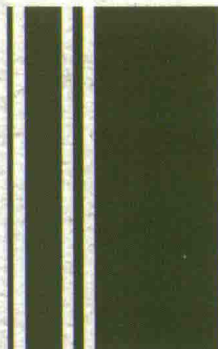
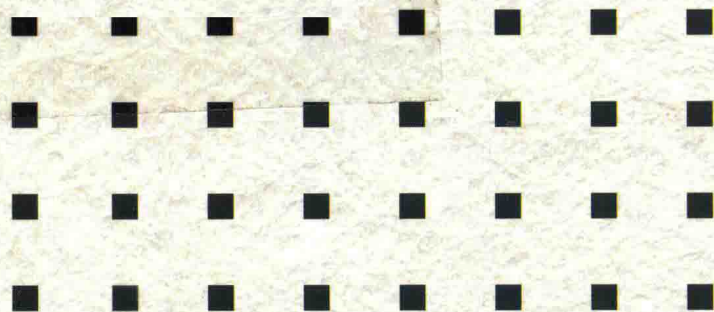


高等学校应用型本科“十三五”规划教材



机械工程控制基础 实验教程



刘国华 编著

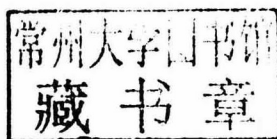


西安电子科技大学出版社
<http://www.xduph.com>

高等学校应用型本科“十三五”规划教材

机械工程控制基础实验教程

刘国华 编著



西安电子科技大学出版社

内 容 简 介

本书是“机械控制基础”课程的配套教材，紧密结合该课程的基本内容，设计了多个实验，涵盖控制工程的主要知识单元；同时，考虑到该课程是一门独立实验课程，因此本书也保证了知识上的独立性和完整性。本书将理论与实践紧密结合，引导学生发现问题、分析问题、解决问题，从而建构理论、形成观点、提高能力。

本书在实验内容安排上遵循由简到难、循序渐进的原则，实验环节设置验证性、设计性和综合性三种实验类型，实验单元多种类、多类型，并对目前控制工程实验中最常用的技术手段和方法进行了集中介绍，可供不同院校根据自身条件进行选择。

本书可作为应用型本科院校机械工程类专业、测控技术及仪器类专业的本科教材。

图书在版编目(CIP)数据

机械控制基础实验教程/刘国华编著. —西安:西安电子科技大学出版社, 2019. 1

ISBN 978-7-5606-5166-8

I. ①机… II. ①刘… III. ①机械工程—控制系统—实验—高等学校—教材 IV. ①TH-39

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2018)第 294694 号

策划编辑 秦志峰

责任编辑 师马玮 秦志峰

出版发行 西安电子科技大学出版社(西安市太白南路2号)

电 话 (029)88242885 88201467 邮 编 710071

网 址 www.xduph.com 电子邮箱 xdupfb001@163.com

经 销 新华书店

印刷单位 陕西利达印务有限责任公司

版 次 2019年1月第1版 2019年1月第1次印刷

开 本 787毫米×1092毫米 1/16 印 张 10.25

字 数 237千字

印 数 1~2000册

定 价 28.00元

ISBN 978-7-5606-5166-8/TH

XDUP 5468001-1

*** 如有印装问题可调换 ***

前 言

目前,自动控制技术已广泛地应用于工农业生产、交通运输和国防建设。自动控制理论和实验技术也有了很大的发展,它的概念、方法和体系已经渗透到许多学科领域。“机械工程控制基础”已经成为工科院校的一门重要基础课程。实验课对提高学生的动手能力、分析问题和解决问题的能力起着非常重要的作用,本书是“机械工程控制基础”课程教学中不可缺少的内容。

本书参考了相关院校的机械控制基础实验指导书,根据作者多年从事控制理论与控制工程方面实践教学的经验编写而成。作者考虑到教材的通用性,编写了多个实验项目,同时将工程上的经典案例融入本书中,较全面地涵盖了经典控制理论知识的重点和难点。本书实验内容不仅在教学上具有典型性和代表性,而且在实验技术上具有实践性和应用性。这些实验内容与理论知识的重点、难点紧密结合,运用实验的手段有效地将枯燥难记的知识转变成实际实验现象加以分析、研究,在实践中验证理论,又在实践中发展理论,从而培养读者理论与实践相结合、开拓创新思维的能力。

本书以实验项目为主线,以方法论为编写宗旨,精心编写实验内容。通过一些有代表性的范例,从设计实验方法入手,到程序设计及实验结果分析,详细地说明论证的过程,开拓读者设计实验的思维。范例中的所有程序均已由作者测试通过,所有的波形曲线均由范例中的程序运行而得,读者可以直接使用。特别是本书将倒立摆系统作为控制理论研究的一种实验手段和实验平台,用来检验控制理论或方法的典型方案,可以培养读者的实践能力和独立思考能力。

MATLAB/Simulink 软件是自动控制领域用于控制系统建模、分析计算、仿真与设计的主要工具,本书基于 MATLAB/Simulink 编写了大量的实验项目,读者可通过范例编程上机实践,进一步理解控制系统的基本理论及提高运用计算机辅助工具进行系统分析和设计的能力。本书中的所有软件实验不要求读者具备很专业的 MATLAB 语言基础,只需要具备一些计算机高级语言基础知识即可。读者通过本书第 3 章的入门学习,就可以轻松读懂范例中的程序。范例中的程序尽量使用简洁的语句编写,没有插入自编函数,简单易懂,可读性较好。

本书可作为应用型本科院校机械工程类专业、测控技术及仪器类专业本科生的“机械工程控制基础”实验教材与学习自动控制原理的辅助参考书,也可供成人教育和继续教育学生学习“机械工程控制基础”课程时参考。

本书由刘国华执笔,段建春、郑祥通、李飞、张琴涛参与编写工作进行程序实验,全书由刘国华负责统稿、定稿。在编写过程中,作者参考了大量书籍、资料和网站文献,也引用了其中部分内容,在此对原作者表示衷心的感谢。付鹏、李志文、武斌斌等也参与了本书的资料整理工作,在此一并表示感谢。

由于作者水平有限,书中疏漏和不足之处在所难免,敬请读者不吝指正。

作 者

2018 年 6 月

目 录

第 1 章 基础知识	1
1.1 线性定常系统概述	1
1.1.1 线性定常系统的数学模型和基本性质	1
1.1.2 线性定常系统的基本动力学特性	1
1.1.3 线性定常系统的典型结构	2
1.1.4 系统的稳定性分析	3
1.2 线性定常系统的品质分析	5
1.2.1 单位阶跃响应的性能指标	5
1.2.2 系统稳态误差分析	6
1.2.3 闭环频率特性和系统阶跃响应的关系	9
1.2.4 开环频率特性和系统阶跃响应的关系	10
1.2.5 系统的校正方法	11
1.3 采样系统理论	12
1.3.1 采样过程和采样定理	12
1.3.2 零阶保持器	13
1.3.3 脉冲传递函数	13
1.3.4 采样系统的稳定性	14
1.3.5 闭环极点与瞬态响应之间的关系	14
1.3.6 稳态误差	15
本章思考题	16
第 2 章 实验基本理论和方法	17
2.1 概述	17
2.2 典型的测试信号	17
2.3 控制系统动态特性的基本测试方法	19
2.3.1 控制系统动态特性的时域测试法	19
2.3.2 控制系统动态特性的频域测试法	22
2.4 实验调试及测试数据处理	24
2.4.1 测量	24
2.4.2 误差的定义和分类	24
2.4.3 实验结果的处理	26
2.5 实验要求	27
2.5.1 预习要求	27
2.5.2 实验要求	27
2.5.3 实验报告要求	28
本章思考题	29

第 3 章 MATLAB 介绍	30
3.1 MATLAB 简介	30
3.1.1 MATLAB 概述	30
3.1.2 MATLAB 界面	32
3.1.3 MATLAB 窗口	33
3.2 MATLAB 编程技巧(程序设计)	35
3.2.1 MATLAB 程序设计基本原则	35
3.2.2 数值表示、变量、表达式	36
3.2.3 MATLAB 基本运算	36
3.3 Simulink 建模方法	40
3.3.1 Simulink 仿真工具	40
3.3.2 Simulink 的启动	41
3.3.3 Simulink 界面介绍	41
3.3.4 使用 Simulink 建立系统模型	41
3.3.5 常用模块内部参数的设置	44
3.3.6 Simulink 仿真参数设置	51
3.3.7 用 Simulink 建立系统模型并仿真范例	53
3.4 MATLAB 在控制系统中的应用	54
3.4.1 利用 MATLAB 进行时域分析	54
3.4.2 利用 MATLAB 进行频域分析	62
本章思考题	73
第 4 章 线性系统的校正和设计	74
4.1 基于 MATLAB 控制系统的频率法串联超前校正设计	74
4.2 基于 MATLAB 控制系统的频率法串联滞后校正设计	82
4.3 基于 MATLAB 控制系统的频率法串联超前-滞后校正设计	86
4.4 连续系统 PID 控制器设计及其参数整定	91
本章思考题	98
第 5 章 直线倒立摆建模、仿真及实验	99
5.1 直线一级倒立摆	99
5.1.1 直线一级倒立摆的物理模型	99
5.1.2 直线一级倒立摆系统阶跃响应分析	105
5.1.3 MATLAB Simulink 仿真	106
5.1.4 实验结果及实验报告	112
5.2 直线一级倒立摆频率响应控制实验	112
5.2.1 频率响应分析	113
5.2.2 频率响应设计及仿真	114
5.2.3 直线一级倒立摆频率响应校正法实验	120
5.2.4 实验结果及实验报告	122
5.3 直线一级倒立摆 PID 控制实验	122
5.3.1 PID 控制分析	123

5.3.2	PID 控制参数设定及仿真	124
5.3.3	PID 控制实验	127
5.3.4	实验结果及实验报告	130
	本章思考题	130
第 6 章	直线一级顺摆建模和实验	131
6.1	直线一级顺摆的建模与分析	131
6.1.1	直线一级顺摆的建模	131
6.1.2	实际系统模型	133
6.1.3	系统可控性分析	134
6.2	直线一级顺摆频率响应分析	134
6.3	直线一级顺摆阶跃响应分析	135
6.4	直线一级顺摆的 PID 控制仿真与实验	136
6.4.1	直线一级顺摆的 PID 控制分析与仿真	136
6.4.2	直线一级顺摆的 PID 实时控制实验	138
	本章思考题	140
第 7 章	纺丝机温度控制系统实验	141
7.1	概述	141
7.2	纺丝机温度控制系统分析	141
7.2.1	纺丝机温度控制系统硬件构成	141
7.2.2	纺丝机温度控制系统数学模型	144
7.3	纺丝机温度控制系统电气原理图和人机界面	145
7.3.1	纺丝机温度控制系统电气原理图	145
7.3.2	人机界面(HMI)设计	145
7.4	控制原理及算法实现	148
7.4.1	PID 控制	148
7.4.2	PID 参数整定	149
7.4.3	PID 方法的 PLC 实现	150
7.5	纺丝机温度控制系统实验	151
7.5.1	人机界面	151
7.5.2	温度控制系统 PID 控制结果	151
	本章思考题	155
	参考文献	156

第1章 基础知识

1.1 线性定常系统概述

1.1.1 线性定常系统的数学模型和基本性质

线性定常系统的输出变量 $x_o(t)$ 和输入变量 $x_i(t)$ 动态关系的一般表达式为

$$\begin{aligned} & a_n \frac{d^n x_o(t)}{dt^n} + a_{n-1} \frac{d^{n-1} x_o(t)}{dt^{n-1}} + \cdots + a_1 \frac{dx_o(t)}{dt} + a_0 x_o(t) \\ & = b_m \frac{d^m x_i(t)}{dt^m} + b_{m-1} \frac{d^{m-1} x_i(t)}{dt^{m-1}} + \cdots + b_1 \frac{dx_i(t)}{dt} + b_0 x_i(t) \end{aligned} \quad (1-1)$$

式中, a_0, a_1, \dots, a_n 及 b_0, b_1, \dots, b_m 均为由系统结构、参数决定的常系数。用式(1-1)描述的系统具有如下本质特性。

(1) 齐次性(均匀性)。如果系统在输入 $x(t)$ 作用下的输出为 $y(t)$, 并记为 $x(t) \rightarrow y(t)$, 则 $kx(t) \rightarrow ky(t)$ (k 为常数), 称为齐次性。

(2) 叠加性。若系统在输入 $x_1(t)$ 作用下的输出为 $y_1(t)$, 而在另一个输入 $x_2(t)$ 作用下的输出为 $y_2(t)$, 并记为

$$\begin{aligned} x_1(t) & \rightarrow y_1(t) \\ x_2(t) & \rightarrow y_2(t) \end{aligned}$$

则 $x_1(t) + x_2(t) \rightarrow y_1(t) + y_2(t)$, 称为叠加性或叠加原理。

上述(1)、(2)又可表示为叠加原理的形式: 若 $y_1(t)$ 是系统在 $x_1(t)$ 作用下的输出, $y_2(t)$ 是系统在 $x_2(t)$ 作用下的输出, 对于任意的实数 α 和 β , 则 $\alpha x_1(t) + \beta x_2(t)$ 作用下的输出为 $\alpha y_1(t) + \beta y_2(t)$ 。

(3) 时不变性。若 $c(t)$ 是系统在 $r(t)$ 作用下的输出, 对于任意的实数 t_0 , 则 $r(t-t_0)$ 作用下的输出为 $c(t-t_0)$ 。时不变性表明系统的性质与开始研究系统的时间无关, 因此总可假定开始研究系统的时刻为零时刻。

(4) 因果性。若系统在 t 时刻的输出只取决于 t 时刻和在 t 之前的输入, 而和 t 时刻之后的输入无关, 则称系统具有因果性。任何实际的物理系统都是具有因果性的。通俗地说, 任何实际物理过程, 结果总不会在引起这种结果的原因发生之前产生。所以又称因果关系为物理可实现性。

1.1.2 线性定常系统的基本动力学特性

1. 系统的传递函数

在零初始条件下(初始输入和输出及它们的各阶导数均为零), 对式(1-1)进行拉氏变

换,可得到输出量与输入量的拉氏变换之比,即可得到系统的传递函数为

$$G(s) = \frac{X_o(s)}{X_i(s)} = \frac{b_m s^m + b_{m-1} s^{m-1} + \dots + b_1 s + b_0}{a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \dots + a_1 s + a_0} \quad (1-2)$$

若已知输入量为 $X_i(s)$,由式(1-2)可求出系统的输出量:

$$X_o(s) = G(s) X_i(s) \quad (1-3)$$

2. 系统的单位脉冲响应

系统在输入为单位脉冲信号 $x_i(t) = \delta(t)$ 时的输出称为系统的单位脉冲响应,记为 $x_o(t)$ 。

由输入 $x_i(t) = \delta(t)$, $X_i(s) = 1$,故有

$$x_o(t) = L^{-1}[G(s)] \quad (1-4)$$

可以看出,系统单位脉冲响应的象函数相当于系统的传递函数。

由一阶系统的传递函数得

$$X_o(s) = \frac{1}{T_s + 1} = G(s) \quad (1-5)$$

式(1-5)的拉氏反变换为

$$x_o(t) = \frac{1}{T} e^{-t/T} \quad (t \geq 0) \quad (1-6)$$

3. 系统的频率特性

当系统的输入为各个不同频率的正弦信号时,其稳态输出与输入的复数比称为系统的频率特性函数,简称系统的频率特性,记为 $G(j\omega)$ 。 $G(j\omega)$ 为将 $G(s)$ 中的 s 以 $j\omega$ 取代后的结果。

1.1.3 线性定常系统的典型结构

控制系统的典型结构如图1-1所示。图中 $N(s)$ 为干扰量。

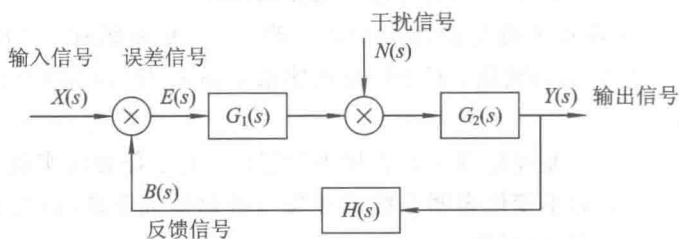


图 1-1 控制系统的典型结构

对输入引起的开环传递函数($N(s)=0$)可定义为,闭环系统的前向通道传递函数与反馈回路传递函数之积,或定义为反馈信号 $B(s)$ 与偏差 $E(s)$ 之比。

(1) 在输入量 $X(s)$ 的作用下可把干扰量 $N(s)$ 看作为零,系统的输出为 $Y_R(s)$,则

$$Y_R(s) = G_R(s) X(s) = \frac{G_1(s) \cdot G_2(s)}{1 + G_1(s) \cdot G_2(s) H(s)} X(s) \quad (1-7)$$

称 $G_R(s)$ 为输出量对输入量的传递函数,即

$$G_R(s) = \frac{Y_R(s)}{X(s)} = \frac{G_1(s) \cdot G_2(s)}{1 + G_1(s) \cdot G_2(s) H(s)} \quad (1-8)$$

(2) 在干扰量 $N(s)$ 作用下可把输入量 $X(s)$ 看作为零, 系统的输出为 $Y_N(s)$, 则

$$Y_N(s) = G_N(s)N(s) = \frac{G_2(s)}{1 + G_1(s) \cdot G_2(s)H(s)}N(s) \quad (1-9)$$

称 $G_N(s)$ 为输出量对干扰量的传递函数, 即

$$G_N(s) = \frac{Y_N(s)}{N(s)} = \frac{G_2(s)}{1 + G_1(s) \cdot G_2(s)H(s)} \quad (1-10)$$

(3) 系统总的输出量:

$$Y(s) = Y_R(s) + Y_N(s) = \frac{G_2(s)}{1 + G_1(s) \cdot G_2(s)H(s)}[G_1(s) \cdot X(s) + N(s)] \quad (1-11)$$

1.1.4 系统的稳定性分析

1. 代数判据

系统稳定的充要条件是其特征方程

$$D(s) = a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \dots + a_1 s + a_0 = 0 \quad (1-12)$$

的根(或者系统传递函数的极点)全部位于 s 复平面的左半平面。如果有一个或多个根在右半平面, 则系统不稳定; 如果有根在虚轴上, 而其余的根位于 s 平面的左半平面, 则系统处于临界稳定状态(振荡); 如果有根在原点上, 则系统偏离平衡点, 也不稳定。多项式方程(1-12)的根是否全在 s 平面的左半平面可以用劳斯(Roth)稳定判据和赫尔维茨(Hurwitz)稳定判据进行判断。

2. 频率稳定判据

1) 奈奎斯特(Nyquist)稳定判据

闭环系统稳定的充要条件是: 当 ω 从 $-\infty$ 到 $+\infty$ 时, 若 GH 平面上的开环频率特性为 $G_K(j\omega)$, 即 $G(j\omega)H(j\omega)$ 逆时针包围点 $(-1, j0)$ P 圈, 则闭环系统稳定。 P 为系统的 $G_K(s)$ 在 s 平面的右半平面的极点数。

综上所述, 当已知系统的 $G_K(s)$ 在 s 平面的右半平面的极点数 P 时, 可分以下三种情况判别系统的稳定性。

(1) 当 $P=0$, 即系统开环稳定时, 闭环系统稳定的充要条件是当 ω 从 $-\infty$ 变到 $+\infty$ 时, 开环 Nyquist 曲线不包围 $(-1, j0)$ 点。

(2) 当 $P \neq 0$, 即系统开环不稳定时, 闭环系统稳定的充要条件是当 ω 从 $-\infty$ 变到 $+\infty$ 时, 开环 Nyquist 曲线逆时针包围 $(-1, j0)$ 点的圈数 N 等于开环传递函数在 s 平面的右半平面的极点数 P 。当用 ω 从 0 到 $+\infty$ 的 Nyquist 曲线时, $N = -P/2$, 系统稳定。

(3) 当 Nyquist 曲线正好经过 $(-1, j0)$ 点时, 则闭环系统为临界稳定系统。

2) 对数稳定性判据

闭环系统稳定的充要条件是: 在系统开环伯德(Bode)图上, 当 ω 由 0 变到 $+\infty$ 时, 在 $L(\omega) \geq 0$ 的范围内, 开环对数相频特性正穿越与负穿越 -180° 轴线的次数差为 $P/2$ 时, 闭环系统稳定; 否则不稳定。 P 为系统开环传递函数在 s 平面的右半平面的极点数。

此时定义: 由下向上穿越 -180° 轴线为正穿越(因为此时相角增大), 由上而下穿越 -180° 轴线为负穿越(因为此时相角减小), 如图 1-2 所示。

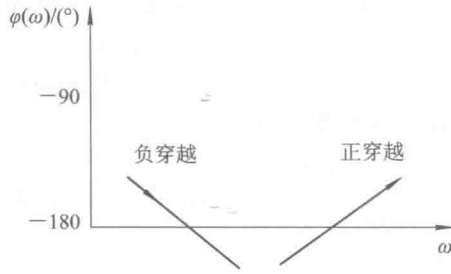


图 1-2 正穿越与负穿越

3. 稳定裕度

稳定裕度是衡量一个闭环系统稳定程度的指标，它体现了对系统品质的要求。

1) 相位裕量

在 Nyquist 图中，如图 1-3(a)、(b) 所示， γ 为 Nyquist 曲线与单位圆的交点 A 对负实轴的相位差值，即幅频特性为 1，幅值交界频率为 ω_c 时，

$$\gamma = 180^\circ + \varphi(\omega_c) \tag{1-13}$$

其中 $G_K(j\omega)$ 的相位 $\varphi(\omega_c)$ 一般为负值。

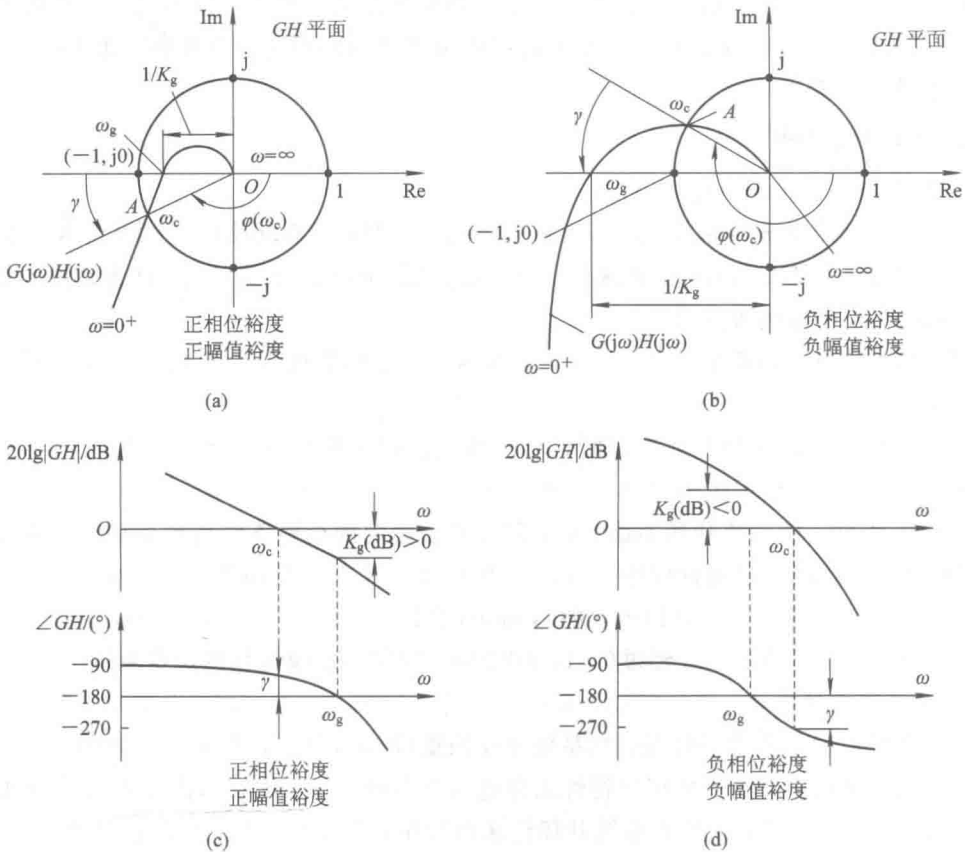


图 1-3 相位裕量 γ 和幅值裕量 K_g

对于稳定系统, γ 必在 Nyquist 图负实轴以下, 如图 1-3(a) 所示; 对于不稳定系统, γ 必在 Nyquist 图负实轴以上, 如图 1-3(b) 所示。

在 Bode 图中, 当 ω 为幅值交界频率 ω_c ($\omega_c > 0$) 时, 相频特性 $\angle GH$ 距 -180° 线的相位差值为相位裕量。图 1-3(c) 所示的系统不仅稳定, 而且有相当的稳定性储备, 它可以在 ω_c 的频率下, 允许相位再增加 γ 才达到 $\omega_g = \omega_c$ 的临界稳定状态。因此相位裕量 γ 也称为相位稳定性储备。

对于稳定的系统, γ 必在 Bode 图 -180° 线以上, 此时称为正相位裕量, 即有正的稳定性储备, 如图 1-3(c) 所示; 对于不稳定的系统, γ 必在 Bode 图 -180° 线以下, 此时称为负相位裕量, 即有负的稳定性储备, 如图 1-3(d) 所示。

2) 幅值裕量

当 ω 为相位交界频率 ω_g ($\omega_g > 0$) 时, 开环幅频特性 $|G_K(j\omega_g)|$ 的倒数称为系统的幅值裕量, 即

$$K_g = \frac{1}{|G_K(j\omega_g)|} \quad (1-14)$$

在 Nyquist 图上, Nyquist 曲线与负实轴的交点到原点的距离即为 $1/K_g$, 它代表在 ω_g 频率下开环频率特性的模。显然, 对于稳定系统, $|G_K(j\omega_g)| < 1$ 即 $1/K_g < 1$, 所以 $K_g > 1$, 如图 1-3(a) 所示; 对于不稳定系统, $|G_K(j\omega_g)| > 1$ 即 $1/K_g > 1$, 所以 $K_g < 1$, 如图 1-3(b) 所示。

在 Bode 图上, 幅值裕量以分贝表示为

$$20 \lg K_g = 20 \lg \frac{1}{|G_K(j\omega_g)|} = -20 \lg |G_K(j\omega_g)| \quad (1-15)$$

记做 K_g (dB)。

此时, 对于稳定的闭环系统, $|G_K(j\omega_g)| < 1$, K_g (dB) 必在 0 分贝线以下, 为正幅值裕量, 如图 1-3(c) 所示; 对于不稳定系统, $|G_K(j\omega_g)| > 1$, K_g (dB) 必在 0 分贝线以上, 为负幅值裕量, 如图 1-3(d) 所示。

在图 1-3(c) 中, 对数幅频特性如果上移 K_g (dB), 将使系统由稳定变为临界稳定。

1.2 线性定常系统的品质分析

1.2.1 单位阶跃响应的性能指标

线性系统的性能指标取决于系统本身的特性, 而与输入信号的大小无关, 不同幅值的阶跃输入响应时间完全相同, 仅在于幅值成正比地变化。因此对以单位阶跃输入瞬态响应形式给出的性能指标具有普遍意义。单位阶跃输入作用下, 稳定系统的输出响应 (如图 1-4 所示) 通常取下列指标。

(1) 延迟时间 t_d 。响应曲线第一次达到稳态值的一半所需要的时间, 称为延迟时间。

(2) 上升时间 t_r 。响应曲线从 0 上升到稳态值的 100% 所需要的时间, 称为上升时间。对于过阻尼系统, 通常采用从稳态值 10% 上升到 90% 所需的时间。

(3) 峰值时间 t_p 。响应曲线达到第一个峰值所需要的时间, 称为峰值时间。

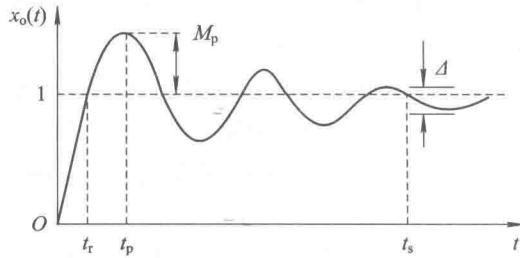


图 1-4 单位阶跃响应

(4) 最大超调量 M_p 或 $\sigma\%$ 。输出量的最大峰值与稳态值之差叫最大超调量。

$$M_p = x_o(t_p) - x_o(\infty) \quad (1-16)$$

若用百分数表示最大超调量，它的定义是

$$\sigma\% = \frac{x_o(t_p) - x_o(\infty)}{x_o(\infty)} \times 100\% \quad (1-17)$$

(5) 调整时间 t_s 。在响应曲线的稳态值上下做一个允许误差范围(通常取稳态值的 $\pm 5\%$ 或 $\pm 2\%$)，响应曲线达到并永远保持在这一允许误差范围内所需要的时间，称为调整时间。

(6) 稳态误差。

$$e(t) = \text{理想输出 } x_o(t) - \text{实际输出 } x_o(t) \quad (1-18)$$

其中延迟时间、上升时间、峰值时间和调整时间反映快速性，超调量反映准确性，阻尼比和振荡次数反映稳定性。

1.2.2 系统稳态误差分析

参考如图 1-1 所示的控制系统典型结构， $X(s)$ 是参考输入， $N(s)$ 是干扰输入， $Y(s)$ 是系统输出， $B(s)$ 是反馈输出， $E(s) = X(s) - B(s)$ 是系统的误差。

稳定系统误差的终值称为稳态误差，如下式所示：

$$e_{ss} = \lim_{t \rightarrow \infty} e(t) \quad (1-19)$$

e_{ss} 为衡量系统最终控制精度的重要性能指标。

1. 稳态误差的计算

$$\begin{aligned} E(s) &= E_R(s) + E_N(s) = \Phi_{er}(s)R(s) + \Phi_{en}(s)N(s) \\ &= \frac{1}{1+G_1(s)G_2(s)H(s)}R(s) + \frac{-G_2(s)H(s)}{1+G_1(s)G_2(s)H(s)}N(s) \end{aligned} \quad (1-20)$$

应用终值定理可以计算系统稳态误差

$$e_{ss} = \lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = \lim_{s \rightarrow 0} sE(s) \quad (1-21)$$

对如图 1-1 所示的系统，式(1-20)中两个极限存在的充要条件是 $sE(s)$ 的所有极点均应在 s 平面的左半平面。这一充要条件就包含了系统应是稳定的要求，所以，求稳态误差时应首先判别系统的稳定性。这容易从物理概念上来理解，因为只有稳定的系统才能进入稳态，计算稳态误差才有意义。

2. 由控制输入所引起的稳态误差

(1) 系统的开环传递函数。

$$\begin{aligned} G(s)H(s) &= G_1(s)G_2(s)H(s) \\ &= \frac{K(\tau_1 s + 1) \cdots (\tau_2^2 s^2 + 2\zeta\tau_2 s + 1) \cdots}{s^\lambda (T_1 s + 1) \cdots (T_2^2 s^2 + 2\zeta T_2 s + 1) \cdots} \end{aligned} \quad (1-22)$$

式中, K 为开环增益(当开环传递函数分子、分母的最低项系数都化为 1 时得到的), λ 为积分环节的数目。由控制输入所引起的稳态误差为

$$\begin{aligned} e_{ss} &= \lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = \lim_{s \rightarrow 0} sE(s) = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{s}{1 + G(s)H(s)} R(s) \\ &= \lim_{s \rightarrow 0} \frac{s}{1 + \frac{K}{s^\lambda}} R(s) = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{s^{\lambda+1}}{s^\lambda + K} R(s) \end{aligned}$$

可见稳态误差和时间常数无关, 而与开环增益及开环传递函数中的积分环节的个数 λ 有关。

(2) 系统的型次。把系统按开环传递函数中积分环节的个数 λ 进行分类: $\lambda=0$, 无积分环节, 称为 0 型系统; $\lambda=1$, 有一个积分环节, 称为 I 型系统; $\lambda=2$, 有两个积分环节, 称为 II 型系统。III 型及 III 型系统很难稳定, 所以在工程上一般不采用。

3. 静态误差系数

(1) 静态位置误差系数 K_p 。输入信号为单位阶跃信号($r(t)=1(t)$, $R(s)=1/s$)时的稳态误差称为位置误差。

令

$$\begin{aligned} K_p &= \lim_{s \rightarrow 0} G(s)H(s) = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{K(T_a s + 1)(T_b s^2 + 2\zeta_b T_b s + 1) \cdots}{s^\lambda (T_1 s + 1)(T_2 s^2 + 2\zeta_2 T_2 s + 1) \cdots} \\ &= \lim_{s \rightarrow 0} \frac{K}{s^\lambda} = \begin{cases} K\lambda = 0 \\ \infty \lambda \geq 1 \end{cases} \end{aligned} \quad (1-23)$$

$$\begin{aligned} e_{ss} &= \lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = \lim_{s \rightarrow 0} sE(s) = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{s}{1 + G(s)H(s)} R(s) \\ &= \lim_{s \rightarrow 0} \frac{s}{1 + G(s)H(s)} \frac{1}{s} = \frac{1}{1 + K_p} \\ &= \begin{cases} \frac{1}{1 + K} & \lambda = 0 \\ 0 & \lambda \geq 1 \end{cases} \end{aligned} \quad (1-24)$$

可见: 0 型系统对于阶跃响应具有稳态误差, 当开环增益足够大时, 稳态误差可以足够小, 但过高的开环增益会使系统不稳定。对于 I 型及以上的系统, 稳态误差为零。

(2) 静态速度误差系数 K_v 。输入信号为单位斜坡输入信号($r(t)=t$, $R(s)=1/s^2$)时的稳态误差称为速度误差。令:

$$\begin{aligned} K_v &= \lim_{s \rightarrow 0} sG(s)H(s) = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{sK(T_a s + 1)(T_b s^2 + 2\zeta_b T_b s + 1) \cdots}{s^\lambda (T_1 s + 1)(T_2 s^2 + 2\zeta_2 T_2 s + 1) \cdots} \\ &= \lim_{s \rightarrow 0} \frac{K}{s^{\lambda-1}} = \begin{cases} 0 \lambda = 0 \\ K \lambda = 1 \\ \infty \lambda \geq 2 \end{cases} \end{aligned} \quad (1-25)$$

$$\begin{aligned}
 e_{ss} &= \lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = \lim_{s \rightarrow 0} sE(s) = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{s}{1+G(s)H(s)} R(s) = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{s}{1+G(s)H(s)} \frac{1}{s^2} \\
 &= \lim_{s \rightarrow 0} \frac{1}{s+sG(s)H(s)} = \frac{1}{K_v} = \begin{cases} \infty & \lambda = 0 \\ \frac{1}{K} & \lambda = 1 \\ 0 & \lambda \geq 2 \end{cases} \quad (1-26)
 \end{aligned}$$

可见：0型系统不能跟踪斜坡输入，I型系统可以跟踪但有一定的误差，II型及以上的系统能精确跟踪斜坡输入，稳态误差为零。

(3) 静态加速度误差系数 K_a 。输入信号为单位加速度输入信号 ($r(t) = 1/2t^2$, $R(s) = 1/s^3$) 时的稳态误差称为加速度误差。令

$$\begin{aligned}
 K_a &= \lim_{s \rightarrow 0} s^2 G(s)H(s) = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{s^2 K (T_a s + 1) (T_b s^2 + 2 \zeta_b T_b s + 1) \cdots}{s^\lambda (T_1 s + 1) (T_2 s^2 + 2 \zeta_2 T_2 s + 1) \cdots} \\
 &= \lim_{s \rightarrow 0} \frac{K}{s^{\lambda-2}} = \begin{cases} 0 & \lambda \leq 1 \\ K & \lambda = 2 \\ \infty & \lambda \geq 3 \end{cases} \quad (1-27)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 e_{ss} &= \lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = \lim_{s \rightarrow 0} sE(s) = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{s}{1+G(s)H(s)} R(s) = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{s}{1+G(s)H(s)} \frac{1}{s^3} \\
 &= \lim_{s \rightarrow 0} \frac{1}{s^2 + s^2 G(s)H(s)} = \frac{1}{K_a} = \begin{cases} \infty & \lambda \leq 1 \\ \frac{1}{K} & \lambda = 2 \\ 0 & \lambda \geq 3 \end{cases} \quad (1-28)
 \end{aligned}$$

可见：0型和I型系统不能跟踪加速度输入信号，II型系统可以跟踪但有一定的误差，III型及以上的系统能精确跟踪斜坡输入，稳态误差为零。

稳态误差计算表见表1-1。

表 1-1 稳态误差计算表

系统类型	用误差系数表示	输入信号		
		阶跃 $r(t) = 1(t), R(s) = \frac{1}{s}$	斜坡 $r(t) = t, R(s) = \frac{1}{s^2}$	加速度 $r(t) = \frac{1}{2}t^2, R(s) = \frac{1}{s^3}$
0型	$\frac{1}{1+K_p}$	$\frac{1}{1+K}$	∞	∞
I型	$\frac{1}{K_v}$	0	$\frac{1}{K}$	∞
II型	$\frac{1}{K_a}$	0	0	$\frac{1}{K}$

4. 由干扰所引起的稳态误差

干扰 $n(t)$ 作用下稳态误差的表达式

$$e_{ssn} = \lim_{s \rightarrow 0} sE_N(s) = \lim_{s \rightarrow 0} s\Phi_{en}(s)N(s) = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{-G_2(s)H(s)}{1+G_1(s)G_2(s)H(s)} N(s) \quad (1-29)$$

误差信号与干扰作用点之间的传递函数：

$$G_1(s) = \frac{K_1 \prod_{i=1}^{l_1} (\tau_i s + 1)}{s^{v_1} \prod_{j=1}^{l_2} (T_j s + 1)} \quad (1-30)$$

其他部分的传递函数：

$$G_2(s)H(s) = \frac{K_2 \prod_{i=1}^{l_2} (\tau_i s + 1)}{s^{v_2} \prod_{j=1}^{l_1} (T_j s + 1)} \quad (1-31)$$

将式(1-30)和式(1-31)代入式(1-29)，得

$$e_{\text{ssn}} = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{-K_2 s^{v_1+1}}{s^{v_1+v_2} + K_1 K_2} N(s) \quad (1-32)$$

若误差信号与干扰作用点之间的传递函数 $G_1(s)$ 中无积分环节，对阶跃干扰来说， $e_{\text{ssn}} = -1/K_1$ ；在 $G_1(s)$ 中引入积分环节，可以消除某些形式干扰引起的问题误差 e_{ssn} 。

1.2.3 闭环频率特性和系统阶跃响应的关系

1. 频域性能指标

闭环系统的幅频特性如图 1-5 所示，其某些特征点和系统阶跃响应的指标有密切关系。

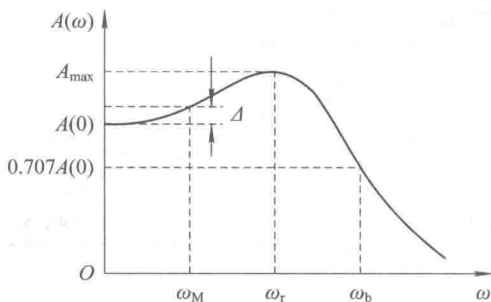


图 1-5 闭环幅频特性曲线

1) 谐振频率 ω_r 和谐振峰值 M_r

谐振频率：
$$\omega_r = \frac{1}{T} \sqrt{1 - 2\zeta^2}$$

谐振峰值：
$$M_r = \frac{1}{2\zeta \sqrt{1 - \zeta^2}}$$

M_r 越大阻尼比越小越易振荡，反之则越稳定，故它反映了系统的相对稳定性。

2) 截止频率 ω_b 和带宽

一般规定 $A(\omega)$ 由 $A(0)$ 下降到 -3 dB 时的频率，即 $A(\omega)$ 由 $A(0)$ 下降到 $0.707 A(0)$ 时的频率叫作系统的闭环截止频率 ω_b 。

频率由 $0 \sim \omega_b$ 的范围称为系统的闭环带宽。带宽越大，响应越快，但高频干扰越大。

3) 系统带宽的选择

为了使系统能够准确复现输入信号,要求系统具有较大的带宽;从抑制噪声的角度来看,又不希望带宽过大,因此在系统设计时,必须选择合适的系统带宽。

系统带宽的选择既要考虑信号的通过能力,又要考虑抗干扰能力。输入信号处于低频段,扰动信号处于高频段。

输入信号的带宽为 $0 \sim \omega_M$, 系统的带宽一般为 $\omega_b = (5 \sim 10)\omega_M$ 。

2. 由闭环幅频 $M(\omega)$ 曲线直接估算出阶跃响应的性能指标

$$\sigma\% = \left\{ 41 \ln \left[\frac{M_p \cdot M(\omega_1/4)}{M_0^2} \cdot \frac{\omega_b}{\omega_{0.5}} \right] + 17 \right\} \% \quad (1-33)$$

$$t_s = \left(13.57 \cdot \frac{M_p \cdot \omega_b}{M_0 \cdot \omega_{0.5}} - 2.51 \right) \cdot \frac{1}{\omega_{0.5}} (\text{s}) \quad (1-34)$$

式中 M_0 为角频率为 0 时的幅值 $M(0)$; M_p 为谐振峰值; ω_b 为 $M(\omega)$ 衰减至 $0.707M(0)$ 处的角频率, 即频带; $\omega_{0.5}$ 为 $M(\omega)$ 衰减至 $0.5M(0)$ 处的角频率; ω_1 为 $M(\omega)$ 过峰值后又衰减至 $M(0)$ 值所对应的角频率。

1.2.4 开环频率特性和系统阶跃响应的关系

系统开环对数幅频特性曲线可分为三频段, 即低频段、中频段和高频段, 如图 1-6 所示。

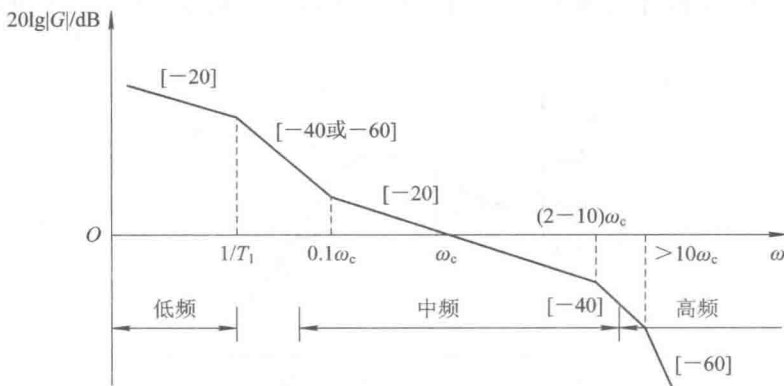


图 1-6 系统开环对数幅频渐近特性曲线

低频段通常是指开环对数幅频特性渐进曲线的第一个转折频率以前的区段。该段取决于系统开环增益和开环积分环节的数目。低频段的特性反映了系统稳态精度。

中频段是指开环对数幅频特性渐进曲线在截止角频率 ω_c 附近的区段。这段特性集中反映了系统的平稳性和快速性。中频段应以 -20 dB/dec 穿越 ω_c , 且应当有较大的宽度。

高频段是指开环对数幅频特性渐进曲线在中频段以后 ($\omega > 10\omega_c$) 的区段, 这段特性反映了系统对高频干扰的抑制能力。高频段幅值越低, 系统抗干扰能力越强。

三频段概念适用的前提是系统闭环稳定具有最小相位性质的单位负反馈系统。由系统开环截止角频率和相位裕度可直接估算出阶跃响应的性能指标 M_p 和 t_s 。

$$\sigma\% = [0.16 + 0.4(M_p - 1)] \times 100\% (1 \leq M_p \leq 1.8) \quad (1-35)$$