数学的力量

小学数学挑战不可能

（六年级）

陆卫英 温玉林 汪东兴◎编著

拓展课外知识，启迪数学智慧。
掌握学习技巧，开发无限潜能。

中国工信出版集团
電子工業出版社
PUBLISHING HOUSE OF ELECTRONICS INDUSTRY
http://www.phei.com.cn

数学的力量

小学数学挑战不可能

（六年级）

陆卫英　温玉林　汪东兴　编著

電子工業出版社
Publishing House of Electronics Industry
北京·BEIJING

图书在版编目（CIP）数据

小学数学挑战不可能. 六年级 / 陆卫英，温玉林，汪东兴编著. —北京：电子工业出版社，2017.2
（数学的力量）

ISBN 978-7-121-30532-0

Ⅰ. ①小… Ⅱ. ①陆… ②温… ③汪… Ⅲ. ①小学数学课—教学参考资料 Ⅳ. ①G624.503

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2016）第 289995 号

策划编辑：徐云鹏
责任编辑：郝黎明
印　　刷：北京嘉恒彩色印刷有限责任公司
装　　订：北京嘉恒彩色印刷有限责任公司
出版发行：电子工业出版社
　　　　　北京市海淀区万寿路 173 信箱　邮编　100036
开　　本：720×1 000　1/16　印张：13.5　字数：280.8 千字
版　　次：2017 年 2 月第 1 版
印　　次：2017 年 2 月第 1 次印刷
定　　价：35.00 元

凡所购买电子工业出版社图书有缺损问题，请向购买书店调换。若书店售缺，请与本社发行部联系，联系及邮购电话：（010）88254888，88258888。

质量投诉请发邮件至 zlts@phei.com.cn，盗版侵权举报请发邮件至 dbqq@phei.com.cn。

本书咨询联系方式：（010）88254442。

编者的话

数学作为最古老的知识领域之一，在人类文明的进化中发挥着无可替代的巨大威力。数学在大自然和我们的生活中无处不在，然而数学的力量往往是潜在的，数学的影响往往是无形的。

当你观看跳高运动员轻松跳过横杆的时候，是否知道助跑曲线与横杆的夹角中的数学原理？

当你凝视着夜空时，是否意识到无数天体的行踪可以通过数学来计算和描绘？

当你乘坐飞机外出旅行时，是否知道现代飞行器设计所依赖的数学原理？

……

在大多数场合，数学扮演的是无名英雄，而在许多人心目中，数学是一堆数字和公式，抽象、深奥，甚至神秘。那么，数学对人类有什么价值？它的力量何在？

马克思曾明确指出："一门学科只有当它达到了能够成功地运用数学时，才算真正发展了。"这是对数学作用的深刻理解，也是对科学化趋势的深刻预见。事实上，数学的应用越来越广泛，连一些过去认为与数学无缘的学科（如考古学、语言学、心理学等）现在也都成为数学能够大显身手的领域。

不可否认，数学一直是一些同学学习上的“拦路虎”，无论怎么练题、背公式，其成绩总是上不去，学数学对很多孩子来说都像是“梦魇”。数学成绩不够好的同学希望找到提高的途径；数学成绩优良的同学希望自己学到更多的数学知识。在此，我们编写的这套丛书希望能对同学们学好数学有所帮助。

学习数学应当掌握方法和技巧，这样才有助于激发学生的学习兴趣和积极性，促进学生理解数学知识。这套丛书是本着数学的科学性和严谨性进行编写的，各知识点均遵循由浅入深、由易到难、层层递进的原则安排内容。该丛书的突出特点如下。

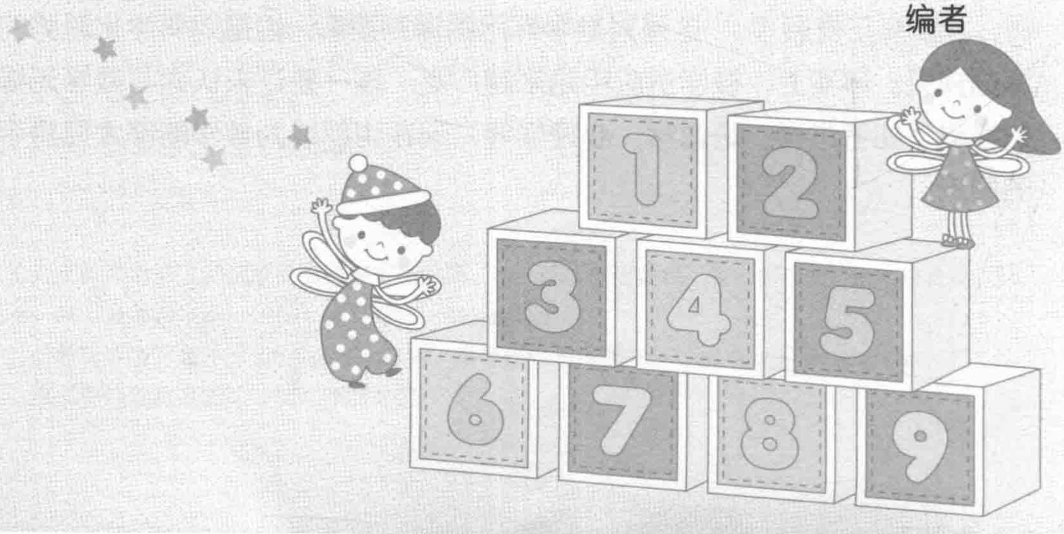
（1）系统性：此书囊括了小学阶段的重要知识点，而且每一个知识点都有系统的讲解，经典例题，讲解清晰，切中要点。每个知识点后面均配备挑战题，举一反三，方便学生对知识进行巩固。

（2）提升性：遵循先易后难、由浅入深的原则，注重在基础之上的提升；突出“新”和“活”，发散学生思维。注重方法引导，促使学生形成扎实的数学能力。

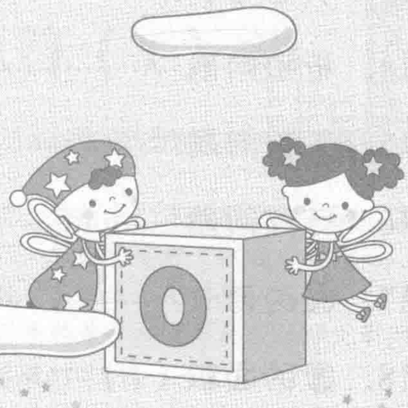
（3）指导性：在编排上，板块清晰，答案详尽，既便于学生自学，又利于家长辅导，还可作为教师备课时的参考用书。

世界上看似“不可能”的事情，只要我们有恒心，有坚定的信心，并以勇敢的精神发起挑战，那么“不可能”也会变成“可能”。现在，就让我们一同向着理想努力前进吧！

编者



目　录



1. 分数的简便运算（1）

分数运算中有许多技巧，主要通过一些运算定律、性质和一些技巧性的方法，达到计算正确且迅速的目的。掌握分数简便计算的技巧，首先要学好分数的计算法则、定律及性质，其次是掌握一些简算的技巧。进行分数的简便运算时，要认真审题，仔细观察运算符号和数字特点，合理进行简算。需要注意的是参加运算的数必须变形而不变质，当变成符合运算定律的形式时，才能使计算既对又快。

【挑战经典题】

挑战题 1

计算：（1）$\frac{44}{45}\times37$　（2）$2004\times\frac{67}{2003}$

解题思路：观察这两道题的数字特点，第（1）题中的$\frac{44}{45}$与 1 只相差 1 个分数单位，如果把$\frac{44}{45}$写成（$1-\frac{1}{45}$）的差与 37 相乘，再运用乘法分配律可以使计算简便。同样，第（2）题中可以把整数 2004 写成（2003+1）的和与$\frac{67}{2003}$相乘，再运用乘法分配律计算比较简便。

解答：（1）$\frac{44}{45}\times37$

$=（1-\frac{1}{45}）\times37$

$=1\times37-\frac{1}{45}\times37$

$=36\frac{8}{45}$

（2）$2004\times\frac{67}{2003}$

$=（2003+1）\times\frac{67}{2003}$

$=2003\times\frac{67}{2003}+1\times\frac{67}{2003}$

$=67\frac{67}{2003}$

【举一反三】

计算：

1. $\frac{11}{12}\times11$

2. $98\times\frac{98}{99}$

3. $\frac{2011}{2012}\times2013$

挑战题 2

计算：$(\frac{1}{5}+\frac{2}{7})\times35\times11$

解题思路：我们可以先用乘法分配律计算（$\frac{1}{5}+\frac{2}{7}$）×35，再将计算的结果与11相乘。

解答：原式＝$(\frac{1}{5}\times35+\frac{2}{7}\times35)\times11$

$=(7+10)\times11$

$=7\times11+10\times11$

$=77+110$

$=187$

【举一反三】

计算：

1. $(\frac{3}{8}-\frac{1}{3})\times7\times24$

2. $16\times12\times(\frac{1}{4}+\frac{2}{3})$

3. $24\times(\frac{3}{4}-\frac{1}{5})\times10$

挑战题 3

计算：$\frac{5}{7}\times\frac{1}{13}+\frac{5}{14}\times\frac{2}{13}+\frac{5}{7}\times\frac{5}{13}$

解题思路：根据分数乘法的计算法则和乘法交换律，$\frac{5}{7}\times\frac{1}{13}=\frac{1}{7}\times\frac{5}{13}$，$\frac{5}{14}\times\frac{2}{13}=\frac{2}{14}\times\frac{5}{13}$，这样就可以用乘法分配律计算了。

解答：原式$=\frac{1}{7}\times\frac{5}{13}+\frac{2}{14}\times\frac{5}{13}+\frac{5}{7}\times\frac{5}{13}$

$=(\frac{1}{7}+\frac{2}{14}+\frac{5}{7})\times\frac{5}{13}$

$=1\times\frac{5}{13}$

$=\frac{5}{13}$

【举一反三】

计算：

1. $\frac{1}{7}\times\frac{3}{4}+\frac{3}{7}\times\frac{1}{6}+\frac{6}{7}\times\frac{1}{12}$

2. $\frac{5}{8}\times 69\frac{16}{17}+50\times\frac{1}{8}+\frac{1}{8}\times\frac{5}{17}$

3. $\frac{1}{15}\times\frac{7}{16}+\frac{7}{15}\times\frac{3}{8}+\frac{1}{15}\times 3\frac{1}{2}$

挑战题 4

计算：$(\frac{8}{15}+1\frac{5}{7}+\frac{6}{11})\div(\frac{4}{15}+\frac{6}{7}+\frac{3}{11})$

解题思路：先将题中的分数写成假分数，可以发现被除数的每个加数分别是除数中相应各数的 2 倍，将被除数提取公因数 2，再和除数约分比较简便。

解答：原式$=\dfrac{2\times(\frac{4}{15}+\frac{6}{7}+\frac{3}{11})}{\frac{4}{15}+\frac{6}{7}+\frac{3}{11}}$

$=2$

【举一反三】

计算：

1. $(24\frac{18}{31}-12\frac{12}{23})\div(12\frac{9}{31}-6\frac{6}{23})$

2. $(\frac{5}{7}+\frac{5}{9})\div(9\frac{2}{7}+7\frac{2}{9})$

3. $(1\frac{5}{11}+\frac{10}{13})\div(3\frac{7}{11}+1\frac{12}{13})$

挑战题 5

计算：$2002\div2002\frac{2002}{2003}$

解题思路：如果我们按照四则运算顺序直接进行计算，计算起来会比较繁杂。我们不妨利用倒数的知识使计算简便。

根据 $2002\div2002\frac{2002}{2003}$ 的商与 $2002\frac{2002}{2003}\div2002$ 的商是为倒数这一特点，只需求出 $2002\frac{2002}{2003}\div2002$ 的商后再求出这个商的倒数即可。

解答：$2002\frac{2002}{2003}\div2002$

$=2002\div2002+\frac{2002}{2003}\div2002$

$=1+\frac{1}{2003}$

$=\frac{2004}{2003}$

$1\div\frac{2004}{2003}=\frac{2003}{2004}$

即 $2002\div2002\frac{2002}{2003}=\frac{2003}{2004}$

【举一反三】

1. 计算：$1998\div1998\frac{1998}{1999}$

2. 比较$\frac{73}{125}$与$\frac{183}{287}$的大小。

3. 计算：$1\div[1\div(1999\div1999\frac{1999}{2000})]$

参考答案

挑战题 1

1. $\frac{11}{12}\times11=(1-\frac{1}{12})\times11=10\frac{1}{12}$

2. $98\times\frac{98}{99}=98\times(1-\frac{1}{99})=98-\frac{98}{99}=97\frac{1}{99}$

3. $\frac{2011}{2012}\times2013=(1-\frac{1}{2012})\times2013=2013-1\frac{1}{2012}=2011\frac{2011}{2012}$

挑战题 2

1. $(\frac{3}{8}-\frac{1}{3})\times7\times24=7\times24\times\frac{3}{8}-7\times24\times\frac{1}{3}=63-56=7$

2. $16\times12\times(\frac{1}{4}+\frac{2}{3})=16\times12\times\frac{1}{4}+16\times12\times\frac{2}{3}=176$

3. $24\times(\frac{3}{4}-\frac{1}{5})\times10=24\times10\times\frac{3}{4}-24\times10\times\frac{1}{5}=180-48=132$

挑战题 3

1. 原式$=\frac{3}{7}\times\frac{1}{4}+\frac{3}{7}\times\frac{1}{6}+\frac{3}{7}\times\frac{1}{6}=\frac{3}{7}\times(\frac{1}{4}+\frac{1}{6}+\frac{1}{6})=\frac{1}{4}$

2. 原式$=\frac{5}{8}\times69\frac{16}{17}+10\times\frac{5}{8}+\frac{5}{8}\times\frac{1}{17}=\frac{5}{8}\times(69\frac{16}{17}+10+\frac{1}{17})=50$

3. 原式$=\frac{7}{15}\times\frac{1}{16}+\frac{7}{15}\times\frac{3}{8}+\frac{7}{15}\times\frac{1}{2}=\frac{7}{15}\times(\frac{1}{16}+\frac{3}{8}+\frac{1}{2})=\frac{7}{16}$

挑战题 4

1. 原式$=\dfrac{2\times(12\frac{9}{31}-6\frac{6}{23})}{12\frac{9}{31}-6\frac{6}{23}}=2$

2．原式$=\dfrac{5\times(\frac{1}{7}+\frac{1}{9})}{65\times(\frac{1}{7}+\frac{1}{9})}=\dfrac{1}{13}$

3．原式$=\dfrac{2\times(\frac{8}{11}+\frac{5}{13})}{5\times(\frac{8}{11}+\frac{5}{13})}=\dfrac{2}{5}$

挑战题 5

1．设 $a=1998\div1998\dfrac{1998}{1999}$，则

$\dfrac{1}{a}=1\div（1998\div1998\dfrac{1998}{1999}）$

$=1998\dfrac{1998}{1999}\div1998$

$=1+\dfrac{1}{1999}$

$=\dfrac{2000}{1999}$

所以 $a=\dfrac{2000}{1999}$。

2．$\dfrac{73}{125}$ 的倒数是 $\dfrac{125}{73}$，$\dfrac{183}{287}$ 的倒数是 $\dfrac{287}{183}$，因为 $\dfrac{125}{73}=1\dfrac{52}{73}$，$\dfrac{287}{183}=1\dfrac{104}{183}$，而 $1\dfrac{52}{73}=1\dfrac{104}{146}$。

这样，比较 $\dfrac{73}{125}$ 与 $\dfrac{183}{287}$ 的大小，可以先比较它们的倒数 $1\dfrac{104}{146}$ 与 $1\dfrac{104}{183}$ 的大小。因为 $1\dfrac{104}{146}>1\dfrac{104}{183}$，所以 $\dfrac{73}{125}<\dfrac{183}{287}$。

3．$1\div[1\div（1999\div1999\dfrac{1999}{2000}）]$

$=1999\div1999\dfrac{1999}{2000}$

$=1999\times\dfrac{2000}{1999\times2001}$

$=\dfrac{2000}{2001}$

2. 分数的简便运算（2）

进行分数计算时，常常将一个分数转化为两个或几个分数的差或积，使部分分数互相抵消，此种方法称为“拆分法”，这种方法在分数计算中能使计算更简便。

运用拆分法解题思路主要是使拆开后的一些分数互相抵消，达到简化运算的目的。一般地，形如$\frac{1}{a\times(a+1)}$的分数可以拆成$\frac{1}{a}-\frac{1}{a+1}$；形如$\frac{1}{a\times(a+n)}$的分数可以拆成$\frac{1}{n}\times(\frac{1}{a}-\frac{1}{a+n})$；形如$\frac{a+b}{a\times b}$的分数可以拆成$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}$等。通过合理拆分，就能化繁为简，使计算简便。

【挑战经典题】

挑战题 1

计算：$1\times\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}+\frac{1}{3}\times\frac{1}{4}+\cdots+\frac{1}{9}\times\frac{1}{10}$

解题思路：因为这个算式中的每个加数都可以分裂成两个数的差，如 $1\times\frac{1}{2}=1-\frac{1}{2}$，$\frac{1}{2\times3}=\frac{1}{2}-\frac{1}{3}$，$\frac{1}{3\times4}=\frac{1}{3}-\frac{1}{4}$……其中的部分分数可以互相抵消，这样计算就简便多了。

解答：原式$=1\times\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}+\frac{1}{3}\times\frac{1}{4}+\cdots+\frac{1}{9}\times\frac{1}{10}$

$$=\frac{1}{1}-\frac{1}{2}+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\frac{1}{3}-\frac{1}{4}+\cdots+\frac{1}{9}-\frac{1}{10}$$

$$=1-\frac{1}{10}$$

$$=\frac{9}{10}$$

【举一反三】

计算：

1. $\frac{1}{4\times5}+\frac{1}{5\times6}+\frac{1}{6\times7}+\cdots+\frac{1}{39\times40}$

2. $\frac{1}{10\times11}+\frac{1}{11\times12}+\frac{1}{12\times13}+\frac{1}{13\times14}+\frac{1}{14\times15}$

3. $\frac{1}{2}+\frac{1}{6}+\frac{1}{12}+\frac{1}{20}+\frac{1}{30}+\frac{1}{42}$

挑战题 2

计算：$\frac{1}{2\times4}+\frac{1}{4\times6}+\frac{1}{6\times8}+\cdots+\frac{1}{48\times50}$

解题思路：因为$\frac{2}{2\times4}=\frac{1}{2}-\frac{1}{4}$，$\frac{2}{4\times6}=\frac{1}{4}-\frac{1}{6}$，$\frac{2}{6\times8}=\frac{1}{6}-\frac{1}{8}$，…，所以，将算式中的每一项先扩大 2 倍后，再分裂成两个数的差，求算式的和，最后把求得的和再乘$\frac{1}{2}$即可。

解答：原式$=\left(\frac{2}{2\times4}+\frac{2}{4\times6}+\frac{2}{6\times8}+\cdots+\frac{2}{48\times50}\right)\times\frac{1}{2}$

$$=\left[\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{4}\right)+\left(\frac{1}{4}-\frac{1}{6}\right)+\left(\frac{1}{6}-\frac{1}{8}\right)+\cdots+\left(\frac{1}{48}-\frac{1}{50}\right)\right]\times\frac{1}{2}$$

$$=\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{50}\right)\times\frac{1}{2}$$

$$=\frac{24}{50}\times\frac{1}{2}$$

$$=\frac{6}{25}$$

【举一反三】

计算：

1. $\frac{1}{3\times5}+\frac{1}{5\times6}+\frac{1}{7\times9}+\cdots+\frac{1}{97\times99}$

2. $\frac{1}{1\times4}+\frac{1}{4\times7}+\frac{1}{7\times10}+\cdots+\frac{1}{97\times100}$

3. $\frac{1}{1\times5}+\frac{1}{5\times9}+\frac{1}{9\times13}+\cdots+\frac{1}{33\times37}$

挑战题 3

计算：$1\frac{1}{3}-\frac{7}{12}+\frac{9}{20}-\frac{11}{30}+\frac{13}{42}-\frac{15}{56}$

解题思路：因为$\frac{7}{12}=\frac{1}{3}+\frac{1}{4}$，$\frac{9}{20}=\frac{1}{4}+\frac{1}{5}$，$\frac{11}{30}=\frac{1}{5}+\frac{1}{6}$……所以这个题目也可以用拆项来计算。

解答：原式$=1\frac{1}{3}-(\frac{1}{3}+\frac{1}{4})+(\frac{1}{4}+\frac{1}{5})-(\frac{1}{5}+\frac{1}{6})+(\frac{1}{6}+\frac{1}{7})-(\frac{1}{7}+\frac{1}{8})$

$=1\frac{1}{3}-\frac{1}{3}-\frac{1}{4}+\frac{1}{4}+\frac{1}{5}-\frac{1}{5}-\frac{1}{6}+\frac{1}{6}+\frac{1}{7}-\frac{1}{7}-\frac{1}{8}$

$=1-\frac{1}{8}$

$=\frac{7}{8}$

【举一反三】

计算：

1. $1\frac{1}{2}+\frac{5}{6}-\frac{7}{12}+\frac{9}{20}-\frac{11}{30}$

2. $1\frac{1}{4}-\frac{9}{20}+\frac{11}{30}-\frac{13}{42}+\frac{15}{56}$

3. $\frac{2013}{1\times2}+\frac{2013}{2\times3}+\frac{2013}{3\times4}+\frac{2013}{4\times5}+\frac{2013}{5\times6}$

挑战题 4

计算：$\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\frac{1}{16}+\frac{1}{32}+\frac{1}{64}$

解题思路：这道题如果先通分再相加，就比较复杂；如果给原式先“借”来一个$\frac{1}{64}$，最后再“还”一个$\frac{1}{64}$，就可以口算出结果。

解答：原式$=(\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\frac{1}{16}+\frac{1}{32}+\frac{1}{64}+\frac{1}{64})-\frac{1}{64}$

$=1-\frac{1}{64}$

$=\frac{63}{64}$

【举一反三】

计算：

1. $\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\frac{1}{16}+\frac{1}{32}+\frac{1}{64}+\frac{1}{128}+\frac{1}{256}$

2. $\frac{2}{3}+\frac{2}{9}+\frac{2}{27}+\frac{2}{81}+\frac{2}{243}$

3. $\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\cdots+\frac{1}{1024}$

挑战题 5

计算：$(1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4})\times(\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+\frac{1}{5})-(1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+\frac{1}{5})\times(\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4})$

解题思路：仔细观察可以发现，题中有些分数是多次出现的，因此我们可以用代数法解这道题。所谓代数法解计算题，就是将某个复杂的算式换成含有字母的式子，然后再进行计算。

解答：设$1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}=a$，$\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}=b$，则

原式$=a\times(b+\frac{1}{5})-(a+\frac{1}{5})\times b$

$=ab+\frac{1}{5}a-ab-\frac{1}{5}b$

$=\frac{1}{5}a-\frac{1}{5}b$

$=\frac{1}{5}(a-b)$

$=\frac{1}{5}$