

国家自然科学基金青年基金项目 (61702467) 资助

三维动态几何系统的

设计、实现和教育应用研究

刘郑 刘袁缘 著

非外借



中国地质大学出版社
ZHONGGUO DIZHI DAXUE CHUBANSHE

国家自然科学基金青年基金项目(61702467)资助

三维动态几何系统的设计、 实现和教育应用研究

刘 郑 刘袁缘 著



中国地质大学出版社
ZHONGGUO DIZHI DAXUE CHUBANSHE

图书在版编目(CIP)数据

三维动态几何系统的设计、实现和教育应用研究/刘郑,刘袁缘著. —武汉:中国地质大学出版社,2018.12

ISBN 978-7-5625-4460-9

I. ①三…

II. ①刘… ②刘…

III. ①立体几何-多媒体教学-研究

IV. ①O123.2-4

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2018)第 286351 号

三维动态几何系统的设计、实现和教育应用研究

刘郑 刘袁缘 著

责任编辑:郑济飞 马 严

责任校对:徐蕾蕾

出版发行:中国地质大学出版社(武汉市洪山区鲁磨路388号) 邮编:430074

电 话:(027)67883511 传真:(027)67883580 E-mail:cbb@cug.edu.cn

经 销:全国新华书店 http://cugp.cug.edu.cn

开本:880毫米×1230毫米 1/32

字数:150千字 印张:4.25

版次:2018年12月第1版

印次:2018年12月第1次印刷

印刷:武汉永立得印务有限公司

ISBN 978-7-5625-4460-9

定价:35.00元

如有印装质量问题请与印刷厂联系调换

前 言

将信息技术深入应用到具体学科,以构建体现学科特点、学生认知特点和教学规律的数字化学习环境、学习工具和学习资源,是改变传统教学方式、实施人才培养创新的一条有效途径,也是教育信息化的趋势与潮流。数学在基础教育阶段处于核心地位,因此,在信息技术与学科整合研究领域,它是最受关注、研究最深入、应用最成功的一门学科,主要标志是动态几何技术的出现和动态几何软件的广泛应用。自第一款动态几何软件《几何画板》问世以来,动态几何的教育价值得到了世界各国教育专家和教师的充分肯定。

几何是中学数学的重点,立体几何则是重点中的难点。与平面动态几何相比,三维动态几何系统的设计与实现难度更大,主要表现在三维动态几何的实现机制、空间图形及空间关系的呈现、用户与空间图形的交互等方面的设计与实现。目前,国内外已有一百多款动态几何软件,其中绝大部分仅涉及与平面几何相关的知识点,只有少数几款具有立体几何教学功能,并且,这几款三维动态几何软件中较为成熟的都是国外开发的,无法满足我国立体几何教学的实际需求。因此,研究三维动态几何的实现机制和核心技术,为我国立体几何教学量身定做一款动态几何系统,具有重要的理论意义和现实价值。

本书对三维动态几何的实现机制和核心技术进行了深入系统的研究,并面向我国立体几何教学需求设计开发了一款三维动态几何系统,最后对该系统的教育应用价值进行了分析和讨论。主要研究工作和创新点如下。

(1)研究了动态几何的实现机制,提出了用有向无环图的数据结构来表示三维空间中的几何图形和几何关系,研究了基于数值计算

来求解几何约束问题的实现方法,一是基于有向无环图和数值计算设计了一种混合式几何约束求解算法;二是基于有向无环图的数据结构,设计了一套高效更新机制,能在图形运动变化中实时保持几何体之间的固有几何关系不变。

(2)提出了一种满足“数形结合”设计思想的参数化模型,突破了以“父子链表”为核心数据结构的传统动态几何设计框架。基于参数化模型,能通过参数的变化来更加准确地控制图形的运动和变化,并能通过参数在多个图形之间建立联系并统一控制。此外,参数化模型可方便地将几何属性和代数运算联系起来,以呈现复杂多变的动态效果。与传统的基于鼠标的驱动方式相比,参数驱动极大地丰富了动态几何的交互方式,扩展了动态几何的功能。

(3)针对我国立体几何教学的实际需求,设计了三维动态几何软件的系统架构,研发了一款具有立体几何图形绘制、几何关系动态保持、图形拾取、动画、轨迹、跟踪、测量、迭代和代数运算等功能的三维动态几何系统,并面向立体几何教学制作了一系列教学案例资源。

(4)根据立体几何教学的具体需求,将本次研发的三维动态几何系统与国外知名三维动态几何软件 Cabri3D 进行了功能对比,验证了本系统在功能、知识点覆盖,操作舒适性与便捷性等方面的优势。此外,通过教学案例资源对本系统的教育价值进行了分析和论证,表明本系统能够有效引导学生经历“直观感知—操作确认—思辨论证—度量计算”这一过程来学习和探索立体几何知识,有助于培养学生的空间想象能力和几何直观能力。

本书系统阐述了三维动态系统从设计、实现到教育应用的完整过程,为信息技术与学科整合研究提供了实证性的参考和依据,对开发类似学科教学工具有一定的借鉴作用,对促进教育信息化向纵深发展具有一定的推动作用。

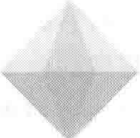
刘 郑

2018年8月

目 录

第一章 绪 论	(1)
第一节 研究背景与意义	(1)
第二节 国内外研究现状	(4)
第三节 研究内容和组织结构	(13)
第二章 动态几何机制研究	(18)
第一节 动态几何的本质	(19)
第二节 基于有向无环图和数值计算的几何约束求解方法	(26)
第三节 动态几何的更新机制	(39)
第四节 数形结合的参数机制	(43)
第五节 本章小结	(54)
第三章 系统架构及关键技术设计	(56)
第一节 系统的设计思想	(56)
第二节 系统的架构	(61)
第三节 智能的几何作图模式	(64)
第四节 立体几何图形的拾取	(68)
第五节 高级动态几何功能的实现	(70)
第六节 本章小结	(83)

第四章 三维动态几何系统功能与案例展示	(85)
第一节 系统简介	(85)
第二节 功能介绍以及案例展示	(86)
第三节 教学资源制作方法	(93)
第四节 本章小结	(100)
第五章 三维动态几何系统在教学中的应用价值探讨	(101)
第一节 三维动态几何系统是深入学科的教学辅助工具	(101)
第二节 三维动态几何系统能达到立体几何的课程目标	(105)
第三节 三维动态几何系统全程支持立体几何学习	(107)
第四节 三维动态几何可以作为动态几何课程的补充	(114)
第五节 本章小结	(116)
第六章 总结和展望	(117)
第一节 研究总结	(117)
第二节 研究工作展望	(119)
主要参考文献	(121)
附 录 三维动态几何精选案例集锦	(129)
致 谢	(130)



第一章 绪论

第一节 研究背景与意义

计算机对社会产生了巨大的影响,教育领域也不例外。通过使用计算机将教育技术成功地应用到教学过程中,进而实现教育质量和学生能力素质的显著提升,是教育信息化的重大意义所在(何克抗,2006,2009)。将信息技术深入应用到具体学科,以构建体现学科特点、学生认知特点和教学规律的数字化学习环境、学习工具和学习资源,是改变传统教学与学习方式、实施人才培养创新的一条有效途径,也是教育信息化的趋势与潮流。数学在基础教育阶段处于核心地位,因此,在信息技术与学科整合研究领域,它是最受关注、研究最深入、应用最成功的一门学科,主要标志是动态几何技术的出现和动态几何软件的广泛应用。自第一款动态几何系统《几何画板》问世以来,动态几何的教育价值得到了世界各国教育专家和教师的充分肯定。

发现和认识事物变化中的不变量和不变性是数学研究的任务之一。变化中不变的东西,往往是最重要的东西,是刻画了变化的特性的东西,任何科学都关心某种变化中不变的东西。在计算机屏幕上作出的几何图形,如果在变化和运动中能保持其几何约束不变,就叫作动态几何图形(张景中等,2007,2008)。动态几何图形有两个基本特点:一是图中的某些对象可以用鼠标拖动或用参数的变化来直接驱动其变化;二是其他没有被拖动或直接驱动的对象会自动调整其位置以保持图形原来的几何性质。有关动态几何作图的理论和应用

学科,就是动态几何(张景中等,2008)。

第一款动态几何系统《几何画板》面世于20世纪80年代,是美国国家科学基金支持的项目研究成果。其问世后,动态几何的教育价值很快得到世界各国教师和教育家的肯定(毛雪琴等,2008;裘红明等,2007;唐卫宁等,2000;沈捷,2007),其后欧美国家又相继研发出更多的动态几何软件用于教育。《几何画板》的面世开创了几何现代化教学的新篇章——用计算机来进行几何教学。

在张景中院士的指导下,我国自主研发的平面动态几何系统《超级画板》是为我国基础数学教育量身定做的学科工具软件,它与具体学科紧密相连,具有智能性、动态性、交互性和趣味性等特点(张景中,2008;徐素霞等,2006),深受广大师生欢迎。它能帮助学生理解抽象的数学概念,帮助学生发现丰富多彩的数学世界,是学生实施变易理论,获取基本活动经验的优秀认知平台,其对我国中小学平面几何的教学起到了积极的推进作用(方海光等,2008;唐彩斌等,2009;邹军华等,2010)。中国人民大学书报资料中心的报刊资料《初中数学教与学》在2012年第3期开设专题“超级画板应用”,且刊登了多篇“超级画板应用”的相关文章。

现在平面动态几何系统的发展已经进入了一个成熟的阶段,国内外知名的平面动态几何系统除了前文提及的两款,还有法国的Cabri-Geometry、德国的Cinderella等,这些平面动态几何软件各有特点,有的具备自动推理功能(方海光等,2008;江建国等,2006;张景中等,2009;邹宇等,2010),有的可以在非欧几里德平面进行作图,有的有完备的符号计算功能等。

几何是中学教学的重点,立体几何则是重点中的难点。在传统立体几何教学中,教师通常用粉笔徒手在黑板上描画空间图形,这样很难表现出图形的立体感,而此时大多数学生的空间想象力还处于培养阶段,因而难以去想象图形的空间形状,从而影响他们对立体几何知识的理解(Hauptman H,2010;Martin S et al.,2009)。因此立体几何课堂对能有效辅助教学的学科软件的需求是迫切的。

和平面动态几何系统相比,三维动态几何系统现在还处在一个研究和发展的阶段。由于开发难度较大,目前国内外面向基础教育的具有立体几何功能的动态几何系统较少,难以满足我国巨大的教学需求。若利用已有数学教育软件中的平面几何功能去绘制立体图形,不但作图过程繁琐,而且花费教师的大量时间,最终只能表现出相当有限的立体图形效果,教学效果也大打折扣。所以亟待一款深入研发的立体几何学科的教学辅助系统。

根据相关文献的分析和三维动态几何系统开发中的经验总结,简要罗列出在研发三维动态几何系统中面临的困难(张景中等,2010;梁维高,2010;张素婷等,2017;金水光等,2017;郭肖,2016)。

1. 空间几何体的构造和相关算法的复杂性

相对于平面动态几何系统来说,空间动态几何中几何体的构造和相关的算法要复杂得多,例如,通过任意多的空间点集来构造凸多面体的算法、计算凸多面体或二次曲面和平面相交所得的几何图形的算法等。并且几何体约束关系的数量相对于平面几何来说也大大增加,这无疑加大了三维动态几何系统中几何体相关算法开发的难度和工作量。

2. 需要设计合理的更新机制来处理空间中大量几何体和几何关系的实时更新问题

动态几何的核心概念就是每当有几何元素位置改变时,和它相关的其他几何元素也必须重新计算其位置以保持原有的几何约束关系不变,因此每当有几何体位置改变时,页面中相关的几何体就必须重新进行计算。由于三维空间中的几何信息量巨大并且几何约束和构造算法比较复杂,所以为了保证用户在拖动过程中系统的流畅度和实时性,需要设计合理的页面更新机制和相关的数据结构。

3. 需要设计一套合理的空间几何体交互机制

在空间中对几何体进行观察和交互比起在平面中要更加复杂。在平面系统中选择和拖动一个几何体是直观和容易处理的问题。但是在空间中让用户能选中他们所需的几何体,将用户在屏幕上拖动

的一段二维向量转化为空间中的三维向量,保证几何体拖动时其空间几何约束关系不变,这些都是系统设计时需要考虑和解决的问题。

从以上介绍可以看出,立体几何这门课程不仅老师难以教授,学生学习起来也困难,想要开发一款教学系统来辅助这门课程的教学也是非常复杂的。因此如何设计和实现一款面向中学立体几何的三维动态几何系统是有着重大的研究意义和教育价值的。

基于这种背景,作者所在的项目组在张景中院士的指导下开发了一款面向中学立体几何的三维动态几何系统。其不仅具备动态几何软件的基本功能:动态作图、几何变换、参数驱动动画、动态测量、跟踪和轨迹、用户自定义作图工具等;而且还具有较高的智能性,能通过智能画笔来自动判断用户的意图并进行作图。

在充分吸收《超级画板》优点的同时,笔者希望该系统能取得如《超级画板》一样的在教学上的成功,使它不仅能帮助学生理解空间图形,提高学习效率,还能帮助教师备课授课,减少教师教学工作的重复性、机械性劳动,给师生提供一个日常学习的工具、课件制作的平台、实验探索的环境、创新思维的触媒、艺术欣赏的园地。本研究工作紧密围绕三维动态几何系统的设计、实现和教育应用展开。设计出一款面向具体学科,具有鲜明学科特色,深入学科的教学系统,能满足中学立体几何教学

第二节 国内外研究现状

活动需要的三维动态几何系统。本书主要的研究内容是如何设计一款三维动态几何系统来辅助中学立体几何的教学。研究的现状分为两个部分:第一部分对现有的知名动态几何系统进行分析和评价,这部分中首先介绍最为著名的几款平面动态几何系统,读者可以从了解到动态几何系统的发展历史和功能扩展的趋势;接下来重点列出了几款最为知名的三维动态几何系统并分析了它们的优缺

点,读者可以了解到当前的三维动态几何系统存在的问题,并发现其并不能满足我国立体几何教学的需求。第二部分是对现在中学立体几何教学中常用的辅助教学的信息技术进行介绍和评价,让读者了解到由于缺少深入学科的教学辅助工具,我国立体几何课堂的信息化并不成功,还处于一个较为落后的状态。

一、平面动态几何系统

1. 几何画板(Geometer's Sketchpad)

《几何画板》是20世纪80年代美国科学基金项目支持的研究成果,其基本功能是平面几何图形的动态制作和变换,能动态地展现图形的变化,其动态性、直观性等特点十分适合师生用来进行课前课后的辅助学习、探索和创作(梁维高,2010;王竹,2001)。《几何画板》作为第一款平面动态几何系统是动态几何系统的典型代表,之后其他的平面动态系统大都会在其特点和优势上吸收和改进(王琳,2011;李琼,2011;何立特,2009)。《几何画板》的优势在于平面几何作图功能强大、软件小巧玲珑、使用稳定流畅、图形迭代功能强、提供用户自定义的工具箱能方便地保存用户的作图命令序列(张景中,2010)。缺点是在代数、统计、算法等非几何方面没有相应的功能支持,需要其他的教学软件来辅助这些方面的教学;在操作方面需要学习的技巧较多,入门和提高需要花费较多的时间和精力。

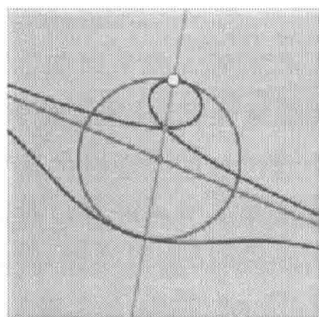
2. 超级画板

《超级画板》是在张景中院士的指导下开发的一款平面动态几何软件(张景中等,2007,2008),设计的初衷就是吸收《几何画板》的长处,弥补其不足,是为我国基础教育量身定做的,它的主要功能可以归纳成八个字,叫作“写画测变,编演推算”(张景中,2007)。总的来说,《超级画板》是一个集成型系统,它具备了类似《几何画板》的动态几何功能,PowerPoint的文档演示功能,Excel的电子表格功能,Mathematica的符号运算功能和Virtual Basic的算法编程功能等,并且在此基础上又添加了动态测量、自动推理等功能。就数学与物

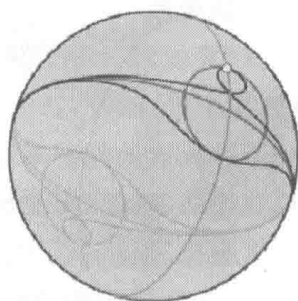
理的教学需求而言,凡是《几何画板》能做的课件,《超级画板》都能够做;但是《超级画板》能做的许多事,例如分式计算,大整数计算,符号计算,几何自动推理,算法编程等,是《几何画板》做不到的。《超级画板》这款国产动态几何软件在我国已取得巨大的成功,经文献统计(马复等,2005),其已经在我国 19 个省市的近千所中学成功推广,有一些师范类大学还开设了动态几何课程,并使用《超级画板》作为主要的教材辅助软件。

3. Cinderella

Cinderella 是一款非常有特色的动态几何软件(Kortenkamp, 1999)。它不同于传统的平面动态几何软件,它是同时基于投影几何(Projective Geometry)和凯莱克莱因几何(Cayley-klein geometry),因此其可以在非欧几里德平面里作图,并且从不同的角度进行观察,如图 1-1 所示。由于是用 Java 语言进行开发的,因此能非常便捷地运行在网页上与用户进行实时交互,其强大的网络功能使用户在互联网上作图和创建课件就像在一般的桌面动态几何系统中一样方便,特别适合远程教学,且非常有利于教育教学。Cinderella 还包括一个基于数值计算的定理证明器,能够在用户作图的过程中自动的发现图形中包含的几何性质和定理,并且在此基础上对用户所作练习的正确性进行检查,这一特性非常适合用户对图形进行几何性质的探索。



(a)



(b)

图 1-1 Cochoidal 曲线在欧几里德(a)和球面空间(b)的视图

4. Geometry Expression

Geometry Expression 是一款世界领先的交互式符号几何系统, 可以按符号约束或者数字输入进行定义。绘图上的测量与计算不再是唯一单纯的近似数字, 可以是精确的符号或公式, 相当于数学公式的推导。通过参数和符号来定义轨迹, 可以为用户的绘图带来强大的生命力。能正确地画出几何图形是件困难的事情, 但通过使用该软件能非常容易地完成一些复杂的尺规作图问题。该系统是交互式几何工具和代数系统结合的一项杰出成果, 其特点是通过代数方程的形式来表示几何体和几何约束, 通过解方程的方法来代替步骤化的传统尺规作图。

5. Java 版几何专家(JGEX)

该系统由中国专家开发于美国卫奇塔州立大学, 是一款集平面几何作图、推理以及证明演示于一体的软件(Ye Z et al., 2010)。在自动推理方面该软件系统实现了吴方法(Ling R et al., 2010)、Gröbner 基法(Kapur D, 1986)、全角法(Chou S C et al., 1996)、演绎数据库法(周威青等, 1996; Chou S C et al., 2000), 他在基于等式型的几何定理的推理方面表现出了强大的功能, 但最吸引人和区别于其他同类平面动态几何软件的地方还是其动态可视证明部分的研究成果。通过证明的动态可视化, 对于一个复杂定理的证明过程可以用变化的图形来表述, 而不是传统的基于文字的方法, 这样能使产生的证明更加容易读懂。其核心思想是“看到即理解(叶征, 2010), 通过直观的图形, 简单的表达式, 辅以少量的文字, 将枯燥的证明过程生动灵活地展现出来, 极大地方便用户去阅读和理解定理的证明过程。

二、三维动态几何系统

1. Cabri3D

2004 年法国推出的 Cabri3D, 诞生于法国国家科学研究中心(CNRS)和法国格勒诺布尔的约瑟夫-希尔大学(Joseph Fourier U-

niversity),是世界上第一款正式的专门针对立体几何设计的三维动态几何系统,它充分利用电脑显卡所展示出的强大图形表现力让人印象深刻,通过使用该软件能方便地进行空间几何体的构造、观察和操控,有助于培养学生的立体感,提高学生的空间想象能力,能大大改善立体几何的教学质量,提高学生成绩。在先进的图形技术和几何算法支持下,该款软件在空间几何体的表现力上无疑是目前世界上最前沿的(图 1-2),但是其缺点也非常明显。作为一款动态几何软件,其动态几何的相关功能并不完善,比如其动画功能过于简单并没有给用户提供足够的接口,没有轨迹、迭代等平面动态几何系统所拥有的基本功能,而这些功能却是教师在课件制作时必不可少的,也是学生在进行几何探索时的必备工具,另外一个较大的弱点是代数和几何功能联系得并不十分紧密,这一点将会在后文中详细讨论。

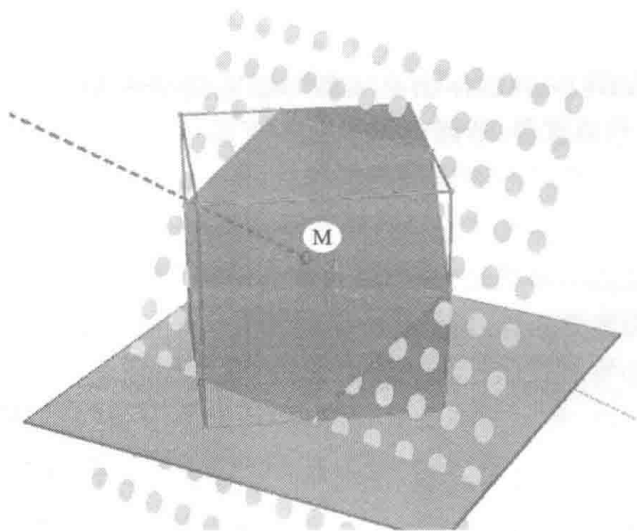


图 1-2 Cabri3D 完成的平面截立方体切面变化图

2. Calques3D

Calques3D 是为了辅助法国的立体几何教学而创建,其主要目标是让学生使用该系统进行观察、构造和探索立体几何图形。用户

可以使用该系统通过平面和空间两种方式来观察立体几何图形,并且在空间中可以从任意的视角进行观察。几何体的构造方式也和一般的动态几何系统相似,通过使用点、线、面等基本的几何图形和平行、垂直、相交等关系构建复杂的几何图形。该系统最大的特点是提出了使用“多重表达方式(Multiple External Representations)”来改善用户的“学习环境(Learning Environment)”的思想,简单来说就是对一幅几何图形可以用多种形式来进行表示,以方便教师的教学和学生的探索。

目前该系统提供五种窗口来对几何图形进行描述,分别为“空间显示窗口(Universe)”用来对空间几何体进行绘制;“跟踪显现窗口(Tracing)”用来显示用户选择的部分几何体,该功能主要是方便用户从复杂的空间几何图形中抽取其感兴趣的部分来进行重点探索和观察;“构造历史窗口(History)”用文本形式来详细记录用户的作图步骤,该功能有助于教师对学生所完成图形的正确与否进行评判,也有利于学生学习复杂图形的绘制;“数学工具窗口(Mathpad)”用代数形式来记录一些基本几何图形,如点、线、平面的方程;“图窗口(Graph)”用图的形式来记录动态几何元素之间的“父子关系”,其结点代表几何元素,弧代表几何约束。该系统的缺点也十分明显,只能用点和线条来绘制几何图形,所以绘制出的图形空间感较差,系统的动态几何功能较弱,系统里没有完善的代数功能等。

3. Archimedes Geo3D

Archimedes Geo3D 是由德国教授 Andreas Goebel 所设计,和 Cabri3D 一样,运用了现代的图形硬件来对几何体进行渲染,其在渲染上最大的特色是可以对多边形进行贴图,并且完整地实现了光照产生的全局阴影效果,这极大地提升了用户的感官体验。作为一款三维动态几何系统,一是能作出空间几何体并自由拖动它们;二是从任意角度进行观察并且具备动态几何的跟踪和迭代功能;三是提供了函数作图功能和宏作图功能。该系统和成熟的商业软件 Cabri3D 比较起来,在交互性和稳定性上有较大的差距。

4. “Z+Z”智能教育平台系列中的立体几何

我国的“Z+Z”智能教育平台系列中的立体几何的自动推理功能是非常强大的,不仅能让机器自动推理,还能让用户进行交互式推理,并且还能对用户的解答给出评价和修改(马复等,2005)。但是由于开发于20世纪90年代末期,受限于当时的技术,其几何图形的显示和交互存在很大缺陷,作为一款动态几何系统也只具备了简单的动画功能,因此并不适用于当前的立体几何教学。

5. 英壬画板

《英壬画板》是一款由我国自主研发的通用三维几何教学软件,目前还在不断地改进和完善中。用户不仅能方便地制作、编辑和控制几何语言或几何方程式描述的三维几何模型,还可以以任意视点、景深和透视度对几何体进行显示和观察。该系统除了能在三维空间中构建点、线、圆、平面、多面体和二次曲面等常见的几何体外,还能通过几何方程(包括隐函数)来构建曲线和曲面。由于该软件是由个人自主研发的,在系统的稳定性、用户操作的舒适度和显示效果等方面与成熟的商业软件 Carbri3D 比起来还有一定的差距。但其优点是有完善的作图功能,特别是可以通过方程进行曲线和曲面作图。

三、目前我国立体几何教学的落后现状

目前我国的立体几何课堂上使用的信息技术手段较为落后,许多学校还是使用最为传统的在黑板上用粉笔进行空间几何体绘制的教学方式,而使用的信息技术手段也无法满足立体几何教学需求。下面将对我国立体几何教学中常用的计算机辅助教学手段进行介绍并分析其缺陷。

1. 使用传统的 PowerPoint 进行教学

将书本中复杂的内容和图例制作成 PowerPoint 文件,然后用计算机放映给学生看。如果把用信息技术辅助教育分为几个时代,那么第一个就是 PowerPoint 时代,使用 PowerPoint 制作的课件优点是比较精美、华丽,但缺点是交互性不强,没有开放性,直接导致其只