

大学数学信息化教学丛书

高等数学练习册

李书刚 编



科学出版社

空心对哥, 高初对初
大学数学信息化教学丛书

高等数学练习册

李书刚 编

科学出版社

北京

版权所有,侵权必究

举报电话:010-64030229、010-64034315、13501151303

内 容 简 介

本练习册是与《高等数学》配套使用的教学辅助材料,题量适中,难易适度。内容涵盖一元函数微积分学、向量代数与空间解析几何、多元函数微积分学、无穷级数和微分方程等。

本练习册既可作为学生课外作业,也可供考研第一轮复习使用。

图书在版编目(CIP)数据

高等数学练习册/李书刚编. —北京:科学出版社,2017.6

(大学数学信息化教学丛书)

ISBN 978-7-03-053780-5

I. ①高… II. ①李… III. ①高等数学-高等学校-习题集 IV. ①O13-44

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2017)第 137502 号

责任编辑:高 嵘/责任校对:董艳辉

责任印制:彭 超/封面设计:苏 波

科 学 出 版 社 出 版

北京东黄城根北街 16 号

邮政编码:100717

<http://www.sciencep.com>

武汉中科兴业印务有限公司印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

开本:787×1092 1/16

2017年6月第一版 印张:7 1/4

2017年6月第一次印刷 字数:176 000

定价:15.00 元

(如有印装质量问题,我社负责调换)

前 言

本练习册是与《高等数学》相配套的教学辅助材料,密切结合教学内容,强调基本概念、基本理论的掌握和基本方法的训练,并适当增选了一些综合题.本练习册题量适中,难易适度,认真做完本练习册的所有题目,对于培养和提高同学们分析问题、解决问题的能力有很大的好处.

使用本练习册,同学们做题时不用抄题,节省了时间.同时由于本练习册选题全面,教师通过批改作业,可以全面了解同学们的学习情况,加强对教学过程的微观调控,使同学们能更好地掌握高等数学知识.学生应结合教学进度独立完成本练习册上所有的习题.

本练习册的编写得到了华中师范大学数学与统计学学院领导和老师们的大力支持.由于编者水平有限,缺点和不足之处在所难免,恳请老师和同学们批评、指正.

编 者

2017年5月

目 录

第 1 章 函数、极限与连续	1
习题 1.1 映射与函数	1
习题 1.2 数列的极限	3
习题 1.3 函数的极限	5
习题 1.4 无穷小与无穷大	7
习题 1.5 极限运算法则	9
习题 1.6 极限存在准则与两个重要极限	11
习题 1.7 无穷小的比较	13
习题 1.8 函数的连续性	15
习题 1.9 闭区间上连续函数的性质	17
第 2 章 导数与微分	19
习题 2.1 导数概念	19
习题 2.2 求导法则	21
习题 2.3 高阶导数	23
习题 2.4 隐函数与参数方程确定的函数的导数	25
习题 2.5 函数的微分	27
第 3 章 微分中值定理与导数的应用	29
习题 3.1 微分中值定理	29
习题 3.2 洛必达法则	31
习题 3.3 函数的单调性与极值	33
习题 3.4 曲线的凸凹性与拐点、函数图形的描绘	35
第 4 章 不定积分	37
习题 4.1 不定积分的概念与性质	37
习题 4.2 换元积分法	39
习题 4.3 分部积分法	41
习题 4.4 有理函数的积分	43

第 5 章 定积分及其应用	45
习题 5.1 定积分的概念与性质	45
习题 5.2 微积分基本公式	47
习题 5.3 定积分的换元法和分部积分法	49
习题 5.4 反常积分	51
习题 5.5 定积分在几何学上的应用	53
习题 5.6 定积分在物理学上的应用	55
第 6 章 向量代数与空间解析几何	57
习题 6.1 向量及其线性运算	57
习题 6.2 数量积、向量积、混合积	59
习题 6.3 平面及其方程	61
习题 6.4 空间直线及其方程	63
习题 6.5 曲面及其方程、空间曲线	65
第 7 章 多元函数微分法及其应用	67
习题 7.1 多元函数的基本概念、偏导数	67
习题 7.2 全微分	69
习题 7.3 多元复合函数的求导法则	71
习题 7.4 隐函数的求导公式、几何方面的应用	73
习题 7.5 多元函数的极值	75
第 8 章 重积分	77
习题 8.1 二重积分的概念和性质	77
习题 8.2 二重积分的计算法	79
习题 8.3 三重积分、重积分的应用	81
第 9 章 曲线积分与曲面积分	83
习题 9.1 对弧长的曲线积分、对坐标的曲线积分	83
习题 9.2 格林公式及其应用	85
习题 9.3 对面积的曲面积分、对坐标的曲面积分	87
习题 9.4 高斯公式与斯托克斯公式	89
第 10 章 无穷级数	91
习题 10.1 常数项级数的概念与性质	91
习题 10.2 常数项级数的审敛法	93
习题 10.3 幂级数	95
习题 10.4 函数的幂级数展开	97

习题 10.5 傅里叶级数	99
第 11 章 微分方程	101
习题 11.1 微分方程的基本概念,可分离变量的微分方程、齐次方程	101
习题 11.2 一阶线性微分方程、可降阶的高阶微分方程	103
习题 11.3 线性微分方程解的结构、二阶常系数齐次线性微分方程	105
习题 11.4 二阶常系数非齐次线性微分方程	107

学号: _____

姓名: _____

习题 1.1 映射与函数

1. 函数 $y = \operatorname{sgn} x$ 的图像关于()

A. 原点对称

B. x 轴对称C. y 轴对称D. 直线 $y = x$ 对称

2. 设 $\varphi(x) = \begin{cases} |\sin x|, & \text{当 } |x| < \frac{\pi}{3}, \\ 0, & \text{当 } |x| \geq \frac{\pi}{3}, \end{cases}$ 则 $\varphi\left(\frac{\pi}{6}\right) = \underline{\hspace{2cm}}$, $\varphi\left(\frac{\pi}{4}\right) = \underline{\hspace{2cm}}$, $\varphi\left(\frac{-\pi}{4}\right) = \underline{\hspace{2cm}}$, $\varphi(-2) = \underline{\hspace{2cm}}$.

3. 下列函数中, 函数 $f(x)$ 和 $g(x)$ 是否相同? 为什么?

(1) $f(x) = \lg(x^2)$, $g(x) = 2\lg x$;

(2) $f(x) = \sqrt[3]{x^4 - x^3}$, $g(x) = x \sqrt[3]{x-1}$.

4. 求下列函数的定义域:

(1) $y = \frac{1}{x} - \sqrt{1-x^2}$;

(2) $y = \sin \sin(x)$;

(3) $y = \sqrt{3-x} + \arctan \frac{1}{x}$;

(4) $y = \lg \ln(x)$.

5. 求下列函数的反函数:

(1) $y = 3 - \ln(2x + 1)$;

(2) $y = 2\sin 3x, x \in \left[-\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{6}\right]$.

6. 指出下列函数中哪些是基本初等函数, 哪些是初等函数, 哪些不是初等函数:

(1) $y = 3 \times 5^x$,

(2) $y = 4x^{\sqrt{2}}$,

(3) $y = \operatorname{sgn} x$,

(4) $y = \begin{cases} 1, & x \text{ 为 } \mathbf{R} \text{ 中的有理数,} \\ 0, & x \text{ 为 } \mathbf{R} \text{ 中的无理数;} \end{cases}$

(5) $y = \arccos x$.

学号: _____

姓名: _____

习题 1.2 数列的极限

1. 填空题:

(1) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{2^n} =$ _____;

(2) $\lim_{n \rightarrow \infty} (-1)^n \frac{1}{n} =$ _____;

(3) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(2 + \frac{1}{n^2}\right) =$ _____;

(4) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n-1}{n+1} =$ _____.

2. 设 $x_n = \frac{\cos \frac{n\pi}{2}}{n}$. 问 $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = ?$ 求出 N , 使当 $n > N$ 时, x_n 与其极限之差的绝对值小于正数 ϵ . 当 $\epsilon = 0.001$ 时, 求出数 N .

3. 根据数列极限的定义证明:

(1) $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{1 + \frac{a^2}{n^2}} = 1;$

(2) $\lim_{n \rightarrow \infty} \underbrace{0.999 \cdots 9}_n = 1.$

4. 证明:若 $\{a_n\}$ 为有界数列, $\{b_n\}$ 收敛于零,则 $\{a_nb_n\}$ 收敛于零.

5. 证明:若 $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = a$,则 $\lim_{n \rightarrow \infty} |x_n| = |a|$. 举例说明如果数列 $\{|x_n|\}$ 有极限,那么数列 $\{x_n\}$ 不一定有极限.

6. 对于数列 $\{x_n\}$,已知 $\lim_{n \rightarrow \infty} x_{2k} = a$, $\lim_{n \rightarrow \infty} x_{2k+1} = a$,求证 $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = a$.

学号: _____

姓名: _____

习题 1.3 函数的极限

1. 根据函数极限的定义证明:

(1) $\lim_{x \rightarrow 3} (4x - 2) = 10;$

(2) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x-4}{\sqrt{x}-2} = 4;$

(3) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sin x}{\sqrt{x}} = 0;$

(4) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x+5}{x} = 3.$

2. 证明: 若 $\lim_{x \rightarrow x_0} \alpha = 0$, 这里 α 是 x 的函数, 则 $\lim_{x \rightarrow x_0} |\alpha| = 0$, 反之亦然.

3. 求下列函数在 $x=0$ 处的左右极限:

(1) $f(x) = e^{\frac{1}{x}}$;

(2) $f(x) = [x]$.

学号: _____

姓名: _____

习题 1.4 无穷小与无穷大

1. 根据定义证明 $y = x \cos \frac{1}{x}$ 为 $x \rightarrow 0$ 时的无穷小.

2. 利用无穷小的性质, 计算下列极限:

$$(1) \lim_{x \rightarrow 0} x^2 \cos \frac{1}{x};$$

$$(2) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\arctan x}{x}.$$

3. 已知 $f(x)$ 为 $x \rightarrow 1$ 时的无穷小, $g(x)$ 为 $x \rightarrow 2$ 时的无穷小, 那么 $f(x) + g(x)$ 一定为无穷小吗? $f(x)g(x)$ 一定为无穷小吗?

4. $y = x \sin x$ 是否为 $x \rightarrow \infty$ 时的无穷大, 为什么?

学号: _____

姓名: _____

习题 1.5 极限运算法则

1. 填空题:

(1) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + 5}{x^2 - 3} =$ _____;

(2) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 + 2x + 5}{x^2 + 1} =$ _____;

(3) $\lim_{x \rightarrow \sqrt{3}} \frac{x^2 - 3}{x^2 + 1} =$ _____;

(4) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x - 2}{\sqrt{x + 2}} =$ _____.

2. 计算下列极限:

(1) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 - 1}{2x^2 - x - 1}$;

(2) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(x-1)^3 - (1-3x)}{x^2 + 2x^3}$;

(3) $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{1}{1-x} - \frac{1}{1-x^3} \right)$;

(4) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x - \cos x}{x}$;

$$(5) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 + 2x^2}{(x-2)^2};$$

$$(6) \lim_{x \rightarrow \infty} (2x^3 - x + 1);$$

$$(7) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2}{1 - \sqrt{1+x^2}};$$

$$(8) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{5x-4} - \sqrt{x}}{x-1}.$$