考研数学命题人士豪金系列丛书

2017

双色印刷+全真模拟+精彩解析

考研数学命题人
全真终极冲刺8套卷

（数学二）

全国硕士研究生入学考试辅导用书编委会　编著

北京大学　尤承业　教授　清华大学　徐　荣　教授

北京大学　刘德荫　教授　首都师范大学　童　武　教授

北京航空航天大学出版社
BEIHANG UNIVERSITY PRESS

考研数学命题人土豪金系列丛书

2017

双色印刷+全真模拟+精彩解析

考研数学命题人全真终极冲刺8套卷

(数学二)

全国硕士研究生入学考试辅导用书编委会 编著

北京大学 尤承业 教授 清华大学 徐 荣 教授

北京大学 刘德荫 教授 首都师范大学 童 武 教授

北京航空航天大学出版社
BEIHANG UNIVERSITY PRESS

内容简介

本书是作者在10多年收集、整理考研数学资料和进行考研数学辅导的基础上，通过对历年试题的精心研究和分析，并结合授课体会和学生的需要全新编写而成的。

本书由来自北京大学、清华大学和中国人民大学的原命题组组长、命题研究专家，以及一线教师组织编写。通过本书，考生不仅可以了解考研以来数学考试的全貌，而且可以方便地了解有关试题和信息，从中发现规律，进一步把握考试特点及命题思路，从容应考，轻取高分。

本书适用于参加研究生入学数学考试的广大考生。

图书在版编目(CIP)数据

2017考研数学命题人全真终极冲刺8套卷. 数学三 / 全国硕士研究生入学考试辅导用书编委会编著. -- 北京 : 北京航空航天大学出版社, 2016.6

ISBN 978-7-5124-2154-7

Ⅰ. ①2… Ⅱ. ①全… Ⅲ. ①高等数学—研究生—入学考试—习题集 Ⅳ. ①O13-44

中国版本图书馆CIP数据核字(2016)第124306号

2017考研数学命题人全真终极冲刺8套卷(数学三)

全国硕士研究生入学考试辅导用书编委会　编著

责任编辑　宋淑娟

*

北京航空航天大学出版社出版发行

北京市海淀区学院路37号(邮编100191)　http://www.buaapress.com.cn

发行部电话:(010)82317024　传真:(010)82328026

读者信箱:bhpress@263.net　邮购电话:(010)82316936

涿州市新华印刷有限公司印装　各地书店经销

*

开本:787×1 092　1/16　印张:7.75　字数:197千字

2016年7月第1版　2016年7月第1次印刷

ISBN 978-7-5124-2154-7　定价:16.80元

编委会

总主编	刘学元			
编　委	徐　荣	尤承业	刘德荫	童　武
	刘　佩	李春艳	叶　青	欧阳少波
	张晓燕	张　孜	黄　艳	王　宁
	张　杰	李　征	李智忠	黎兴刚
	汪　华	任丽娟	董　亮	王　欢
	陈冬冬	张飞飞	赵　娜	王光福
	郝显纯	高晓琼	李铁红	涂振旗
	姜宝静	杨　勇	王　宇	王　静
	陈　娟	王新会	崔杰凯	孟　楠
	陈昌勇	江海波	苗红宜	张永艳
	潘小春			

前　言

在考研数学复习的冲刺阶段，实战练习几套全真模拟试卷对于考生巩固复习效果、查漏补缺、克服薄弱环节、适应考试模式有着极其重要的作用。《2017 考研数学命题人全真终极冲刺 8 套卷(数学三)》是考研数学专家团队根据最新发布的全国硕士研究生招生考试数学考试大纲精心打造而成的。试卷涵盖大纲所有知识点，命题思路贴近真题，有助于考生进行有效的自我检测，达到应考的最佳状态。

本书的特点如下：

一、专家团队倾力编写。《2017 考研数学命题人全真终极冲刺 8 套卷(数学三)》作者团队由数位命题组、阅卷组原成员组成，他们有着丰富的命题及阅卷经验，能够直击考研数学命题点，把握考研数学的命题方向。

二、内容全面，紧扣大纲。本书依据最新的全国硕士研究生招生考试数学考试大纲编写，覆盖考试大纲规定的重要知识点，题型、题量、难易程度贴近考研真题，有助于考生适应考试模式，达到最佳应试状态。

三、价格低廉，性价比高。在保证试卷质量的前提下，严格控制定价，使本书成为市面上性价比极高的考研数学模拟卷，保证考生能以极低的价格买到最有帮助的考研书。

由于编写时间仓促，书中难免有错误和疏漏之处，欢迎广大读者和同行批评指正！

预祝广大考研学子在 2017 年全国硕士研究生入学考试中取得优异成绩！

本书编委会

2016 年 4 月

目　　录

第一篇　全真终极冲刺 8 套卷

第二篇　参考答案及解析

第一篇

全真终极冲刺8套卷

全真模拟卷(一)

(本试卷满分150分,考试时间180分钟)

一、选择题:1 ~ 8小题,每小题4分,共32分,下列每题给出的四个选项中,只有一个选项符合题目要求.

(1) 设$f(x)$在$x=0$的某邻域$(-\delta,\delta)(\delta>0)$上有定义,下述4个命题:

(ⅰ) 如果$f(x)$在$x=0$处可导,则$f(x)$在$(-\delta,\delta)$内也可导.

(ⅱ) 如果$f'(0^-)=f'(0^+)=a$,则$f(x)$在$x=0$处可导且$f'(0)=a$.

(ⅲ) 如果$f(x)$在$(-\delta,0)$上单调增加,在$(0,\delta)$上单调减少,则$f(0)$是$f(x)$的极大值.

(ⅳ) 如果$f'(x)$在$(-\delta,0)$处与在$(0,\delta)$处的符号相异,则$f(0)$为极值.

其中正确的个数为 ( )

(A)0 (B)1

(C)2 (D)大于或等于3

(2) 积分$I=\int_a^{a+2\pi}\cos x\cdot\ln(2+\cos x)\mathrm{d}x$的值 ( )

(A) 与a无关且恒为负 (B) 与a无关且恒为正

(C) 与a有关 (D) 恒为0

(3) 设$\lim\limits_{x\to\infty}(\sqrt[3]{1-x^3}-ax-b)=0$,则 ( )

(A)$a=1,b=1$ (B)$a=-1,b=-1$

(C)$a=-1,b=0$ (D)$a=1,b=0$

(4) 设函数$f(x)=\lim\limits_{n\to\infty}\sqrt[n]{2+3|x|^{3n}}$,则$f(x)$在$(-\infty,+\infty)$内 ( )

(A) 处处可导 (B) 恰有1个不可导点

(C) 恰有2个不可导点 (D) 至少有3个不可导点

(5) 设$\boldsymbol{A}$为$m\times n$矩阵,且$\mathrm{r}(\boldsymbol{A})=m<n$. 则下列结论不正确的是 ( )

(A)$\boldsymbol{A}$的m个行向量线性无关 (B)$\boldsymbol{A}$存在n个线性无关的列向量

(C)$|\boldsymbol{A}\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}|\neq0$ (D)$|\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{A}|\neq0$

(6) 若n阶矩阵$\boldsymbol{A}$经过若干次初等变换化为$\boldsymbol{B}$. 则必有 ( )

(A)$|\boldsymbol{A}|=|\boldsymbol{B}|$ (B)$\mathrm{r}(\boldsymbol{A})=\mathrm{r}(\boldsymbol{B})$

(C) 存在可逆矩阵$\boldsymbol{Q}$,使$\boldsymbol{B}=\boldsymbol{A}\boldsymbol{Q}$ (D) 方程组$\boldsymbol{AX}=\boldsymbol{0}$与$\boldsymbol{BX}=\boldsymbol{0}$同解

(7) 设随机变量$X\sim B(1,p)(0<p<1)$,Y服从参数为$\lambda(\lambda>0)$的指数分布,X与Y相互独立. 则随机变量$Z=XY$ ( )

(A) 有概率密度$f_Z(z)$,且$f_Z(z)$是连续函数

(B) 有概率密度$f_Z(z)$,且$f_Z(z)$不是连续函数

(C) 没有概率密度 $f_Z(z)$，但分布函数 $F_Z(z)$ 是连续函数

(D) 没有概率密度 $f_Z(z)$，且分布函数 $F_Z(z)$ 有间断点

(8) 设总体 X 服从正态分布 $N(0,\sigma^2)$ (σ^2 已知)，$X_1,X_2,\cdots,X_n$ 是取自总体 X 的简单随机样本，$\overline{X}$ 是样本均值，S^2 是样本方差，则 ( )

(A) $\sum\limits_{i=1}^{n} X_i^2 \sim \chi^2(n)$

(B) $\left(\dfrac{X_i}{\sigma}\right)^2 + \dfrac{(n-1)S^2}{\sigma^2} \sim \chi^2(n)$（任意的 $i, 1 \leqslant i \leqslant n$）

(C) $\dfrac{1}{n}\sum\limits_{i=1}^{n}\left(\dfrac{X_i}{\sigma}\right)^2 + \dfrac{(n-1)S^2}{\sigma^2} \sim \chi^2(n)$

(D) $\dfrac{1}{n}\left(\sum\limits_{i=1}^{n}\dfrac{X_i}{\sigma}\right)^2 + \dfrac{(n-1)S^2}{\sigma^2} \sim \chi^2(n)$

二、填空题：9 ~ 14 小题，每小题 4 分，共 24 分.

(9) 设函数 $f(x)$ 在 $x=\dfrac{1}{2}$ 处连续，且 $f\left(\dfrac{1}{2}\right)=1$，则 $\lim\limits_{x\to+\infty}\ln\{2+f[(x^4+x^2)^{\frac{1}{2}}-x^2]\}=$ ______.

(10) 不定积分 $\int\sqrt{\dfrac{3-2x}{3+2x}}\mathrm{d}x=$ ______.

(11) 微分方程 $yy''-(y')^2=y^4$ 满足 $y(0)=1, y'(0)=1$ 的特解是______.

(12) 设平面区域 $D(t)=\{(x,y)\mid 1\leqslant x\leqslant y^2, 1\leqslant y\leqslant t\}$. 二重积分 $F(x)=\iint\limits_{D(t)}\dfrac{\sin\sqrt{x}}{x}\mathrm{d}\sigma$，则 $\left.\dfrac{\mathrm{d}^2F}{\mathrm{d}t^2}\right|_{t=\frac{\pi}{2}}=$ ______.

(13) 设3阶矩阵 $\boldsymbol{A}$ 的逆矩阵 $\boldsymbol{A}^{-1}=\begin{pmatrix}1&1&1\\1&2&1\\1&1&3\end{pmatrix}$. 则 $\boldsymbol{A}$ 的伴随矩阵的逆矩阵 $(\boldsymbol{A}^*)^{-1}=$ ______.

(14) 已知随机变量 $X\sim B\left(1,\dfrac{5}{6}\right)$，而随机变量 Y 满足 $P\left(Y=-\dfrac{1}{2}\right)=1$，又知 n 维列向量 $\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\boldsymbol{\alpha}_3$ 线性无关，则向量组 $\boldsymbol{\alpha}_1-\boldsymbol{\alpha}_2, \boldsymbol{\alpha}_2-2\boldsymbol{\alpha}_3, X\boldsymbol{\alpha}_3+Y\boldsymbol{\alpha}_1$ 线性相关的概率为______.

三、解答题：15 ~ 23 小题，共 94 分，解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

(15)（本题满分 10 分）

设 $f(x)$ 在 $[0,2]$ 上有二阶连续导数，且 $f(0)=0, f'(0)=2, f'(2)=3$，又 $|f''(x)|\leqslant 4\ (x\in[0,2])$. 试证：$f(2)\geqslant 1$.

(16)(本题满分 10 分)

求级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^{2n-1}}{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \cdots \cdot (2n-1)}$ 的收敛域与和函数.

(17)(本题满分 10 分)

设函数 $f(x)$ 在区间 $(a,+\infty)$ ($a>0$ 为常数)上可导,且 $\lim\limits_{x \to +\infty}[2f(x)+f'(x)]=1$.

试证:(Ⅰ) $\lim\limits_{x \to +\infty} e^{2x} f(x) = +\infty$; (Ⅱ) $\lim\limits_{x \to +\infty} f'(x) = 0$.

(18)(本题满分 10 分)

求由方程 $2x^2+2y^2+z^2+8xz-z+8=0$ 确定的隐函数 $z=z(z,y)$ 的极值点与极值.

(19)(本题满分 10 分)

某工厂生产甲、乙两种产品,当这两种产品的产量分别为 x 和 y(单位:吨)时,总收益函数为 $R(x,y)=42x+27y-4x^2-2xy-y^2$,总成本函数为 $C(x,y)=36+8x+12y$(单位:万元). 除此之外,生产甲、乙两种产品每吨还需分别支付排污费 2 万元和 1 万元,并限制排污费用总支出为 8 万元. 问当甲、乙两种产品的产量各为多少时,总利润最大?最大总利润是多少?

(20)(本题满分 11 分)

设 $\boldsymbol{A}$ 为 3 阶矩阵，$\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\boldsymbol{\alpha}_3$ 是线性无关的 3 维列向量，且满足 $\boldsymbol{A}\boldsymbol{\alpha}_1=\boldsymbol{\alpha}_1+\boldsymbol{\alpha}_2+\boldsymbol{\alpha}_3$，$\boldsymbol{A}\boldsymbol{\alpha}_2=2\boldsymbol{\alpha}_2+\boldsymbol{\alpha}_3$，$\boldsymbol{A}\boldsymbol{\alpha}_3=2\boldsymbol{\alpha}_2+3\boldsymbol{\alpha}_3$.

(Ⅰ)求矩阵 $\boldsymbol{A}$ 的特征值；

(Ⅱ)求可逆矩阵 $\boldsymbol{P}$，使 $\boldsymbol{A}$ 与对角矩阵 $\boldsymbol{\Lambda}$ 相似.

(21)(本题满分 11 分)

已知齐次线性方程组

(Ⅰ)$\begin{cases}x_1+2x_2+3x_3=0\\2x_1+3x_2+5x_3=0\\x_1+x_2+\alpha x_3=0\end{cases}$和(Ⅱ)$\begin{cases}x_1+\beta x_2+\gamma x_3=0\\2x_1+\beta^2x_2+(\gamma+1)x_3=0\end{cases}$同解，求 α,β,γ 的值.

(22)(本题满分 11 分)

设二维随机变量 (X,Y) 在区域 $D=\{(x,y)\mid 1\leqslant x+y\leqslant 2;0\leqslant y\leqslant 1\}$ 上服从均匀分布. 求：

(Ⅰ)(X,Y) 的边缘密度 $f_X(x)$ 和 $f_Y(y)$；

(Ⅱ)$Z=X+Y$ 的概率密度 $f_Z(z)$；

(Ⅲ)数学期望 $\mathrm{E}(Z)$ 和方差 $D(Z)$.

(23)(本题满分 11 分)

设总体 X 的概率密度为 $f(x,\theta)=\begin{cases}\dfrac{2\theta}{x^3}\mathrm{e}^{-\frac{\theta}{x^2}}, & x>0\\0, & x\leqslant 0\end{cases}$ ($\theta>0$ 为未知参数).

(Ⅰ)求 θ 的矩估计量($X_1,X_2,\cdots,X_n$ 是取自总体 X 的简单随机样本)；

(Ⅱ)求 θ 的极大似然估计量($x_1,x_2,\cdots,x_n$ 是一组确定的样本值).

全真模拟卷(二)

(本试卷满分150分,考试时间180分钟)

一、选择题:1~8小题,每小题4分,共32分,下列每题给出的四个选项中,只有一个选项符合题目要求.

(1) 当 $x>0$ 时,$f(\ln x)=\dfrac{1}{\sqrt{x}}$,则 $\int_{-2}^{2}xf'(x)\,dx$ 的值为 ( )

(A) $-\dfrac{4}{e}$ (B) $\dfrac{4}{e}$ (C) $\dfrac{2}{e}$ (D) $-\dfrac{2}{e}$

(2) 当 $x\to 0$ 时,无穷小量 $\alpha(x)=(1+x)^x-1$,$\beta(x)=\dfrac{1}{\ln|x|}$,$\gamma(x)=x-\int_0^x\cos(t^2)\,dt$,$\delta(x)=e^x-e^{\sin x}$,从低阶到高阶的排列顺序应为 ( )

(A) $\alpha(x),\beta(x),\gamma(x),\delta(x)$ (B) $\gamma(x),\delta(x),\alpha(x),\beta(x)$
(C) $\beta(x),\alpha(x),\delta(x),\gamma(x)$ (D) $\delta(x),\gamma(x),\beta(x),\alpha(x)$

(3) $a>-2$,方程 $(x-a)^{2/3}=2+a$ 的实根个数为 ( )

(A) 0个 (B) 1个 (C) 2个 (D) 3个

(4) 级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{\beta^n}{n^\alpha}(\alpha>0,\beta>0)$ 的收敛性 ( )

(A) 与 α,β 取值有关 (B) 仅与 α 取值有关
(C) 仅与 β 取值有关 (D) 与 α,β 无关

(5) 行列式 $|A|=\begin{vmatrix}3&0&4&0\\2&2&2&2\\0&-7&0&0\\5&3&-2&2\end{vmatrix}$,第4行元素的余子式之和为 ( )

(A) 0 (B) -28 (C) 40 (D) -40

(6) A 是 $n(n\geqslant 3)$ 阶矩阵,交换 A 的第1列与第3列得到矩阵 B. 又 A^*,B^* 分别是 A,B 的伴随矩阵,则 ( )

(A) 交换 A^* 的第1行与第3行得到矩阵 B^*
(B) 交换 A^* 的第1列与第3列得到矩阵 B^*
(C) 交换 A^* 的第1行与第3行得到矩阵 $-B^*$
(D) 交换 A^* 的第1列与第3列得到矩阵 $-B^*$

(7) 设随机变量 X 与 Y 的相关系数为 -1. 又随机变量 $Z=5Y-X$,则 X 与 Z 的相关系数为 ( )

(A) -1 (B) 1 (C) 0 (D) $\dfrac{1}{5}$

(8) 正态总体 $X\sim N(-3,4)$，$Y\sim N(-1,5)$ 且 X,Y 相互独立，而 $X_1,X_2,\cdots,X_8$ 和 $Y_1,Y_2,\cdots,Y_{10}$ 分别是来自 X,Y 的简单随机样本，S_1^2,S_2^2 分别是两个样本的样本方差，则服从 $F(9,7)$ 的统计量是 ( )

(A) $\dfrac{5S_2^2}{2S_1^2}$ (B) $\dfrac{4S_2^2}{5S_1^2}$ (C) $\dfrac{5S_1^2}{4S_2^2}$ (D) $\dfrac{2S_2^2}{5S_1^2}$

二、填空题：9 ~ 14 小题，每小题 4 分，共 24 分.

(9) 曲线 $y=\dfrac{x+9}{x+5}$ 过原点的切线是________.

(10) $I=\int_2^4\dfrac{f(9-x)}{f(9-x)+f(x+3)}\mathrm{d}x$，其中 $f(x)$ 是连续函数，则 I 的值为________.

(11) 作变量替换 $x=\ln t$ 后，方程 $\dfrac{\mathrm{d}^2y}{\mathrm{d}x^2}-\dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}+\mathrm{e}^{2x}y=0$ 可简化为________.

(12) 用恰当的方法计算累次积分 $I=\int_0^{\frac{\sqrt{2}}{2}a}\mathrm{e}^{-y^2}\mathrm{d}y\int_0^y\mathrm{e}^{-x^2}\mathrm{d}x+\int_{\frac{\sqrt{2}}{2}a}^{a}\mathrm{e}^{-y^2}\mathrm{d}y\int_0^{\sqrt{a^2-y^2}}\mathrm{e}^{-x^2}\mathrm{d}x=$ ________.

(13) 矩阵 $\boldsymbol{A}=\begin{pmatrix}3&t+2&4\\5&t&t+5\\1&-1&2\end{pmatrix}$，若齐次方程组 $\boldsymbol{AX}=\mathbf{0}$ 的任一非零解都可以由向量 $\boldsymbol{\alpha}$ 线性表示，则参数 t 的值为________.

(14) 设 (X,Y) 在平面区域 $D=\{(x,y)\mid 0\leqslant x\leqslant 2,0\leqslant y\leqslant 1\}$ 上服从均匀分布，则矩阵 $\boldsymbol{A}=\begin{pmatrix}0&-Y&0\\X&2&0\\2&1&1\end{pmatrix}$ 的特征值全是实数的概率为________.

三、解答题：15 ~ 23 小题，共 94 分，解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

(15)（本题满分 10 分）

已知级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}u_n$ 条件收敛. 令

$$v_n=\frac{|u_n|+u_n}{2}=\begin{cases}u_n, & u_n>0,\\ 0, & u\leqslant 0;\end{cases}\quad w_n=\frac{|u_n|-u_n}{2}=\begin{cases}-u_n, & u_n<0,\\ 0, & u_n\geqslant 0.\end{cases}$$

(Ⅰ) 试证：$\sum\limits_{n=1}^{\infty}v_n,\sum\limits_{n=1}^{\infty}w_n$ 都发散. (Ⅱ) 求 $l=\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{\sum\limits_{k=1}^{n}w_k}{\sum\limits_{k=1}^{n}v_k}$.

(16)(本题满分 10 分)

设$f(x,y)=\begin{cases}\dfrac{x^2y^2}{(x^2+y^2)^{3/2}}, & (x,y)\neq(0,0),\\ 0, & (x,y)=(0,0).\end{cases}$问:

(Ⅰ)极限$\lim\limits_{\substack{x\to0\\y\to0}}f(x,y)$存在吗?$f(x,y)$在点$(0,0)$处是否连续?说明理由.

(Ⅱ)$f'_x(0,0)$,$f'_y(0,0)$是否存在?说明理由.

(Ⅲ)$f(x,y)$在点$(0,0)$处是否可微?说明理由.

(17)(本题满分 10 分)

证明不等式$\sqrt{1-e^{-1}}<\dfrac{1}{\sqrt{\pi}}\int_{-1}^{1}e^{-x^2}dx<\sqrt{1-e^{-2}}$.

(18)(本题满分 10 分)

已知商品的需求量D和供给量S都是价格P的函数:

$$D=D(P)=\frac{a}{P^2},\quad S=S(P)=bP\quad(a>0,b>0\text{ 为常数})$$

价格P是时间t的函数且满足方程$\dfrac{dP}{dt}=k[D(P)-S(P)]$($k>0$为常数),假定$t=0$时价格为1. 试求:

(Ⅰ)需求量等于供给量时的均衡价格; (Ⅱ)价格函数$P(t)$; (Ⅲ)$\lim\limits_{t\to+\infty}P(t)$.

(19)(本题满分 10 分)

某养殖场饲养两种鱼,若甲种鱼放养x(万尾),乙种鱼放养y(万尾),收获时两种鱼的收获量分别为$(3-\alpha x-\beta y)x$和$(4-\beta x-2\alpha y)y$($\alpha>\beta>0$). 求使产鱼总量最大的收获量.

(20)(本题满分 11 分)

已知 n 维列向量 $\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\cdots,\boldsymbol{\alpha}_{n-1}$ 线性无关,且与非零向量 $\boldsymbol{\beta}_1,\boldsymbol{\beta}_2$ 都正交,试证:

(Ⅰ) $\boldsymbol{\beta}_1,\boldsymbol{\beta}_2$ 线性相关;　(Ⅱ) $\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\cdots,\boldsymbol{\alpha}_{n-1},\boldsymbol{\beta}_1$ 线性无关.

(21)(本题满分 11 分)

设 $\boldsymbol{A}=(a_{ij})_{n\times n}\ (i,j=1,2,\cdots,n)$ 是秩为 n 的 n 阶实对称矩阵. A_{ij} 是 $|\boldsymbol{A}|$ 中元素 a_{ij} 的代数余子式,二次型 $f(x_1,x_2,\cdots,x_n)=\sum\limits_{i=1}^{n}\sum\limits_{j=1}^{n}\dfrac{A_{ij}}{|\boldsymbol{A}|}x_ix_j$.

(Ⅰ) 记 $\boldsymbol{X}=(x_1,x_2,\cdots,x_n)^{\mathrm{T}}$,试写出二次型 $f(x_1,x_2,\cdots,x_n)$ 的矩阵形式.

(Ⅱ) 判断二次型 $g(\boldsymbol{X})=\boldsymbol{X}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{A}\boldsymbol{X}$ 与 $f(\boldsymbol{X})$ 的规范形是否相同,并说明理由.

(22)(本题满分 11 分)

设 10 个同种同型零件中有 2 个次品,装配机器时,必须从中取出 2 个正品,若任取 1 个为正品,则留下备用;若取到次品,则弃之不用,在余下的零件中再取 1 个,直到取到 2 个正品为止,以 X 表示取到为止时的次数. 求 X 的概率分布、数学期望与方差.

(23)(本题满分 11 分)

设总体 X 的概率密度为 $f(x)=\begin{cases}\dfrac{1}{\theta}\mathrm{e}^{-\frac{x-2}{\theta}}, & x\geqslant 2,\\ 0, & x<2.\end{cases}$ 其中 $\theta>0$ 是未知参数.

(Ⅰ) 求 θ 的矩估计.

(Ⅱ) 求 θ 的最大似然估计.

(Ⅲ) 求 θ 的估计量并判断是否为 θ 的无偏估计量.

全真模拟卷(三)

(本试卷满分150分,考试时间180分钟)

一、选择题:1 ~ 8小题,每小题4分,共32分,下列每题给出的四个选项中,只有一个选项符合题目要求.

(1) 设 $f(x)=\dfrac{x^2-1}{x-1}e^{\frac{1}{x-1}}$,则 $x=1$ 是 $f(x)$ 的 ( )

(A) 连续点 (B) 第一类可去间断点

(C) 第一类非可去间断点 (D) 第二类间断点

(2) 方程 $xe^{-x}=\dfrac{1}{2e}$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 内的实根有 ( )

(A)0个 (B)1个 (C)2个 (D)3个以上

(3) 下列命题正确的是 ( )

(A) 若正项级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}a_n$ 发散,则 $a_n\geqslant\dfrac{1}{n}(n\geqslant N)$

(B) 若级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(a_{2n-1}+a_{2n})$ 收敛,则级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}a_n$ 必收敛

(C) 若级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}a_n,\sum\limits_{n=1}^{\infty}b_n$ 中至少有一个发散,则级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(|a_n|+|b_n|)$ 必发散

(D) 若级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}|a_nb_n|$ 收敛,则 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}a_n^2,\sum\limits_{n=1}^{\infty}b_n^2$ 全都收敛

(4) 设函数 $p(x),q(x),f(x)$ 在区间 (a,b) 上连续,$y_1(x),y_2(x),y_3(x)$ 是二阶线性微分方程 $y''+p(x)y'+q(x)y=f(x)$ 的三个线性无关的解,c_1,c_2 是两个任意常数,则该方程的通解是 ( )

(A) $c_1y_1+(c_2-c_1)y_2+(1-c_2)y_3$

(B) $c_1y_1+(c_2-c_1)y_2+(c_1-c_2)y_3$

(C) $(c_1+c_2)y_1+(c_2-c_1)y_2+(1-c_2)y_3$

(D) $(c_1+c_2)y_1+(c_2-c_1)y_2+(c_1-c_2)y_3$

(5)3阶矩阵 $\boldsymbol{A}$ 的特征值是 $0,-1,1$. 则下列结论不正确的是 ( )

(A) $\boldsymbol{A}$ 不可逆

(B) $\boldsymbol{A}$ 主对角线元素之和为0

(C) 1和 -1 对应的特征向量正交

(D) $\boldsymbol{AX}=\boldsymbol{0}$ 的基础解系由一个解向量组成

(6) 矩阵 $\boldsymbol{A}=\begin{pmatrix}1&2&-1\\2&4&t\\3&6&-3\end{pmatrix}$,$\boldsymbol{B}=(b_{ij})_{3\times2}\neq\boldsymbol{O}$,且 $\boldsymbol{AB}=\boldsymbol{O}$,则 ( )