

转型发展系列教材

大学物理实验

DAXUE WULI SHIYAN

主 编：刘伟歧 王伟荣 王福谦
副主编：刘真真 吕亚南 钟 耿

转型发展系列教材

大学物理实验

主 编 刘伟歧 强伟荣 王福谦
副主编 刘真真 吕亚南 钟 耿

西南交通大学出版社
· 成都 ·

图书在版编目 (C I P) 数据

大学物理实验 / 刘伟歧, 强伟荣, 王福谦主编. —
成都: 西南交通大学出版社, 2019.1
ISBN 978-7-5643-6745-9

I. ①大… II. ①刘… ②强… ③王… III. ①物理学
- 实验 - 高等学校 - 教材 IV. ①O4-33

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2019) 第 021324 号

大学物理实验

责任编辑 / 穆 丰
主 编 / 刘伟歧 强伟荣 王福谦 助理编辑 / 赵永铭
封面设计 / 严春艳

西南交通大学出版社出版发行
(四川省成都市二环路北一段 111 号西南交通大学创新大厦 21 楼 610031)
发行部电话: 028-87600564 028-87600533
网址: <http://www.xnjdcbs.com>
印刷: 成都蜀通印务有限责任公司

成品尺寸 185 mm × 260 mm
印张 6.5 字数 158 千
版次 2019 年 1 月第 1 版
印次 2019 年 1 月第 1 次

书号 ISBN 978-7-5643-6745-9
定价 19.80 元

课件咨询电话: 028-87600533
图书如有印装质量问题 本社负责退换
版权所有 盗版必究 举报电话: 028-87600562

转型发展系列教材编委会

顾 问 蒋葛夫

主 任 汪辉武

执行主编 蔡玉波 陈叶梅 贾志永 王 彦

总序

教育部、国家发展改革委、财政部《关于引导部分地方普通本科高校向应用型转变的指导意见》指出：

“当前，我国已经建成了世界上最大规模的高等教育体系，为现代化建设作出了巨大贡献。但随着经济发展进入新常态，人才供给与需求关系深刻变化，面对经济结构深刻调整、产业升级加快步伐、社会文化建设不断推进特别是创新驱动发展战略的实施，高等教育结构性矛盾更加突出，同质化倾向严重，毕业生就业难和就业质量低的问题仍未有效缓解，生产服务一线紧缺的应用型、复合型、创新型人才培养机制尚未完全建立，人才培养结构和质量尚不适应经济结构调整和产业升级的要求。”

“贯彻党中央、国务院重大决策，主动适应我国经济发展新常态，主动融入产业转型升级和创新驱动发展，坚持试点引领、示范推动，转变发展理念，增强改革动力，强化评价引导，推动转型发展高校把办学思路真正转到服务地方经济社会发展上来，转到产教融合校企合作上来，转到培养应用型技术技能人才上来，转到增强学生就业创业能力上来，全面提高学校服务区域经济社会发展和创新驱动发展的能力。”

高校转型的核心是人才培养模式，因为应用型人才和学术型人才是有所不同的。应用型技术技能型人才培养模式，就是要建立以提高实践能力为引领的人才培养流程，建立产教融合、协同育人的人才培养模式，实现专业链与产业链、课程内容与职业标准、教学过程与生产过程对接。

应用型技术技能型人才培养模式的实施，必然要求进行相应的课程改革，我们这套“转型发展系列教材”就是为了适应转型发展的课程改革需要而推出的。

希望教育集团下属的院校，都是以培养应用型技术技能型人才为职责使命的，人才培养目标与国家大力推动的转型发展的要求高度契合。在办学过程中，围绕培养应用型技术技能型人才，教师们在不同的课程教学中进行了卓有成效的探索与实践。为此，我们将经过教学实践检验的、较成熟的讲义陆续整理出版。一来与兄弟院校共同分享这些教改成果，二来也希望兄弟院校对于其中的不足之处进行指正。

让我们共同携起手来，增强转型发展的历史使命感，大力培养应用型技术技能型人才，使其成为产业转型升级的“助推器”、促进就业的“稳定器”、人才红利的“催化器”！

汪辉武

2016年6月

前 言

大学物理实验课程是高等学校理工科各专业学生必修的基础实验课程之一。大学物理实验对学生创造性思维能力的培养起到良好的促进作用。特别是在国家实施普通高等本科院校应用型转型改革的背景下，大学物理实验课程更符合应用型大学的基本要求，旨在注重知识的运用与创新，培养学生的实践能力。

为适应教学转型改革纵深发展要求，秉承大学物理实验课程与专业相结合并服务于专业建设的宗旨，旨在培养和提高学生的科学素养和实践能力，我们编写了这本应用型大学物理实验教材。本书涉及力学、电学、磁学、光学及近代物理学内容。本书分为3章，第1章阐述了大学物理实验课程的作用及意义；第2章介绍了误差理论、数据处理的基础知识和基本处理方法；第3章编写了12个典型实验，涵盖了大学物理课程体系所要求掌握的知识内容。

本书在王福谦教授的悉心指导下，由刘伟歧老师组织，刘真真、吕亚南、钟耿、强伟荣等老师参与编写，其中实验3.1、3.2、3.11、3.12由刘伟歧编写；实验3.6、3.7、3.8、3.9由刘真真编写；实验3.3、3.5由吕亚南编写；实验3.4、3.10由钟耿编写；绪论、第2章由强伟荣编写。

本书编写过程中，得到了黎锋、夏建春等老师的大力支持，书中蕴含着他们的辛劳与奉献，在此一并致谢。

由于编者水平所限，书中难免有不妥或疏漏之处，恳请读者提出批评意见和建议。

编 者

2018年11月

目 录

第 1 章 绪 论	1
1.1 大学物理实验课程的作用与意义	1
1.2 实验原则与要求	1
第 2 章 测量误差及数据处理	3
2.1 测量与误差	3
2.2 测量结果的不确定度	6
2.3 有效数字及其运算	9
2.4 间接测量结果的不确定度	11
2.5 数据处理方法	13
第 3 章 实验内容	17
3.1 长度测量	17
3.2 刚体转动惯量的测定	21
3.3 杨氏模量的测量	28
3.4 压力传感器	34
3.5 示波器	41
3.6 静电场的描绘	48
3.7 霍尔效应的测定	55
3.8 几何光学	62
3.9 分光计的调节与使用	68
3.10 迈克尔逊干涉仪测光波波长	75
3.11 弗兰克-赫兹实验	82
3.12 太阳能电池实验	87
参考文献	93
附：第 2 章习题答案	94

第1章 绪论

1.1 大学物理实验课程的作用与意义

1. 地位和作用

物理学的发展是不断地从实验探索到理论总结再到实验探索的逐步提高和深化的过程，物理学中概念和规律的建立，都必须以严格的物理实验为依据，例如：万有引力定律、热力学定律、光的波粒二象性、电磁感应定律等的发现都是人们长期观察自然现象、反复实验、运用抽象思维总结出来的。

大学物理实验是高等院校理工科各专业的一门必修基础课，是对学生进行科学实验基本训练，提高学生分析和解决问题能力的重要课程，特别在国家实施普通高等本科院校应用型转型改革的背景下，应用技术型大学课程建设与发展尤为重要，应用技术型大学强调培养高技能、重实践的专业人才，注重知识的运用与创新能力。大学物理实验既提供对专业知识实践中的观察、思考、设计、改进及数据处理的实践平台，又能从基本理论与方法上加深对专业知识的再学习。

2. 目的与意义

(1) 通过实验，掌握实验的基本原理、基本方法和基本技能，培养独立工作的能力、发现和解决问题的能力。

(2) 通过实验，培养严肃认真的工作作风和实事求是的工作态度。

(3) 通过实验，学生对实验现象的观察和分析，对重要的物理概念和规律树立直观、清晰的物理图像，培养学生理论联系实际的能力。

1.2 实验原则与要求

本节主要介绍物理实验的主要环节和实验报告的主要内容，要求学生按照实验要求进行。

1. 物理实验三个环节

(1) 课前预习，认真阅读实验内容，写预习报告。

2 大学物理实验

- ① 实验的题目、实验目的、实验原理要写明确。
- ② 画好原始数据记录表格。
- (2) 课堂实验，亲自动手，认真操作，详细记录数据。
- (3) 课后处理，课后进行数据处理，完成实验报告。

2. 实验报告内容（要用统一的实验报告纸做）

- (1) 实验题目。
- (2) 实验目的。
- (3) 实验原理：主要公式、定理、图表，必要的文字叙述。
- (4) 实验仪器：主要实验设备名称、规格、编号等。
- (5) 实验步骤：条理清楚，言简意赅。
- (6) 数据处理：规范作图、如实分析，严谨报告。
- (7) 实验结论：表述完整，结论清晰，重点突出。
- (8) 实验总结：认真总结，发现不足，提出改进意见及建议。

第2章 测量误差及数据处理

测量误差和数据处理是物理实验课的基础，是一切实验分析中必不可少的内容。测量误差，其目的是对实验结果做出评定，减小实验误差，提高测量的准确程度。

2.1 测量与误差

1. 测量的含义

通过对比，确定出待测量是标准量的多少倍的过程称为测量。测量物体得到的实验数据应包含大小和单位两个要素。

2. 测量的分类

按照测量结果获得的方法来分，分为直接测量和间接测量；按照测量条件是否相同来分，分为等精度测量和非等精度测量。

直接测量是把待测量与标准量直接进行比较，从而得出测量结果。如用千分尺测量物体的长度，用电压表测量用电器两端的电压值等。间接测量是借助函数关系由直接测量的结果计算得到的物理量。例如：已知匀加速直线运动的初速度、末速度、时间等物理量，根据各物理量之间的关系求出物体运动的加速度和位移，就是间接测量。一个物理量能否直接测量不是绝对的。随着科学技术的不断发展，仪器设备的不断更新换代，很多原来只能间接测量的量，现在可以直接测量了。

等精度测量是指在相同条件下进行的多次测量，即：在相同的周围环境下，同一个人，同一台仪器设备，测量所取的参数相同。等精度测量每次测量的可靠程度相同，物理实验中大多采用等精度测量。反之，若每次测量时的条件不同，如测量仪器设备的改变，测量方法的改变，不同的人等，这样的一系列测量叫作非等精度测量。

3. 描述仪器性能的基本概念

描述仪器性能的基本概念有仪器精密度、准确度和量程等。

仪器精密度是指仪器能够分辨的物理量的最小值，一般是仪器的最小分度值。仪器最小

的分度越小，仪器精密度越高，所测量物理量的精密度也越高。对测量读数最小一位的取值，一般在仪器最小分度范围内再估读一位数字。如米尺的最小分度为毫米，其精密度就是 1 毫米，应估读到毫米的十分位。

仪器准确度是指仪器读数的可靠程度，一般标在仪器上或写在仪器说明书上。如电压表所标示的级别就是该仪器的准确度，不同的仪器准确度是不一样的，如对测量长度的常用仪器：米尺、游标卡尺和螺旋测微器，它们的仪器准确度依次提高。

量程：是指仪器所能测量的物理量最大值和最小值之差，即仪器的测量范围。

4. 误差与偏差

在一定条件下，任何物理量的大小都有一个客观存在的真实值，称为真值。

测量的目的就是为得到被测物理量所具有的客观真实数据，但由于受测量方法、测量仪器、测量条件以及观测者水平等多种因素的限制，只能获得该物理量的近似值，即测量值 x 与真值 a 之间总是存在着一定的差值，这种差值称为测量误差，即

$$\varepsilon = x - a$$

显然误差 ε 有正负之分，常称为绝对误差。注意，绝对误差不是误差的绝对值！

设某个物理量真值为 a ，进行 n 次等精度测量，测量值分别为 x_1, x_2, \dots, x_n ，（不考虑系统误差）。可证明其算术平均值为最佳估计值：

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} \quad (2-1)$$

当测量次数 $n \rightarrow \infty$ 时，即为测量值的近似真实值。为了估计误差，定义测量值与近似真实值的差值为偏差，即实验误差分析中常用偏差来描述测量结果的精确程度。

5. 系统误差与随机误差

根据误差的性质和产生的原因，可分为系统误差和随机误差。

1) 系统误差

系统误差是指在一定条件下多次测量的结果总是向一个方向偏离，其数值一定或按一定规律变化。系统误差的特征是具有一定的规律性，系统误差的来源有以下几个方面：

(1) 仪器误差。由于仪器本身的缺陷或没有按规定条件使用仪器而造成的误差；例如，用秒表测量运动物体通过某一段路程所需要的时间，若秒表走时偏慢，即使测量多次，测量的时间 t 总是偏小为一个固定的数值，这是仪器不准确造成的误差。

(2) 理论误差。由于测量所依据的理论公式本身的近似性，或实验条件不能达到理论公式所规定的要求，或测量方法等所带来的误差；

(3) 观测误差。由于观测者本人生理或心理特点造成的误差。通常与观测者反应和观察习惯有关。例如，按秒表时习惯提前或滞后。

在任何一项实验工作和具体测量中，必须要想尽一切办法，最大限度地消除或减小一切

可能存在的系统误差, 或者对测量结果进行修正。以下介绍几种常用的方法。

(1) 检定修正法: 指将仪器、量具送计量部门检验取得修正值, 以便对某一物理量测量后进行修正。

(2) 替代法: 指测量装置测定待测量后, 在测量条件不变的情况下, 用一个已知标准量替换被测量来减小系统误差。

(3) 异号法: 指对实验时在两次测量中出现符号相反的误差, 采取平均值后消除的一种方法。例如在外界磁场作用下, 仪表读数会产生一个附加误差, 若将仪表转动 180° 再进行一次测量, 两次测量结果平均, 正负误差可以抵消, 从而减小系统误差。

2) 随机误差

随机误差是指在实际测量条件下, 多次测量同一量时, 误差时大时小、时正时负, 以不可预定方式变化着的误差叫作随机误差, 也叫偶然误差。当测量次数很多时, 随机误差就显示出明显的规律性。实践和理论都已证明, 随机误差服从一定的统计规律(正态分布, 见图 2-1), 其特点是: 单峰性, 指绝对值小的误差出现的概率比绝对值大的误差出现的概率大; 对称性, 指绝对值相等的正负误差出现的概率相同; 有界性, 指绝对值很大的误差出现的概率趋于零; 抵偿性, 指误差的算术平均值随着测量次数的增加而趋于零。因此, 增加测量次数可以减小随机误差。

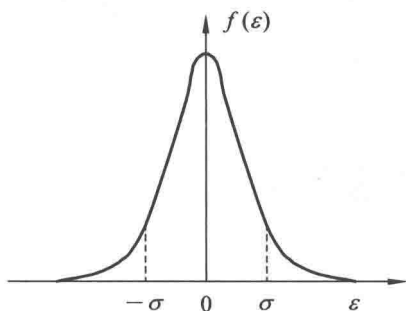


图 2-1 正态分布曲线

引起随机误差的原因很多, 它与仪器精密度和观察者感官灵敏度有关。如仪器显示数值的估计读数位偏大和偏小; 测量环境扰动变化以及其他不能预测不能控制的因素, 如外界因素干扰等。

由于测量者过失、实验方法不合理、用错仪器、操作不当、读错数值或记错数据等引起的误差, 是一种人为的过失误差, 不属于测量误差。过失误差是可以避免的。

6. 标准偏差和算术平均值的标准偏差

随机误差的估算为, 设在等精度测量中, 一组 n 次测量的值分别为: x_1, x_2, \dots, x_n , 误差理论证明, 这组测量值中某次测量值的标准偏差为

$$S_x = \sigma_x = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}} \quad (2-2)$$

其意义表示某次测量值的随机误差在 $\pm \sigma_{\bar{x}}$ 之间的概率为 68.3%。(2-2) 式称为贝塞尔公式。当测量次数 n 有限, 其算术平均值的标准偏差为

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma_x}{\sqrt{n}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n(n-1)}} \quad (2-3)$$

其意义是测量平均值的随机误差在 $\pm \sigma_{\bar{x}}$ 之间的概率为 68.3%。或者说, 待测量的真值在 $\bar{x} \pm \sigma_{\bar{x}}$ 范围内的概率为 68.3%。这个概率叫置信概率, 也叫置信度, 用 p 表示, 即 $p = 0.683$ 。是反映了平均值接近真值的程度。但不要误认为真值一定会落在之间。类似地, 待测量的真值在 $\bar{x} \pm 2\sigma_{\bar{x}}$ 范围内的概率为 95.4%, 此时的置信度 $p = 0.954$ 。

7. 异常数据的剔除

剔除测量值中异常数据的方法有 3 准则、肖维准则、格拉布斯准则等。下面是 3 准则: 统计理论表明, 测量值的偏差超过 3 的概率已小于 1%。因此, 可以认为偏差超过 3 的测量值 是其他因素或过失造成的, 为异常数据, 应当剔除。剔除的方法是将多次测量所得的一系列数据, 算出各测量值的偏差 Δx_j 和标准偏差 σ , 把其中最大的 Δx_j 与 3σ 比较, 若 $\Delta x_j > 3\sigma$, 则认为第 j 个测量值是异常数据, 舍去不计。剔除后, 对余下的各测量值重新计算偏差和标准偏差, 并继续审查, 直到各个偏差均小于 3σ 为止。

2.2 测量结果的不确定度

1. 不确定度的含义

因真值得不到, 测量误差也就不能确定, 而真值又是存在的, 我们需要一个物理量来描述测量结果在真值附近的范围, 即, 不确定度。对一个物理实验数据来说, 不确定度是指测量值 (近真值) 附近的一个范围, 测量值与真值之差可能落于其中。它是对误差的一种量化估计, 是对测量结果可信赖程度的具体评定。不确定度小, 测量结果可信赖程度高; 不确定度大, 测量结果可信赖程度低。所以用不确定度的概念对测量数据做出评定比用误差来描述更合理。

2. 测量结果的表示和不确定度

1) 绝对不确定度和相对不确定度

在做物理实验时, 要求表示出测量的最终结果。即绝对不确定度为:

$$x = \bar{x} \pm \sigma \quad (\text{单位}) \quad (2-4)$$

式中 x 为待测量；是测量的近似真实值， σ 是总的 uncertainty，三者的数量级、单位要相同。一般情况下，uncertainty 保留一位有效数字，多余的位数一律进位。 \bar{x} 的末尾数与 uncertainty 的所在位数对齐。

相对 uncertainty 为

$$E = \frac{\sigma}{x} \times 100\% \quad (2-5)$$

有时候还需要将测量结果与公认值或理论值进行比较：

$$E_0 = \frac{|\bar{x} - x_{\text{理}}|}{x_{\text{理}}} \times 100\% \quad (2-6)$$

$x_{\text{理}}$ 可以是公认值，或高一等级精密仪器的测量值，相对 uncertainty 一般取两有效数字。

2) 测量结果及其表示方法

在物理实验中，直接测量时若不需要对被测量进行系统误差的修正，一般就取多次测量的算术平均值 \bar{x} 作为近似真实值；若在实验中有时只需测一次或只能测一次，该次测量值就被认为是测量的近似真实值。

如果要求对被测量值进行一定系统误差的修正，通常是将一定系统误差从算术平均值 \bar{x} 或一次测量值中减去，从而求得被修正后的直接测量结果的近似真实值。例如，用螺旋测微器来测量长度时，从被测量结果中减去螺旋测微器的零点读数。

表示测量最后结果时，一般要求绝对和相对的 uncertainty 同时表示出，即：

$$\begin{cases} x = \bar{x} \pm \sigma \text{ (单位)} \\ E = \frac{\sigma}{x} \times 100\% \end{cases} \quad \text{或} \quad E_0 = \frac{|\bar{x} - x_{\text{理}}|}{x_{\text{理}}} \times 100\%$$

3. 不确定度的分量

在不确定度的合成问题中，主要是从系统误差和随机误差等方面进行综合考虑的，将各种来源的误差按计算方法分为两类：统计 uncertainty (A 类) 和非统计 uncertainty (B 类)。总的 uncertainty 是由两类分量 (A 类和 B 类) 求“方和根”计算而得。

A 类 uncertainty 是指可以采用统计方法计算的 uncertainty，即是前面所说的偶然误差来计算，用 Δ_A 表示。B 类 uncertainty 是指用非统计方法求出或评定的 uncertainty，为系统误差，用 σ_B 表示。本书对 B 类 uncertainty 的估计作简化处理，只考虑仪器 uncertainty。所以因仪器不准确对应的 B 类 uncertainty 为

$$\sigma_B = \Delta_I$$

Δ_I 为仪器 uncertainty。一般的仪器说明书中都以某种方式注明仪器 uncertainty，由制造厂或计量检定部门给定。仪器 uncertainty 一般可分两种情况处理：

例如：已知仪器准确度时，这时以其准确度作为 uncertainty 大小。如一个量程 300 mA，准确度 0.1 级的电流表，测某一次电流，读数为 151.3 mA。可估算出绝对 uncertainty 为 = 量程 \times 级别 % = $300 \times 0.1\% = 0.3$ mA，因而该次测量的结果可写成 $I = 151.3 \pm 0.3$ mA。其相对 uncertainty 为

$E_I = 0.3/151.32 = 0.23\%$, 大于 0.2% , 因此, 测量值越接近量程, 相对不确定度越小。

对于没有标明准确度的仪器, 因在制造仪器时, 其最小的分度数值是受仪器准确度约束的。所以, 对连续读数的仪器, 最大读数不确定度可取仪器最小刻度值的 $1/10$ 、 $1/5$ 、 $1/2$ 或最小刻度, 具体可根据所用仪器的精密程度、仪器灵敏度、测试者感觉器官的分辨能力, 以及观测时的环境条件等因素来考虑。而无法进行估计的非连续读数的仪器, 如数字式仪表, 可简单取其最末位数的 1 作为仪器不确定度。(若末位或末两位不稳定, 可记录稳定的数值加一位不稳定的, 或根据其变化规律, 四舍五入到稳定的那位。仪器不确定度则取稳定位的 1 , 或根据不定位变化的程度来取。)

合成不确定度为 A 类不确定度和 B 类不确定度的合成

$$\sigma = \sqrt{\Delta_A^2 + \sigma_B^2} \quad (2-7)$$

在计算总的合成不确定度中求“方和根”时, 若某一平方值小于另一平方值的 $1/9$, 则这一项就可以略去不计。这一结论叫作微小误差准则。在进行数据处理时, 利用微小误差准则可减少不必要的计算。对于单次测量, 一般是以最大不确定度进行估计。可用仪器不确定度作为合成不确定度, 即: $\sigma_B = \Delta_I$ 。

4. 直接测量的不确定度

直接测量的不确定度的合成, 用标准偏差来计算 A 类不确定度。对 B 类不确定度, 主要讨论仪器的不确定度。

例 2-1. 用最小分度值为 0.1 g 的物理天平称量某物体的质量, 其读数值为 35.41 g , 求物体质量的测量结果。

[解]: 用物理天平称物体的质量, 重复测量读数值往往相同, 故一般只需进行单次测量即可。单次测量的读数即为近似真实值, $m = 35.41 \text{ g}$ 。

对物理天平通常取最小分度值的 $1/2$, 作为仪器不确定度, 即

$$\sigma_B = \Delta_I = 0.05 \text{ (g)}$$

测量结果为

$$m = 35.41 \pm 0.05 \text{ (g)}$$

因为是单次测量, 总的合成不确定度 $\sigma = \sqrt{\Delta_A^2 + \sigma_B^2}$ 中 Δ_A 无法估算, 所以 $\sigma = \sigma_B$ 。但是这个结论并不表明单次测量的 σ 就小, 因为 $n = 1$ 时, s_x 是发散的。

例 2-2. 用螺旋测微器测量小钢球的直径, 五次的测量值分别为 12.233 mm 、 12.234 mm 、 12.232 mm 、 12.232 mm 和 12.231 mm 。

螺旋测微器的最小分度数值为 0.01 mm 试写出测量结果的标准式。

[解]: (1) 求直径 d 的算术平均值

$$\begin{aligned} \bar{d} &= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^5 d_i = \frac{1}{5} (12.233 + 12.234 + 12.232 + 12.232 + 12.231) \\ &= 12.232 \text{ (mm)} \end{aligned}$$

(2) 计算 B 类不确定度

螺旋测微器的仪器不确定度 (取最小刻度值的 1/2) 为 $\Delta_I = 0.005$ (mm)

$$\sigma_B = \Delta_I = 0.005 \text{ (mm)}$$

(3) 计算 A 类不确定度:

$$\begin{aligned} \Delta_A &= t \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^5 (d_i - \bar{d})^2}{n(n-1)}} \\ &= 2.78 \times \sqrt{\frac{(12.233 - 12.232)^2 + (12.234 - 12.232)^2 + \dots}{5(5-1)}} = 0.0015 \text{ (mm)} \end{aligned}$$

(4) 合成不确定度: $\sigma = \sqrt{\Delta_A^2 + \sigma_B^2} = \sqrt{0.0015^2 + 0.005^2} = 0.005$ (mm)

(5) 相对不确定度: $E = \frac{\sigma}{x} \times 100\% = \frac{0.005}{12.232} \times 100\% = 0.040\%$

(6) 测量结果: $d = \bar{d} \pm \sigma = 12.232 \pm 0.005$ (mm)

$$E = 0.040\%$$

2.3 有效数字及其运算

1. 有效数字

1) 含义

数位可靠数字加上一位可疑数字称为有效数字, 有效数字的数字个数叫作有效数字的位数。例如: 若用最小分度值为 1 mm 的米尺测量某物体的长度, 读数为 23.1 mm。其中 2 和 3 这两个数字是从米尺的刻度上准确读出的, 可以认为是准确的, 叫作可靠数字。末尾数字 1 是从米尺最小分度值上估计出来的, 是不准确的, 叫作欠准数 (或称可疑数字)。显然有一位可疑数字, 使测量值更接近真实值, 更能反映客观实际。因此, 测量值保留到这一位是合理的, 即使估计数是 0, 也不能舍去。注意: 有效数字的位数不要与小数点后的位数混淆。如上述的 23.1 mm 称为 3 位有效数字, 但小数后只有 1 位。

有效数字的位数与十进制单位的变换无关, 即与小数点的位置无关。因此, 用以表示小数点位置的 0 不是有效数字。当 0 不是用作表示小数点位置时, 0 和其他数字具有同等地位, 都是有效数字, 即有效数字中间与末尾的 0, 均应算作有效位数。如 0.012 4 m 和 2.05 cm 及 12.0 mm 都是三位有效数字。

从有效数字的另一面也可以看出测量用具的最小刻度值, 如 0.014 5 m 是用最小刻度为毫米的尺子测量的, 而 1.040 m 是用最小刻度为厘米的尺子测量的。

2) 结果的表示

由于最后一位可疑位是不确定的, 即是不确定度所在位。所以, 若把测量结果写成 542.817 ± 0.5 (mm) 是错误的, 由不确定度 0.5 (mm) 可以得知, 数据的小数 0.8 已不可靠, 正确的

写法应当是： 542.8 ± 0.5 (mm)。即，结果的尾数应与不确定度的所在位对齐，后面的位数可以简单地四舍五入。

2. 直接测量的有效数字记录

物理实验中通常仪器上显示的数字均为有效数字（包括最后一位估计读数）都应读出，并记录下来。仪器上显示的最后一位数字是 0 时，此 0 也要记录。仪器不确定度在哪一位发生，测量数据的可疑位就记录到哪一位。对于有分度式的仪表，读数要根据人眼的分辨能力读到最小分度的十分之几。

例如，测出物体长为 25.6 mm 与 25.60 mm 是不同的两个测量值，也是属于不同仪器测量的两个值，从这两个值可以看出测量前者的仪器精度低，测量后者的仪器精度高出一个数量级。

在记录直接测量的有效数字时，常用科学表达式。如 0.021 5 m 或 21.5 mm，可表示为 12.15×10^{-2} m。

3. 有效数字的运算法则

测量结果的有效数字，只能允许保留一位可疑数字。根据这一原则，为了简化有效数字的运算，约定下列规则：

(1) 加法、减法、乘法和除法运算。

若干个量进行加法或减法运算，其和或者差的结果的可疑数字的位置与参与运算各个量中的可疑数字的位置最高者相同。因此，几个量进行加法或减法运算时，可先将多余数修约（四舍五入），将应保留的可疑数字的位数多保留一位进行运算，最后结果按保留一位可疑数字进行取舍。

有效数字进行乘法或除法运算时，乘积或商的结果的有效数字的位数，一般与参与运算的各个量中有效数字的位数最少者相同，或多一位。实际运算过程，可比参与运算的位数最少者多取一位，最后由结果的不确定度决定。

(2) 乘方和开方运算。

$$(5.615)^2 = 31.51 \quad \sqrt{23.2} = 4.82$$

乘方和开方运算的有效数字的位数与其底数的有效数字的位数相同。

(3) 三角函数、指数、对数运算。

三角函数运算有效数字一般取四位有效位数，指数运算结果的有效数字，与指数小数点后的位数相同，对数运算结果有效数字其尾数（小数点后的位数）与真数的位数相同，或多取一位。

$$\sin 27^{\circ} 04' = 0.4546 \quad 10^{6.13} = 1.3 \times 10^6 \quad \ln 1.330 = 0.2852$$

(4) 对任意函数：可将数值末位改变 1，运算后，看结果是哪位变化了，就保留到开始变化那位。

$\ln 1.430 = 0.35767$ ，末位改变 1： $\ln 1.431 = 0.35837$ ，所以，可取小数后 3 位：0.358。