



中学数学拓展丛书

数学测评探营

SHUXUE CEPING TANYING

沈文选 杨清桃 编著



数学测评是检验并促进数学学习效果的重要手段！
测评数学的研究是教育数学研究中的一朵奇葩！



哈尔滨工业大学出版社
HARBIN INSTITUTE OF TECHNOLOGY PRESS

● 中学数学拓展丛书

本册书是湖南省教育厅科研课题“教育数学的研究”（编号06C310）成果之十

数学测评探营

SHUXUE CEPING TANYING

沈文选 杨清桃 编著



哈尔滨工业大学出版社
HARBIN INSTITUTE OF TECHNOLOGY PRESS

内 容 提 要

本书共分八章,第一章数学测评的意义;第二章数学测评的内容与要求;第三章从数学测评到测评数学的研究;第四章测评数学内容设计的知识与能力并重方略;第五章测评数学内容的资源开发;第六章测评数学基本题型试题的命制;第七章测评数学特殊性试题的命制;第八章从测评数学试题中发掘研究素材.

本书可作为高等师范院校、教育学院、教师进修学院数学专业及国家级、省级中学数学骨干教师培训班教材或教学参考书,亦是广大中学数学教师及数学爱好者的数学视野拓展读物.

图书在版编目(CIP)数据

数学测评探营/沈文选,杨清桃编著. —哈尔滨:哈尔滨工业大学出版社,2019.5
(中学数学拓展丛书)
ISBN 978-7-5603-7878-7

I. 数… II. ①沈… ②杨… III. 中学数学课—教学参考资料 IV. G633.603

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2018)第 276597 号

策划编辑 刘培杰 张永芹
责任编辑 刘春雷
封面设计 孙茵艾
出版发行 哈尔滨工业大学出版社
社 址 哈尔滨市南岗区复华四道街 10 号 邮编 150006
传 真 0451-86414749
网 址 <http://hitpress.hit.edu.cn>
印 刷 哈尔滨市工大节能印刷厂
开 本 787mm×1092mm 1/16 总印张 25.5 总字数 558 千字
版 次 2019 年 5 月第 1 版 2019 年 5 月第 1 次印刷
书 号 ISBN 978-7-5603-7878-7
定 价 58.00 元

(如因印装质量问题影响阅读,我社负责调换)

序

我和沈文选教授有过合作,彼此相熟.不久前,他发来一套数学普及读物的丛书目录,包括数学眼光、数学思想、数学应用、数学模型、数学方法、数学史话等,洋洋大观.从论述的数学课题来看,该丛书的视角新颖,内容充实,思想深刻,在数学科普出版物中当属上乘之作.

阅读之余,忽然觉得公众对数学的认识很不相同,有些甚至是彼此矛盾的.例如:

一方面,数学是学校的主要基础课,从小学到高中,12年都有数学;另一方面,许多名人在说“自己数学很差”的时候,似乎理直气壮,连脸也不红,好像在宣示:数学不好,照样出名.

一方面,说数学是科学的女王,“大哉数学之为用”,数学无处不在,数学是人类文明的火车头;另一方面,许多学生说数学没用,一辈子也碰不到一个函数,解不了一个方程,连相声也在讽刺“一边向水池注水,一边放水”的算术题是瞎折腾.

一方面,说“数学好玩”,数学具有和谐美、对称美、奇异美,歌颂数学家的“美丽的心灵”;另一方面,许多人又说,数学枯燥、抽象、难学,看见数学就头疼.

数学,我怎样才能走近你,欣赏你,拥抱你?说起来也很简单,就是不要仅仅埋头做题,要多多品味数学的奥秘,理解数学的智慧,抛却过分的功利,当你把数学当作一种文化来看待的时候,数学就在你心中了.

我把学习数学比作登山,一步步地爬,很累,很苦.但是如果你能欣赏山林的风景,那么登山就是一种乐趣了.

登山有三种意境。

首先是初识阶段。走入山林，爬得微微出汗，坐拥山色风光。体会“明月松间照，清泉石上流”的意境。当你会做算术，会记账，能够应付日常生活中的数学的时候，你会享受数学给你带来的便捷，感受到好似饮用清泉那样的愉悦。

其次是理解阶段。爬到山腰，大汗淋漓，歇足小坐。环顾四周，云雾环绕，满目苍翠，心旷神怡。正如苏轼名句：“横看成岭侧成峰，远近高低各不同。不识庐山真面目，只缘身在此山中。”数学理解到一定程度，你会感觉到数学的博大精深，数学思维的缜密周全，数学的简捷之美，使你对符号运算能够有爱不释手的感受。不过，理解了，还不能创造。“采药山中去，云深不知处。”对于数学的伟大，还莫测高深。

第三则是登顶阶段。攀岩涉水，越过艰难险阻，到达顶峰的时候，终于出现了“会当凌绝顶，一览众山小”的局面。这时，一切疲乏劳顿、危难困苦，全都抛到九霄云外。“雄关漫道真如铁”，欣赏数学之美，是需要代价的。当你破解了一道数学难题，“蓦然回首，那人却在，灯火阑珊处”的意境，是语言无法形容的快乐。

好了，说了这些，还是回到沈文选先生的丛书。如果你能静心阅读，它会帮助你一步步攀登数学的高山，领略数学的美景，最终登上数学的顶峰。于是劳顿着，但快乐着。

信手写来，权作为序。

张莫宙

2016年11月13日

于沪上苏州河边

附 文

（文选先生编著的丛书，是一种对数学的欣赏。因此，再次想起数学思想往往和文学意境相通，2007年年初曾在《文汇报》发表一短文，附录于此，算是一种呼应。）

数学和诗词的意境

张莫宙

数学和诗词，历来有许多可供谈助的材料。例如：

一去二三里，烟村四五家。

亭台六七座，八九十枝花。

把十个数字嵌进诗里，读来朗朗上口。郑板桥也有题为《咏雪》的诗云：

一片二片三四片，五六七八九十片。

千片万片无数片，飞入梅花总不见。

诗句抒发了诗人对漫天雪舞的感受. 不过, 以上两诗中尽管嵌入了数字, 却实在和数学没有什么关系.

数学和诗词的内在联系, 在于意境. 李白的题为《送孟浩然之广陵》的诗云:

故人西辞黄鹤楼, 烟花三月下扬州.
孤帆远影碧空尽, 唯见长江天际流.

数学名家徐利治先生在讲极限的时候, 总要引用“孤帆远影碧空尽”这一句, 让大家体会一个变量趋向于 0 的动态意境, 煞是传神.

近日与友人谈几何, 不禁联想到初唐诗人陈子昂的题为《登幽州台歌》的诗中的名句:

前不见古人, 后不见来者.
念天地之悠悠, 独怆然而涕下.

一般的语文解释说: 上两句俯仰古今, 写出时间绵长; 第三句登楼眺望, 写出空间辽阔; 在广阔无垠的背景中, 第四句描绘了诗人孤单寂寞、悲哀苦闷的情绪, 两相映照, 分外动人. 然而, 从数学上看来, 这是一首阐发时间和空间感知的佳句. 前两句表示时间可以看成是一条直线(一维空间). 陈老先生以自己为原点, 前不见古人指时间可以延伸到负无穷大, 后不见来者则意味着未来的时间是正无穷大. 后两句则描写三维的现实空间: 天是平面, 地是平面, 悠悠地张成三维的立体几何环境. 全诗将时间和空间放在一起思考, 感到自然之伟大, 产生了敬畏之心, 以至怆然涕下. 这样的意境, 数学家和文学家是可以彼此相通的. 进一步说, 爱因斯坦的四维时空学说, 也能和此诗的意境相衔接.

贵州省六盘水师专的杨老师告诉我, 他的一则经验. 他在微积分教学中讲到无界变量时, 用了宋朝叶绍翁的题为《游园不值》中的诗句:

春色满园关不住, 一枝红杏出墙来.

学生每每会意而笑. 实际上, 无界变量是说, 无论你设置怎样大的正数 M , 变量总要超出你的范围, 即有一个变量的绝对值会超过 M . 于是, M 可以比喻成无论怎样大的园子, 变量相当于红杏, 结果是总有一枝红杏越出园子的范围. 诗的比喻如此恰切, 其意境把枯燥的数学语言形象化了.

数学研究和学习需要解题, 而解题过程需要反复思索, 终于在某一时刻出现顿悟. 例如, 做一道几何题, 百思不得其解, 突然添了一条辅助线, 问题豁然开朗, 欣喜万分. 这样的意境, 想起了王国维用辛弃疾的词来描述的意境: “众里寻他千百度. 蓦然回首, 那人却在, 灯火阑珊处.” 一个学生, 如果没有经历过这样的意境, 数学大概是学不好的了.

①
前

言

音乐能激发或抚慰情怀,绘画使人赏心悦目,诗歌能动人心弦,哲学使人获得智慧,科技可以改善物质生活,但数学却能提供以上的一切.

——Klein

数学就是对于模式的研究.

——A. N. 怀特海

甚至一个粗糙的数学模型也能帮助我们更好地理解一个实际的情况,因为我们在试图建立数学模型时被迫考虑了各种逻辑可能性,不含混地定义了所有的概念,并且区分了重要的和次要的因素.一个数学模型即使导出了与事实不符合的结果,它也还是可能是有价值的,因为一个模型的失败可以帮助我们去寻找更好的模型.应用数学和战争是相似的,有时一次失败比一次胜利更有价值,因为它帮助我们认识到我们的武器或战略的不适当之处.

——A. Renyi

人们喜爱音乐,因为它不仅有神奇的乐谱,而且有悦耳的优美旋律!

人们喜爱画卷,因为它不仅描绘出自然界的壮丽,而且可以描绘人间美景!

人们喜爱诗歌,因为它不仅是字词的巧妙组合,而且有抒发情怀的韵律!

人们喜爱哲学,因为它不仅是自然科学与社会科学的浓缩,而且使人更加聪明!人们喜爱科技,因为它不仅是一个伟大的使者或桥梁,而且是现代物质文明的标志!

而数学之为德,数学之为用,难以用旋律、美景、韵律、聪明、标志等词语来表达!你看,不是吗?

数学精神,科学与人文融合的精神,它是一种理性精神!一种求简、求统、求实、求美的精神!数学精神似一座光辉的灯塔,指引数学发展的航向!数学精神似雨露阳光滋润人们的心田!

数学眼光,使我们看到世间万物充满着带有数学印记的奇妙的科学规律,看到各类书籍和文章的字里行间有着数学的踪迹,使我们看到满眼绚丽多彩的数学洞天!

数学思想,使我们领悟到数学是用字母和符号谱写的美妙乐曲,充满着和谐的旋律,让人难以忘怀,难以割舍!让我们在思疑中启悟,在思辨中省悟,在体验中领悟!

数学方法,它是人类智慧的结晶,也是人类的思想武器!它像画卷一样描绘着各学科的异草奇葩般的景象,令人目不暇接!它的源头又是那样地寻常!

数学解题,它是人类学习与掌握数学的主要活动,它是数学活动的一个兴奋中心!数学解题理论博大精深,提高其理论水平是永远的话题!

数学技能,它是人类在数学知识的学习过程中逐步形成并发展的一种大脑操作方式,它是一种智慧!它是数学能力的一种标志!操握数学技能是追求的一种基础性目标!

数学应用,给我们展示出了数学的神通广大,它在各个领域与角落闪烁着人类智慧的火花!

数学建模,呈现出了人类文明亮丽的风景!特别是那呈现出的抽象彩虹——一个个精巧的数学模型,璀璨夺目,流光溢彩!

数学竞赛,许多青少年喜爱的一种活动,这种数学活动有着深远的教育价值!它是选拔和培养数学英才的重要方式之一.这种活动可以激励青少年对数学学习的兴趣,可以扩大他们的数学视野,促进创新意识的发展!数学竞赛中的专题培训内容展示了竞赛数学亮丽的风景!

数学测评,检验并促进数学学习效果的重要手段.测评数学的研究是教育数学研究中的一朵奇葩!测评数学的深入研究正期待着我们!

数学史话,充满了前辈们创造与再创造的诱人的心血机智.让我们可以从中汲取丰富的营养!

数学欣赏,对数学喜爱的情感的流淌.这是一种数学思维活动的崇高表情!数学欣赏,引起心灵震撼!真、善、美在欣赏中得到认同与升华!从数学欣赏中领略数学智慧的美妙!从数学欣赏走向数学鉴赏!从数学文化欣赏走向文化数学研究!

因此,我们可以说,你可以不信仰上帝,但不能不信仰数学.

从而,提高我国每一个人的数学文化水平及数学素养,是提高我国各个民族整体素质的重要组成部分,这也是数学基础教育中的重要目标.为此,笔者构思了《中学数学拓展丛书》.

这套丛书是笔者学习张景中院士的教育数学思想,对一些数学素材和数学研究成果进行再创造并以此为指导思想来撰写的;是献给中学师生,试图为他们扩展数学视野、提高数学素养以响应张奠宙教授的倡议;建构符合时代需求的数学常识,享受充满数学智慧的精彩人生的书籍.

不积小流,无以成江河;不积跬步,无以至千里.没有积累便没有丰富的素材,没有整合创新便没有鲜明的特色,这套丛书的写作,是笔者在多年资料的收集、学习笔记的整理及笔者已发表的文章的修改并整合的基础上完成的.因此,每册书末都列出了尽可能多的参考文献,在此,衷心地感谢这些文献的作者.

这套丛书,作者试图以专题的形式,对中小学中典型的数学问题进行广搜深掘来串联,并以此为线索来写作的.

这一本是《数学测评探营》.

探营,是指要采取各种方法深入到第一线获取第一手材料.

要检验数学教育的效果,离不开对被教育者的评价,其中最重要的一环就是用数学测量的方法来检测教育效果.

什么是数学测量呢?数学测量就是根据教育测量的方法表对数学教育效果或过程加以确定.

数学测量不能直接测量,它只能通过检测心理现象的外显行为或外在表现特征来推知个体的心理能力和个性特点等.同时,数学测量很难排除一些无关因素的影响,使之出现随机性或误差.

进行数学测量必须要有相应的测量工具.数学测量的主要工具就是测验,数学测量所用的测验总是由一组题目组成,题目是构成测验的元素,好的测验必须是优良的题目的组合.比如一个以选拔性为目的的测验就应当把具有不同学业水平的考生区分开来,而若该测验中某一道题目所有的考生都得满分或都不得分,这一道题就失了区分不同学业水平考生的效用.可见,选好题目是数学教育进行科学测量的一项重要工作.

作者有着多年参与过大型测评试题命制的较多体验,以多年的亲身经历对数学测评进行了探讨,提出了从数学测评到测评数学研究的课题,探营了测评数学内容设计的知识与能力并重方略,测评数学内容的资源开发,测评数学试题中基本题型以及特殊性试题的命制等问题.在这其中,作者提出了一些见解,并以大量的现实考试题为例说明了一些观点,数学高考是一种极为重要的数学测评.因此,例题中高考试题占了较大的比例.

从事测评数学研究是为了更好地进行数学测评,数学测评是数学教育中的一项重要工作,因而从事测评数学研究也就是从事教育教学研究的一部分.这也是作者对研究教育数学做的一些工作.

测评数学的研究,是教育数学研究中的一朵奇葩.教育测量理论的发展,给数学测量工作带来了无限的生机,因而深入研究测评数学是一项任务艰巨而又前途无量的事业.

衷心感谢张莫宙教授在百忙中为本丛书作序!

衷心感谢刘培杰数学工作室,感谢刘培杰老师、张永芹老师等诸位老师,是他们的大力支持和精心编辑,使得本书以这样的面目展现在读者面前!

衷心感谢我的同事邓汉元教授,我的朋友赵雄辉、欧阳新龙、黄仁寿,我的研究生们:羊明亮、吴仁芳、谢圣英、彭喜、谢立红、陈丽芳、谢美丽、陈森君、孔璐璐、邹宇、谢罗庚、彭云飞等对我写作工作的大力协助,还要感谢我的家人对我们写作的大力支持!

沈文选 杨清桃

2018年6月于岳麓山下



第一章 数学测评的意义

1.1 什么是测评? 什么是数学测评?	1
1.2 数学测评的功能和地位	3
1.2.1 数学测评的功能	3
1.2.2 数学测评的地位	4
1.3 数学测验的多种形式	5
1.3.1 诊断性测验	5
1.3.2 成绩测验	6
1.3.3 学能测验	6
1.3.4 速度测验和难度测验	6
1.3.5 目标参照性测验	7
1.3.6 常模参照性测验	7
1.4 数学测验的统计指标	8
1.4.1 几个常用的特征量数	8
1.4.2 信度	10
1.4.3 效度	16
1.4.4 难度	22
1.4.5 区分度	25

第二章 数学测评的内容与要求

2.1 数学知识的内容与要求	27
2.2 数学思想方法的内容与要求	28
2.2.1 函数与方程的思想	29
2.2.2 数形结合的思想	29
2.2.3 分类与整合的思想	30
2.2.4 化归与转化的思想	30
2.2.5 特殊与一般的思想	31
2.2.6 有限与无限的思想	31
2.2.7 或然与必然的思想	32
2.3 数学能力的内容与要求	32
2.3.1 数学能力结构	34
2.3.2 数学测评考查原则	37

目 录

CONTENTS



目录

CONTENTS

2.3.3 高考对数学能力的考查要求	39
2.4 非智力因素的要求	49

第三章 从数学测评到测评数学的研究

3.1 形势的发展给数学测评提出了新的挑战	52
3.2 迎接数学测评的新挑战提出了新的研究课题	53
3.3 研究测评数学是一个新课题	54
3.4 测评数学内容应体现的特征	59
3.4.1 知识基础,综合有控	60
3.4.2 设计新颖,表述简约	60
3.4.3 设问灵活,“四度”适宜	61
3.4.4 求解需变,系统开放	64
3.4.5 结构和谐,解法多样	66
3.4.6 思维灵动,研有余味	69
3.5 研究探讨测评数学的着眼点	81
3.5.1 着眼于数学本质、数学理性思维的呈现	82
3.5.2 着眼于数学思想、方法的贯通	86
3.5.3 着眼于对数学能力的探究	97
3.5.4 着眼于逻辑结构的调整	108
3.5.5 着眼于对数学美的追求	109
3.6 测评数学的测评目标模型探讨	115
3.6.1 威尔逊的测评目标模型介绍	115
3.6.2 我国学者对测评目标模型的探索	121

第四章 测评数学内容设计的 知识与能力并重方略

4.1 源于教材,寻求变化	126
4.2 高于教材,网络交汇	129
4.3 探讨解法,估量效能	132
4.4 探索立意,开发题源	136
4.5 实践检验,评价分析	138

第五章 测评数学内容的资源开发

5.1 测评数学内容的素材资源开发	148
5.1.1 数学教材内容的开发	148
5.1.2 数学名题的开发	150
5.1.3 高等数学背景素材的开发	153
5.1.4 现实生活、工农业生产等方面的素材的开发	155
5.1.5 初等教学研究素材的发掘	155
5.1.6 测评数学内容的重新开发	163
5.2 测评数学试题命制技术资源开发	165
5.2.1 测试题拟制技术	166



5.2.2 测试题拟制方式	166
5.2.3 测试题编制技术与方式	169

第六章 测评数学基本题型试题的命制

6.1 测评数学试题的命题原则	176
6.1.1 科学性原则	176
6.1.2 适标性原则	178
6.1.3 整体性原则	179
6.1.4 明确、简洁性原则	181
6.1.5 规范性原则	182
6.1.6 公平性原则	184
6.2 测评数学选择题的命制	186
6.2.1 选择题的特点与功能	186
6.2.2 选择题的设计与命制	189
6.3 测评数学填空题的命制	197
6.3.1 填空题的特点与功能	197
6.3.2 填空题的设计与命制	198
6.4 测评数学解答题的命制	204
6.4.1 解答题的特点与功能	204
6.4.2 解答题设计的指导思想	206
6.4.3 解答题设计的步骤与案例	209

第七章 测评数学特殊性试题的命制

7.1 测评数学探究性试题的命制	216
7.1.1 数学探究的内涵和意义	216
7.1.2 数学探究的学习要求与学习特点	216
7.1.3 测评数学探究性试题的命制与案例	218
7.2 测评数学应用性试题的命制	230
7.2.1 数学应用性试题的内涵和意义	230
7.2.2 测评数学应用性试题的命制与案例	232
7.3 测评数学把关性试题的命制	249
7.3.1 数学把关性试题的内涵和意义	249
7.3.2 测评数学把关性试题的命制与案例	251
7.4 测评数学研究性学习能力检测试题的命制	305
7.4.1 研究性学习能力检测试题的内涵	306
7.4.2 研究性学习能力检测试题的命制思路与案例	308
7.5 测评数学素养检测试题的命制	315

第八章 从测评数学试题中发掘研究素材

8.1 发掘出学习者的研究性学习素材	319
8.1.1 研究性学习的意义与特点	319
8.1.2 从测评数学试题中发掘出学习者的研究性学习素材	320
8.2 发掘出教师的研究活动素材	346
8.2.1 研究测评数学试题是数学教师的重要工作	346
8.2.2 从测评数学试题中发掘出研究活动素材	348
主要参考文献	371
作者出版的相关书籍与发表的相关文章目录	372
编后语	375

目 录

CONTENTS

第一章 数学测评的意义

1.1 什么是测评？什么是数学测评？

测评既包括测量,又包括评价或评估.

在教育测量学中,测量(measurement)是指根据某种标准,将实施测验的结果化为分数(或等级),用以表达受试者对所测问题了解多少的一种工作历程.测验(test)或称心理测验(mental test 或 psychological test),是由多个问题构成的用来鉴别能力或性格差异的工具,测验是测量的手段和工具.测验有多种形式,教育上使用最多的是性向测验(aptitude test)和成就测验(achievement test).与测量一词比较,测验结果所显示的是受试者所从事的工作表现的优劣程度;而测量的历程,则是对受试者表现以数学的多寡(或等级的高低)给予“他能做到多少”的解释.

心理测量是指依据一定的法则,用数字对人的心理特征的行为表现加以确定.教育测量(educational measurement)在本质上属于心理测量,是心理测量的原理和方法在教育领域的应用.教育测量也有广义和狭义之分,狭义的教育测量又包括成绩(成就)测量,是对学习结果——知识、技能的测量.我们讨论的教育测量一般是指广义的教育测量.

人们较易理解的测量是物理测量,如日常生活中的度、量、衡都是司空见惯的,都可以进行直接的测量.与物理测量相比,教育测量的对象是复杂得多的人,因而教育测量不能直接测量,它只能通过检测心理现象的外显行为或外在表现特征来推知个体的心理能力和个性特点等.同时,教育测量很难排除一些无关因素的影响,诸如知识水平、教学条件、师资水平、情绪、健康状况、主试人导向等多方面因素都或多或少地影响到教育测量的结果,使之出现随机性或误差.

显然,教育测量的间接性、多元性和随机性决定它比物理测量要复杂困难得多.但是,美国心理与教育测量学家桑代克(Thorndike, E. L.)和麦柯尔(Mc Call, W. A.)早就提出一个假说:“凡是存在必有数量,既有数量即可测量.”^①

这就是说,事物的质可以转化为量来计算.教育测量的存在既然是必要的,我们自然希望其亦能够合理存在,即能够尽量减少和排除内在的或外在的无关因素的影响,提高测量的准确性.这就要求教育测量必须在技术和工具上狠下功夫,才有可能与物理测量相媲美,加强人们的心理认同感.

^① 桑代克 R L,哈根 E P. 译者的话[M]//叶佩华,邹有华,刘蔚成. 心理与教育的测量和评价. 北京:人民教育出版社,1985:3.

进行测量必须要有相应的测量工具。显然,测量工具的性能好,测量的效果必然也好。物理测量借助于量尺、温度计、计时器、磅秤等工具,不同的工具又有不同的量纲单位,也就是说,它们各有不同的参照标准,这样才能使其测量结果具有可比性或可加性等性质。教育测量的主要工具则是测验。测验旨在对教育效果进行科学的测量,因此,关注教育测量的科学性就成为必然。教育测量学研究的主要内容就是测验的编制和使用以及测验结果的评价。

教育测量所用的测验总是由一组题目组成,题目是构成测验的元素。好的测验必须是优良的题目的组合。比如,一个以选拔性为目的的测验就应当可以把具有不同学业水平的考生区分开来,而若该测验中某一道题目所有的考生都得满分或都不得分,这一道题就失去了区分不同学业水平考生的效用,可见,选好题目是教育进行科学的测量的一项重要工作。^①

测量应具有可靠性、客观性。如物理测量中长度的度量:用一把尺子度量某一物体的长度,那么无论何人、何时、何地,进行这项测量工作,其结果应该是一致的,唯有如此,这把尺子才是可靠的;而若不同的人使用,或同一个人不同时间、地点使用,测量的结果并不一样,这把尺子便是不可靠的。教育测量亦同此理。一个好的测验应当在不同的人使用、不同的时间、地点施测同样具有一致性。要想确保这样的一致性,无论是物理测量,还是教育测量,都必须进行科学的测量。对教育测量而言,我们就要研究和讨论测验的可靠性和客观性,这就是测验的信度问题;我们还要研究和讨论测验反映测量目的的有效性,这就是测验的效度问题。这两个评价指标缺一不可,可靠的测验并不一定有效。因此,寻求和编制具有优良信度和效度的测验是教育进行科学的测量的必要工作。

测验的结果一般都以分数或等级来表示。因此,测验分数的评定及比较、等级的划分以至对各个测验分数的解释等问题,也是教育测量学不可忽视的问题。

学校、社会对测验的要求是多种多样的,如高考、升学考试、招技术工种、招行政管理人員、军人入伍、公务员选拔、研究生入学考试、成人高考、高中毕业会考,等等。不同的测验目的有不同的测验要求,不同的测验又有不同的编制要求和不同的分数评定体系等。上述这些问题的研究亦需要科学的教育测量理论。

所谓评价或评估,就是对从事的工作或测量效果或结果进行价值或目标上的评判或估量。具体地说,它是依据预定的目标,通过一定的手段(包括测量、测验等),广泛地收集信息,并运用恰当的信息处理技术,获取可靠的证据,对从事工作的效果,测量的结果等进行价值分析,并做出评判或估量。

教育测量是教育评价(education evaluation)的基础,测量的结果是教育评价的依据,评价是对测量结果的解释过程,如果不依据测量结果进行价值分析和判定,测量结果就会失去意义。

数学测评是指对数学的教学及数学学习效果进行测量、评价或评估。

数学测评是数学教育中的一项重要工作,尤其是数学测评的专业性很强,这就使我们更

^① 张敏萱. 教育测量学[M]. 北京:人民教育出版社,1998:2-3.

为注重科学的测评,这就要对数学测评做深入研究,这样才能保证数学测评的科学性.

1.2 数学测评的功能和地位

数学测评具有一般教育测评的功能和地位,又有数学的特殊性功能 and 地位.

当今的世界是充满决策的世界,如果学校能对学生的心理和教育进行全面系统的测评,根据测评所得的结果反馈于教学,那么必可在实际的教育、教学决策中发挥很大的功用. 数学测评有如下功能:

1.2.1 数学测评的功能

1. 因材施教

教育的一条基本原则就是“因材施教”. 实际的教育过程欲体现这一原则,就要求教师必须了解自己的学生. 了解的依据一般有二:一是基于经验之上的主观直觉;二是借助于科学的客观测量. 前者是前科学的方法,有时并不可靠,常常是很大程度上受到主体状态的影响. 例如,对学生能力、知识水平等方面的测量,主观直感可以在一定范围内使教师了解学生的特点,但这并不完全靠得住,很容易受到教师的好恶、成见、情绪等多方面因素的影响. 因而,为了更准确、更客观地了解自己的学生,使用测验并依据测验结果来了解学生是必不可少的. 唯有如此,教师才能够针对学生的具体情况做出相应的合理安排,依据学生能力和已有知识水平的个别差异做出适当的教学决策,比如说编班、分组、开特殊课、课后个别辅导、进行分层教学,等等. 所谓有的放矢,其效必佳.

由于数学学科比其他学科学生之间差距更大,数学测评对因材施教有特殊作用.

2. 选拔人才

数学测评是一种选拔人才的重要手段. 为了确保教育质量,确保培养出高层次、高水平的人才,并最高效益地使用好有限的教育经费和教育设施,必须甄选出最有可能成功的学生. 随着社会与科技的发展,凭借个人经验的选拔已无法满足实际的需要,高效、准确的决策辅助工具——测验——便尤其必要. 比如,各级升学考试、全国高校入学考试等,数学学科都是必测评的. 只有科学地利用数学测评这一工具,才会提高选拔人才的可靠性和科学性.

随着社会化大生产的发展,人类的分工越来越精细,数学素养要求也越来越高,各种特殊素养测验应运而生,并应用于不同部门和不同领域,使人员与工作之间建立最佳搭配,大大提高了人才选拔和职业训练的效率.

3. 诊断补救

始于 20 世纪初的测验运动的最直接的原因,在于了解那些心理上有缺陷的儿童,对他们做出早期诊断并进行早期矫治方面的特殊功效.

除临床外,测验的诊断功能亦体现在数学教育工作之中. 学生在校的适应不良和学习困难缘于何故? 可能因素很多,如缺乏某方面知识或某种能力,具有某种不良性格或习惯,等

等。测验能够将人的行为进行多方比较,从而确定一个人的相对的长处和短处,找出问题症结之所在,为有效解决问题提供较可靠的信息。教师可以依据这些信息,有针对性地采取补救措施,对症下药,才能事半功倍,达到最佳教学效果。

4. 评价教学

测验的评价功能在教学评估中既可面向教师与教学方法,亦可面向学生与学业成就。测验可以选拔与评定学校管理人员与教师,提高师资水平;还可以评价和鉴定教材与教学方法,从而提高教学质量。根据单元考试、期中与期末的综合考试等,可以对学生的学业成就做出评定,决定学生的等级成绩,使教师得以了解学生,亦使学生得以自我了解和自我评价。

5. 就业指导

由于普及教育的实现,在校的学生面临着—个共同的选择:以何种职业迈入社会?个人的能力倾向、知识范围、兴趣特长、职业价值观、个性特征等多方面因素综合的决定一个人最适合和应该选择何种职业。特别是进入数字化时代以来,社会各项工作要求人的数学素养越来越高,数学测评可以对学生的数学素养进行全面评估,从而为其就业提供有效的指导。学生可以根据各种测验结果帮助自我决策,以使自己能在社会上发挥出最大潜力和作用。

综上所述,我们从五个方面讨论了数学测评的一些功能。

1.2.2 数学测评的地位

下面,我们再来讨论数学测评的地位。这也是一般教育测评的地位再加上教学测评的特殊地位。

学校的教育测评要求每一位教育工作者都应该做好教育测评这一工作,但由于许多实际的原因,许多教育工作者对此比较盲目。许多教育工作者不仅不会出考试题,还非常缺乏教育测评理论的学习和了解,显然,这对提高测试质量和改善测验等方面的工作就难以进行了。这可以说是教育界急需改善的状况。因此,教育测评研究工作在教育中的地位是不可忽视的。

首先,教育测评是教育科学研究和教育教学改革的基本工具。要想发展教育事业,就必须适应科学技术的发展来改进教学体制,并引入新的教材和采用新的教法。但是,好的体制、教材和教法要通过教育效果来体现,而教育效果通常又由学生的测验成绩来说明。现在按数学课程标准,全国编写了多套改革试用的教材,譬如:“人教版”“北京版”“湖南版”“上海版”等。使用这些教材既要执行全国统一的数学课程标准要求,又要结合本地的实际,还要反映地方的教育水平。而判别和了解教材的优劣和质量高低,则须通过相当长时间的教学实验和对学生进行的考核,并尽量排除各种干扰因素,最终才能对不同教材的质量做出评定。

其次,教育测评是教育过程中的一个重要环节。教育是一个完整的系统,从教育控制论的角度看,教育过程可以被看作教师对学生学习进程的影响和控制的过程,而测验考试为这一过程提供了反馈信息。教师可以利用反馈信息来改进教学、提高教学质量,学生可以利用反馈信息改善学习方法并提高效率,抓住重点和解决难题。削弱教育测评就等于削弱教育质

量检查,而没有质量检查的反馈,就失去了对教育过程的控制.可见,教育过程是离不开测验考试的.显然,数学教育过程也是离不开数学测评的.

第三,教育测评是相关学科的基础,并成为社会科学研究的一种重要工具.在教育学科中与教育测评密切相关的学科有教育统计学、教育评价学等,教育测评的结果成为这些相关学科的主要数据与资料来源.在数学教育中,数学测评亦成为一种重要的研究工具,其结果被作为量化研究的指标.没有数学测评,那么再完善的统计方法、评价技术亦无用武之地;又若数学测评没有进行科学的测评,其结果必然会有偏差,这些不准确、不可靠的数据又会不可避免地导致错误的结论、错误的解释,最终会导致错误的决策.可见,数学测评的科学性在此有至关重要的作用.

由于数学是一种侧重于理性思维的学科,所以数学测评在教育测评中有着特殊的地位,它是分区度高、选拔性强的教育测评.

1.3 数学测验的多种形式

数学测验具有一般教育测验的多种形式.^①

测验的形式可按不同的标准分成各种类别.例如,从用途上分,一般可分为成绩测验、学能测验、品格测验等;从分数标定和解释上分,可分为目标参照性测验和常模参照性测验;从测验方法上分,可分为笔试、口试和操作测验等;从测验方式上分,可分为综合测验、分离式或单一式测验等;从测验规模上分,可分为个体测验和团体测验,团体测验又可分成各种级别测验、各种层次测验、各个阶段测验等;从测验要求上分,可分为难度测验、速度测验、选拔测验等,如此等等.测验的种类和形式还有许多,在这里,我们仅讨论中学数学教育中应用得比较多的几种测验.

1.3.1 诊断性测验

诊断性测验在评测学生掌握某一部分教育内容的情况时使用,是一种具有诊断性质的测验.通过这种测验可及时看到学生的学习情况,直接获得教学的反馈信息,调整教学的进度和教学的方式、方法.这种测验一般在课堂上进行,学生的情况通常比较相近.测验的安排多为主讲教师根据本人教学的需要自行命题,灵活性比较大.学生的成绩主要作为了解教学情况之用,不一定作为衡量水平之用.这种测验的范围比较小,内容比较集中,目标单一,试题往往只围绕一个核心进行命题,关键是能否抓住考查内容的重点和难点,抓住了要点才能促进教学.在试题的设计上要十分注意其诊断作用,即通过试题的解答,能清楚地反映学生对某一特定的知识点和教学方法是否理解和掌握,有时还得反映其熟练程度和深刻程度.一般说来,不宜采用综合性试题.

^① 教育部考试中心. 高考数学测量理论与实践[M]. 北京:高等教育出版社,2007:2-3.