点的沙尔公式;用端点的坐标定义的线段:一条有向线段的数量,线段的长度和中点坐标.

Ⅲ.变量和变量之间的对应关系的概念.一个或多个变量的代数式;给定变量的数值求代数式的值;含一个或多个变量的单项式;乘法;同类单项式的加法;多项式;化简后的形式.含一个变量的多项式;次数;按幂排列的多项式;加法,乘法.关于积$(x+y)^2$,$(x-y)^2$,$(x+y)(x-y)$的恒等式.

Ⅳ.方程:问题的提出;在这种问题中等号"="的意义;数字系数的一元一次方程;利用这种方程解简单的应用题.

平面几何

Ⅰ.复习五年级学过的定义和所得到的结果.

Ⅱ.三角形中的不等式;线段的垂直平分线所分成的平面区域.

联结一定点与定直线上各点的线段的比较;点到直线的距离.

Ⅲ.平行线;两条平行线与一条截线相交所成的角;对应边平行的角;三角形的内角和,凸多边形的内角和与外角和.

Ⅳ.特殊四边形;梯形的内角的性质;平行四边形,矩形,菱形,正方形的角、

边，对角线的性质以及这些性质的逆性质；直角三角形斜边上的中线.

Ⅴ.一点与圆的相关位置；一条直线与圆的相关位置；圆的切线；联结一定点与定圆上各点的线段的比较；两圆的相关位置；经过两定点的圆；与两条直线相切的圆.

Ⅵ.同圆中的圆周角与对同弧的圆心角的比较.

Ⅶ.三角形中交于一点的直线：中线，垂直平分线，高，角平分线；三角形的外接圆；与三条直线相切的圆.

对四年级教学大纲的领会(摘自一般指示)

大纲的每一章包括的作业题目，这里不一一列举出来，各种作业的内容，是根据关于六年级和五年级的指示确定的，我们只着重地谈几点.

有理数的介绍，有理数的基本运算和这些基本运算的性质的学习，在轴上有向线段的数量的几何表示和沙尔公式，以及关于这些问题的各种应用等，显然应该从学生所熟悉的事物出发来引入，并且应该借助数值和作图的练习加以解释，只有通过这些练习才能把学生还没有学过的(至少没有以系统的和抽象的形式学过的)某些重要观念或概念明确起来：

——方向的概念(直线和轴，射线，线段)；

——名词和有关数的比较以及基本运算的符号在代数里的新意义(因为这些名词和符号形式上和算术里一样，但是它们所表示的概念和应该联想到的概念却完全不同)；

——变量和变量间的对应关系的概念，在开始讲授单项式和多项式以前必须讲解，只有从数值计算的实际练习入手才能使学生理解这些概念；

——方程的概念，方程应当是原来用普通语言叙述的应用题的符号表示，这个应用题的明确叙述决不应该被忽视(由此可见，解一次方程是已经学过的内容了，因为它和算术以及在代数里讲过的一个数能被另一个数整除的问题相同).

如果我们在上几何课时，用通常的绘图工具或随手画出一些实际的图形来配合讲授，学生就能更好地理解.我们要时刻记住大纲的指示和说明中所一再提出的：实验和具体的一次实践只能对个别的有局限性的问题作出结论，不能代替推理或省去一般的证明.因而，着重某些容易想象的实验和某些进行得顺

利的验证，所带来的对于许多问题理解的帮助，几乎没有多大益处.

本书介绍了一些天文现象，这是六年级和五年级大纲中的“实习作业”的内容的继续.这一部分似乎有些要求过高了，因为在这里必须补充（至少在无形中）目前系统的学习所不能增加的一些概念.因此，只要从这样年龄的学生起强调天文知识的重要性就够了.关于宇宙的初步知识，在六年级的地理课中，自然已经有所准备，现在应当利用各种机会加以深入（在大纲范围以外，而且不用考试），有经验的数学教师一定会发现并且创造这种机会.

不用说，在四年级和三年级里并不妨碍复习六年级和五年级在“实习作业”的标题下所列举的天文方面的事实和现象.并且，由于学生掌握的数学工具越来越完善，对于以前接触到的某些问题，往往能够重新进行更深入的研究.

原　序

本书是根据 1958 年 7 月 31 日决议所规定的四年级的新数学大纲编写的.

本书的编排忠实地保持着第一册和第二册的精神,因而在这方面不需再作特别的说明.下面我们把自己的某些意见告诉同事们.

算术.虽然本大纲一开始就讲授质数,但是我们认为在开始讲授把一个数分解成质因数的积以前,必须把五年级学过的关于几个因数的积和幂的概念加以巩固和充实.因此,本书从积和幂的讲授开始,而代数中相应的章节则减少了.

关于最大公约数和最小公倍数的应用,在旧大纲中只限于分数方面,而现行大纲允许更广泛的应用,因而我们充分地利用了这一点.

代数.在向量概念的应用和有理数的运算两方面,我们都遵照了大纲的规定.

为了避免坐标原点与一条轴上的向量的原点相混淆,我们采用了"起点"这个词.

在代数式的研究中,我们特别注意这一事实:只有在每个字母都代表一个有理数,因而每个代数式或它的组成成分事实上也都是有理数时(如果所选择的这些数使代数式不能计算时,则除外),这些代数式才有意义.因此,关于代数式的运算可以看作是关于它们的数值的运算.

在可以化成一次方程的方程中,我们没有提到那些用有理分式写法表示的方程,因为这不属于四年级教学大纲的范围.但仍有充分的关于恒等式和关于一个积为零的条件的习题.

几何.几何部分开始主要是复习五年级大纲中的基本概念,并附加了一些补充内容和大量的习题.

同事们对于三角形全等问题的叙述所采用的新的编写方式也许会感到惊奇.为了使我们的叙述比过去习惯的叙述更加正确起见,我们讲得比较多些.我们认为,文字的简练不应该离开精确和正确.

在关于三角形中的不等式这一章的开头,我们认为有必要集中地叙述一下关于算术中的等式和不等式的必要的概念.

利用"主要的"这个形容词,使得关于等腰三角形的某些叙述容易了些;同样,利用点在直线上的"射影"这个词也简化了某些句子.

我们之所以把欧几里得公理用它最初的形式叙述出来,这是因为没有充分

的理由要把它写成别的形式，再说，这样叙述，在很多情况下可以帮助我们证明两条直线相交.

在一个圆与一条直线或两个圆的相关位置的讲授中，圆都是在对各种情形进行讲授之后才画出来的. 事实上，我们应该尽可能使推理从具体的东西抽象出来.

几何作图都是根据已知数值提出的，以避免一些无益的讨论和几何轨迹的利用(在三年级的大纲中未列入). 这些作图题可以作为几何的画图作业，学生可在课堂上或在家里按教师的指示去做.

为了突出假设的作用，在四年级课本中取消了“必要和充分的条件”一词. 逻辑推理⇒具有必须重视和了解的首要作用.

天文. 我们认为在本册中应该暂时停一下，只简单地总结一下已知的天文知识. 新的知识只有在利用空间几何的某些语言的条件下才能引用. 这些知识将在第四册中继续讲授.

在每章的各节的后面有简单的应用. 在各章的后面有练习题和问题，按它们的难度而分成标有★，★★，★★★的三类. 有些题目已经解出，有些题目附有提示.

我们衷心地希望同事们对本书多提出意见，我们在此表示感谢.

原书编者

◉ 目录

第 1 章　几个数的积

Ⅰ. 几个数的积

预备作业

(1) 我们怎样理解“7 乘以 4”? 利用什么运算符号? 运算结果叫作什么?

(2) 对“4 乘以 7”回答同样的问题. 这两种情形所得出的结果相同吗?

(3) a 乘以 1;1 乘以 a;a 乘以 0 的积是什么?

(4) 怎样计算三个因数的积? 例如计算

$$a = 5 \times 3 \times 42$$

(先求 5 与 3 的积,等于 15,然后把 15 乘以 42,等于 630)

计算积

$$b = 5 \times 3 \times 42 \times 7$$

(5) 利用连续交换相邻两个因数的办法,证明从 $5 \times 3 \times 42 \times 7$ 可以导出 $7 \times 5 \times 42 \times 3$.

(6) 在一个商店里,每个箱子里装着十二瓶酒,所有箱子的大小都相同,并且一个挨一个地排成一个矩形,总共六层,每层有十箱. 用两种不同的方法计算酒瓶的总数:

a) 先算出每层的酒瓶数

$$12 \times 10$$

然后算出总数

$$12 \times 10 \times 6$$

b) 计算出每一竖行的酒瓶数,同时乘以竖行的数目(10). 得出的积是什么?

用字母 a, b, c 分别代替 12,10,6,写出一个等式,用它表明两种处理方法能得出相同的结果.

§1　复习写法

(1) 两个数(整数、分数或小数)的积已在前一学年(五年级)定义过. 那时,

我们利用写法

$$27 \times 35, 7 \times \frac{4}{3}, 3.2 \times 1.75$$

来表示被符号 × 隔开的两个数的积，并且读作

27 乘以 35…

(2) 当我们用字母(例如 a 和 b) 表示数时，两个数的积便可以写成

$a \times b$ 或 ab(省掉乘号“×”)

同时，我们习惯用

$$3b, \frac{4}{3}a\left(或\frac{4a}{3}\right)$$

这些写法分别代替

$$3 \times b, \frac{4}{3} \times a$$

但是，在用数字写成的两个数之间的符号“×”应当保留，所以我们写 12×37，不能把它写成 1237，否则就会引起混淆.

(3) 数 a 和 b 叫作积 $a \times b$ 或 ab 的因数.

(4) 应当注意下面的积

$$\boxed{\begin{array}{l} a \times 1 = 1 \times a = a \\ a \times 0 = 0 \times a = 0 \end{array}}$$

§2 几个数的积的定义

我们把这样得到的数叫作按一定次序给出的几个数的积：第一个数乘以第二个数，再把所得结果乘以第三个数，直到乘以给出的最后一个数为止.

给出的各个数都叫作积的因数(或因子).

这样，按 2,7,8,5,6 这样的次序给出的五个数的积，可以通过连续几次计算得出

$$2 \times 7 = 14, 14 \times 8 = 112$$
$$112 \times 5 = 560, 560 \times 6 = 3\ 360$$

同时把结果记作

$$3\ 360 = 2 \times 7 \times 8 \times 5 \times 6$$

§3 交换律

在前一学年里，我们已经肯定：对于两个或三个数的积来说，因数的次序并不影响计算的结果. 我们将要证明，这个性质可以推广到任意多个数的乘积的情形.

(1) 写出积

$$4\times 3.5\times \frac{7}{3}\times 5\times 1.2$$

为了计算它,根据定义,首先应当将4乘以3.5,然后把得到的只乘以$\frac{7}{3}$.假设

$$A=4\times 3.5\times \frac{7}{3}$$

这样,将A乘以5,再把得到的积乘以1.2,我们就完成了计算.但是,我们知道

$$A\times 5\times 1.2=A\times 1.2\times 5$$

(三个因数的积)

这就是说

$$4\times 3.5\times \frac{7}{3}\times 5\times 1.2=4\times 3.5\times \frac{7}{3}\times 1.2\times 5$$

我们可以利用字母写出下面的等式

$$abcde=abced$$

在几个因数相乘的积中,如果把最后两个因数交换,那么,积不会改变.

(2) 我们再来看上面得出的等式

$$4\times 3.5\times \frac{7}{3}\times 5\times 1.2=4\times 3.5\times \frac{7}{3}\times 1.2\times 5$$

把上式中等号"="两边的两个相等的积,先后乘以3和2.6,那么,新得出的结果仍然相等.因此

$$4\times 3.5\times \frac{7}{3}\times \underline{5\times 1.2}\times 3\times 2.6=4\times 3.5\times \frac{7}{3}\times \underline{1.2\times 5}\times 3\times 2.6$$

这个式子表明,如果把等式左边的相邻的因数5和1.2交换位置,那么,得出的积与原来的积相等.我们可以利用字母写出等式

$$abcdefg=abcedfg$$

交换积的相邻两个因数,积不会发生变化.

(3) 现在只剩下最后一步了.我们给出按顺序排列的六个因数a,b,c,d,e,f的积.我们将要证明,通过连续交换相邻两个因数的运算,可以得出几个因数按任意次序排列的积(以$bdacfe$为例).

把$abcdef$中的b与a交换,把b提到前面来

$$\underline{ab}cdef=\underline{ba}cdef$$

为了把d提到第二位,我们把它与c和a先后交换位置,这样,我们就得出

$$ba\,\underline{cd}ef=ba\,\underline{dc}ef,\quad b\,\underline{ad}cef=b\,\underline{da}cef$$

此时,a 和 c 正好在我们要求的位置上,因而只剩下交换 e 和 f 的位置这一步了

$$bdac\,\underline{ef}=bdac\,\underline{fe}$$

上面每次交换位置时,都不会改变这六个因数的积.这样,我们就得到了下面的基本性质:

法则　几个因数的积和这些因数的次序无关.

这个性质叫作交换律.

§4　**结合律**

假设

$$P=2\times7.3\times8\times\frac{4}{7}\times3$$

利用前面的性质,把因数 $7.3,\frac{4}{7}$ 和 3 提到前面来

$$P=7.3\times\frac{4}{7}\times3\times2\times8$$

用 A 表示积 $7.3\times\frac{4}{7}\times3$ 的值.根据积的定义

$$P=A\times2\times8$$

这样,我们就用以前讨论过的三个因数的积代替了这三个因数,而 P 不会改变.

我们可以利用字母写出下面的等式

$$abcde=ca(bd)e=(abc)(de)=(adc)be$$

其中(bd),(abc),(de) 等表示括号内的积应当先计算出来.

法则　如果把一个积中的某几个因数用它们的积代替,那么,得到的积与原来的积相等.

这个性质叫作结合律.

注意　相反的性质显然也是正确的.事实上,只要从下式的右边往左边读就可以了

$$2\times7.3\times8\times\frac{4}{7}\times3=A\times2\times8$$

这时,我们看出数 A 是用积 $7.3\times\frac{4}{7}\times3$ 来代替的,而且 A 正是 $7.3\times\frac{4}{7}\times3$ 这个积的值.

这个事实说明,把积中的某个因数用等于它的几个因数的积代替时,那么,积不会发生改变.

这样,想要乘以 12,只要先乘以 4,再乘以 3.

§5 **几个因数的积乘以一个数**

从积的定义推出

$$5\times1.25\times17\times8=(5\times1.25\times17)\times8$$

右端表示将括弧内的积乘以 8.

这个等式可以写成

$$(5\times1.25\times17)\times8=5\times1.25\times17\times8$$

同时,对等式的右边使用结合律就得出

$$(5\times1.25\times17)\times8=5\times(1.25\times8)\times17$$

我们看出,要想将 $5\times1.25\times17$ 乘以 8,只要将其中的一个因数(例如 1.25)乘以 8.

法则　要想将几个因数的积乘以一个数,只要用这些因数中的某一个与这个数的积来代替这个因数.

利用字母可以把这个法则写成

$$(abc)d=(ad)bc=a(bd)c=ab(cd)$$

这里,我们用 a 与 d 的积 ad 代替 a,或用 b 与 d 的积 bd 代替 b,或者用 c 与 d 的积 cd 代替 c.

§6 **几个因数的积的乘法**

下面的等式

$$abcde=(abc)(de),abcdefg=(ab)(cde)(fg)$$

是从结合律推出来的,可以把它们写成

$$(abc)(de)=abcde,(ab)(cde)(fg)=abcdefg$$

因此我们可以叙述成下面的法则:

法则　要想求几个因数的积的积,只要将各个积所包含的所有因数写成单一的积.

例:(1)$4\times\frac{7}{3}\times2.5$ 乘以 3×8 可以写成

$$4\times\frac{7}{3}\times2.5\times3\times8=4\times\frac{7}{3}\times3\times2.5\times8$$

我们在上式中交换了因数 2.5 和 3 的位置.

因为 $\frac{7}{3}\times3$ 和 2.5×8 分别等于 7 和 20,因此又可以写成

$$4\times7\times20$$

最后

$$28 \times 20 = 560$$

(2)$7ab$ 与 $12c$ 的积可以写成

$$7ab \times 12c = 7 \times 12 \times ab \times c$$

求出 7×12 和 $ab \times c$ 这两个积就得出等式

$$7ab \times 12c = 84abc$$

§7　几个因数的积除以一个数

§5 和 §6 里的法则反过来用就可以得出：

因为$(abcd) \times e = abcde$，所以 $abcde \div e = abcd$；

因为$(ace) \times bd = abcde$，所以 $abcde \div bd = ace$.

如果积

$$P = abcd$$

的某个因数(比方说 b)除以 n 所得的准确商是 q，那么，我们可以把它写成

$$P = a(nq)cd \text{ 或 } P = anqcd$$

根据前面的结果，有

$$P \div n = aqcd$$

法则　要想将几个因数的积除以一个数，只要用其中的某一个因数除以这个数所得的商代替这个因数.

特别是，当一个积除以它的某一个因数时，只要约去这个因数.

例

$(7 \times 5 \times 4) \div 5 = 7 \times 4$	约去因数 5
$(24 \times 35 \times 10) \div 5 = 24 \times 7 \times 10$	将 35 除以 5
$= 24 \times 35 \times 2$	将 10 除以 5
$42ab \div 7 = 6ab$	将 42 除以 7
$15ab \div 3a = 5b$	将 15 除以 3，并且约去因数 a
$12xyz \div 2x = 6yz$	将 $12x$ 除以 $2x$
$24xyz \div 3yz = 8x$	将 $24yz$ 除以 $3yz$

总　结

$ab = ba$　　　　$abcde = bceda$

$abcde = (abc)(de) = (ac)bde$

$a \times 1 = a$　　　　$a \times 0 = 0$

$4a \times 3b = 12ab$　　　　$12abc \div (3b) = 4ac$

$abcd \div (bd) = ac$　　　　$(abc)m = a(bm)c$

特别重要的是不要混淆下面的公式

$$\boxed{\begin{gathered}(abc)m=a(bm)c\\(a+b+c)m=am+bm+cm\end{gathered}}$$

用语言叙述出来就是：

第一个式子是：积 abc 与一个数 m 的积；

第二个式子是：和 $a+b+c$ 与一个数 m 的积.(见第二册)

应用

1\. 计算 $2.5\times3\times\dfrac{7}{5}\times1.4$ 这个积.

2\. 说明：为了从积 $13\times5\times8\times10\times7$ 得到 $5\times7\times10\times8\times13$，应当怎样进行交换相邻两因数.

3\. 在下面各个积中

$$5\times3.4\times2\times7,4\times15\times6\times125$$

$$4\times13\times15\times25,6\times8\times\frac{7}{3}\times5$$

应该如何排列因数的次序，才能使计算最为简单.

计算下面的积：

4\. $\left(3\times\dfrac{5}{2}\times4.3\right)\times4,(3\times2.25)\times\left(4\times\dfrac{5}{6}\right)$.

5\. $7\times3.5\times\dfrac{1}{14}\times\dfrac{4}{7},5\times1.8\times\dfrac{2}{3}\times4$.

6\. $0.125\times5\times7\times8,\dfrac{8}{3}\times4\times6\times\dfrac{9}{8}$.

7\. $30a\times3b\times2c,30a\times3b\times3c$.

8\. $(30a+3b)\times2c,(30a+2b)\times3c$.

9\. $12a\times7b\times4c,7a\times4b\times12c$.

10\. $(a+3b+4c)\times5,(a\times3b\times4c)\times5$.

计算：

11\. $12abc\div6ac,25abcd\div5bd$.

12\. $51xy\div17x,39axy\div13ay$.

13\. $24abx\div3a,5abxy\div5axy$.

14\. $(20ab\times35c)\div28,(18ab\times15cd)\div45bd$.