

胡金德 谭泽光 梁 恒 考研数学系列

命题人与阅卷人 联袂打造

2018 考研数学

历年真题
名师点评

(数学一)

清华大学 胡金德
清华大学 谭泽光 主编
清华大学 梁 恒

- ▶ 专题解读——条分缕析历年真题
- ▶ 题型丰富——科学归纳海量题目
- ▶ 名师点拨——深度揭秘真题本质
- ▶ 解读多维——全面掌握解题技巧



北京航空航天大学出版社
BEIHANG UNIVERSITY PRESS

2018 考研数学

历年真题
名师点评

(数学一)

清华大学 胡金德

清华大学 谭泽

清华大学 梁恒



北京航空航天大学出版社
BEIHANG UNIVERSITY PRESS

内 容 简 介

本书精心编排了2001—2017年共17年的数学一考研真题,依照考试大纲要求,按知识点对所有题目进行讲解,体系清晰,分析细致,讲解详尽,便于考生系统复习。本书可作为广大考生复习阶段模拟练习的重要题库,起到查漏补缺、指导复习方向的作用。

本书可供将参加2018年研究生入学考试数学一的学生备考使用。

图书在版编目(CIP)数据

2018 考研数学历年真题名师点评. 数学一 / 胡金德, 谭泽光, 梁恒主编. -- 北京: 北京航空航天大学出版社, 2017.2

ISBN 978-7-5124-2345-9

I. ①2… II. ①胡… ②谭… ③梁… III. ①高等数学—研究生—入学考试—题解 IV. ①O13-44

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2017)第 031626 号

版权所有,侵权必究。

2018 考研数学历年真题名师点评(数学一)

胡金德 谭泽光 梁恒 主编

责任编辑 王实

*

北京航空航天大学出版社出版发行

北京市海淀区学院路37号(邮编100191) <http://www.buaapress.com.cn>

发行部电话:(010)82317024 传真:(010)82328026

读者信箱:bhwaiyu@163.com 邮购电话:(010)82316936

北京兴华昌盛印刷有限公司印装 各地书店经销

*

开本:787×1092 1/16 印张:25.5 字数:653千字

2017年3月第1版 2017年3月第1次印刷

ISBN 978-7-5124-2345-9 定价:45.80元

若本书有倒页、脱页、缺页等印装质量问题,请与本社发行部联系调换。联系电话:(010)82317024

前 言

全国工学、经济学硕士研究生入学统一考试(数学)实施多年来,每年命题都是紧扣大纲,形成了相对稳定、完整的模式。对这种模式的深入了解,有助于考生掌握命题规律,熟悉考试题型,并争取优异成绩。因此,在每一套考研数学辅导教程丛中,真题解析类的书目都是重要的组成部分。通过练习真题,可以有效地帮助考生把握数学考试大纲的命题指导思想、原则和趋势,使广大考生和教师了解试题信息、分析命题重点、总结命题规律和揣摩命题动态。同时,本书也可作为考生复习阶段模拟练习的重要题库,起到查漏补缺、指导复习方向的作用。

因此,一本经典的历年考试真题解析教程应当是内容完整、分析细致、求解详尽、总结全面的,这也是广大考生所热切期待的。本丛书的作者就是依据上述精神,精心编纂了这本《2018 考研数学历年真题名师点评(数学一)》。本书布局巧妙,内容精细,综合了众多相关教程和复习指导书的优点,具有如下几个特点:

1. 内容细致,题型丰富

本书共分三篇。第一篇为 2001—2016 年历年真题汇编。第二篇为历年真题分类解析,本部分依照考试大纲的要求,按知识点归纳,对所有题目分专题进行讲解,体系清晰,便于考生系统复习。每一专题的题目都按选择、填空、简答排序,内容由浅入深,方便考生循序渐进地领会各个知识点。第三篇将 2017 年最新真题及解析单列出来,方便读者熟悉最新考题,对真题的题量、题型和难度有初步的认识。同时,本书也综合了其他几类考试试卷(如数学二、数学三)中的一些经典真题,以求对考研大纲知识点的全面覆盖。

2. 解析详尽,总结全面

对于每一道题目,编者都为广大考生设计了两个重要板块:【解析】和【知识点归纳】。【解析】是依据考研名师提供的经典讲义教案,提供了最新的解题思路、方法和技巧,给出详细准确的求解过程,以帮助考生开拓思路,提高解题能力。【知识点归纳】则是对每一道题目所涉及的知识点进行归纳总结,让考生对每一道题目所需的知识点都有一个直接的认知,方便查漏补缺、完善知识体系。此外,【大纲导读】为考生提供了过去一年的考试大纲,对考生细致了解考试内容、把握重点起到重要的作用。【本章小结】则全面回顾了本章所涉及的知识,有助于考生系统总结、温故知新。

3. 精心设计,完美自测

除上述经典部分外,编者还在第一篇历年真题汇编中设计了“参考答案及自测表”,对所有真题题目进行题型归类,方便考生归纳总结复习的不足,及时发现并弥补自身知识体系的缺漏。

考生在使用本书时,应该按章节先结合教材和复习全书同步复习相关知识点,同时选取 5 套左右的真题试卷用于阶段性模拟测验。在完成第一次系统复习后,进行第二轮专项突破复习,再选取 5 套左右的真题试卷进行模拟演练,并仔细填写自测表,总结错误类型。在完成第二轮复习之后,做完剩下的考研真题试卷,再次检查解题的错误,进一步完善自己的知识结构。在

每次做模拟试卷时,都应严格按照考试时间进行,稳步提升对考试时间的掌控能力。另外,在每次做完一套考研真题之后,考生都应当对自己的答卷进行详细的归纳总结,查清出错原因,总结自己是在基本理论、基本概念和基本方法方面有欠缺,还是在做题技巧、知识综合和灵活运用等方面存在不足。总之,这样的归纳总结过程对于考生的复习来说是十分必要的,其重要程度与做题无异,考生应当认真对待这一复习环节。

编者力求编写一套更为优秀的辅导丛书,但因水平有限,难免有不足之处,恳请广大考生读者批评指正。

最后,真诚地祝愿广大考生通过辛勤的努力,取得良好的成绩,考入理想的学府。

编者
2017年1月

目 录

第一篇 历年真题汇编(2001—2016)

2016 年全国硕士研究生入学统一考试数学一真题	3
2016 年数学一真题参考答案及自测表	5
2015 年全国硕士研究生入学统一考试数学一真题	8
2015 年数学一真题参考答案及自测表	10
2014 年全国硕士研究生入学统一考试数学一真题	12
2014 年数学一真题参考答案及自测表	14
2013 年全国硕士研究生入学统一考试数学一真题	17
2013 年数学一真题参考答案及自测表	19
2012 年全国硕士研究生入学统一考试数学一真题	21
2012 年数学一真题参考答案及自测表	23
2011 年全国硕士研究生入学统一考试数学一真题	25
2011 年数学一真题参考答案及自测表	27
2010 年全国硕士研究生入学统一考试数学一真题	29
2010 年数学一真题参考答案及自测表	31
2009 年全国硕士研究生入学统一考试数学一真题	33
2009 年数学一真题参考答案及自测表	36
2008 年全国硕士研究生入学统一考试数学一真题	38
2008 年数学一真题参考答案及自测表	40
2007 年全国硕士研究生入学统一考试数学一真题	42
2007 年数学一真题参考答案及自测表	45
2006 年全国硕士研究生入学统一考试数学一真题	47
2006 年数学一真题参考答案及自测表	50
2005 年全国硕士研究生入学统一考试数学一真题	52
2005 年数学一真题参考答案及自测表	54
2004 年全国硕士研究生入学统一考试数学一真题	57
2004 年数学一真题参考答案及自测表	59
2003 年全国硕士研究生入学统一考试数学一真题	62
2003 年数学一真题参考答案及自测表	65
2002 年全国硕士研究生入学统一考试数学一真题	67
2002 年数学一真题参考答案及自测表	69
2001 年全国硕士研究生入学统一考试数学一真题	71
2001 年数学一真题参考答案及自测表	73

第二篇 真题分类解析(2001—2016)

第一部分	高等数学	77
第一章	函数、极限、连续	77
§ 1	函数的性质	77
§ 2	极限的概念与性质	78
§ 3	求解数列极限	79
§ 4	求解函数极限	81
§ 5	无穷小及其阶的比较	85
§ 6	极限中参数的求解	88
§ 7	函数的连续性及其间断点类型	90
§ 8	函数的渐近线问题	91
第二章	一元函数微分学	95
§ 1	导数的定义	95
§ 2	导数的物理意义和几何意义	98
§ 3	连续与导数的关系	100
§ 4	隐函数、反函数及含参量函数的求导	101
§ 5	分段函数求导	103
§ 6	n 阶导数	105
§ 7	函数单调性、极值和最值	107
§ 8	拐点与凹凸性	110
§ 9	函数零点与方程根的讨论	113
§ 10	微分中值定理	114
§ 11	不等式	118
第三章	一元函数积分学	123
§ 1	原函数与不定积分的概念和性质	123
§ 2	求解不定积分	126
§ 3	定积分的概念和性质	126
§ 4	求解定积分	130
§ 5	变限积分函数的求解	131
§ 6	反常积分的性质和计算	134
§ 7	一元函数积分学的几何、物理应用	135
第四章	向量代数和空间解析几何	141
§ 1	点到平面的距离	141
§ 2	曲面方程与旋转体体积	142
第五章	多元函数微分学	147
§ 1	偏导数与全微分的基本概念	147
§ 2	多元复合函数求导	150
§ 3	隐函数求导	153

§ 4	求解函数的方向导数与梯度	156
§ 5	多元函数微分的几何应用	159
§ 6	多元函数的极值与拉格朗日乘数法	161
第六章	多元函数积分学	172
§ 1	利用区域对称和函数奇偶性求解二重积分	172
§ 2	交换积分次序	174
§ 3	二重积分的坐标系变换	177
§ 4	三重积分的计算	180
§ 5	重积分的应用	183
§ 6	第一类曲线积分	185
§ 7	第二类曲线积分与格林公式	185
§ 8	向量场的散度与旋度	192
§ 9	斯托克斯公式求解第二类曲线积分	193
§ 10	曲线积分与路径无关	196
§ 11	第一类曲面积分	199
§ 12	第二类曲面积分与高斯公式	201
第七章	无穷级数	209
§ 1	级数的概念与敛散性	209
§ 2	正项级数与交错级数	212
§ 3	幂级数的收敛区间与收敛域	215
§ 4	幂级数的和函数	217
§ 5	函数的幂级数展开	222
§ 6	傅里叶级数	225
§ 7	数项级数求和	227
第八章	常微分方程	230
§ 1	可分离变量的微分方程	230
§ 2	一阶线性微分方程	231
§ 3	可降阶的高阶微分方程	232
§ 4	线性微分方程的特解和通解	233
§ 5	欧拉方程	237
§ 6	微分方程的应用	238
第二部分	线性代数	241
第一章	行列式	241
§ 1	数字型行列式的计算	241
§ 2	三对角线行列式的计算	243
§ 3	抽象型行列式的计算	245
第二章	矩 阵	248
§ 1	矩阵的基本运算	248
§ 2	矩阵求逆	249
§ 3	方阵的幂	250

§ 4	分块矩阵与伴随矩阵	251
§ 5	初等变换	252
§ 6	矩阵的秩	254
§ 7	求解矩阵方程	256
第三章	向 量	260
§ 1	向量组的线性相关性与线性表示	260
§ 2	向量组的等价问题	262
§ 3	特征向量与向量组的线性相关性	263
§ 4	向量组的秩与极大线性无关组	263
§ 5	向量空间的基本概念	264
§ 6	过渡矩阵与基	265
第四章	线性方程组	269
§ 1	线性方程组解的判定、性质与结构	269
§ 2	齐次线性方程组的基础解系与通解	271
§ 3	非齐次线性方程组的通解	274
§ 4	两方程组的公共解与同解问题	282
第五章	矩阵的特征值和特征向量	285
§ 1	矩阵特征值与特征向量的求解	285
§ 2	相似矩阵的性质及其判定	287
§ 3	方阵的对角化	290
§ 4	实对称矩阵及其对角化	295
第六章	二次型	302
§ 1	二次型的基本概念	302
§ 2	正交变换化二次型为标准形	304
§ 3	合同矩阵的判定	309
§ 4	正定矩阵与正定二次型	310
第三部分	概率论与数理统计	313
第一章	随机事件和概率	313
§ 1	概率的基本性质	313
§ 2	几何概型	313
§ 3	条件概率与全概率公式	314
§ 4	独立事件与伯努利概型	315
第二章	随机变量及其分布	318
§ 1	随机变量的分布函数	318
§ 2	连续型随机变量及其概率密度	319
§ 3	随机变量的常见分布	320
§ 4	随机变量函数的分布	323
第三章	多维随机变量及其分布	326
§ 1	二维离散型随机变量的概率分布、边缘分布与条件分布	326
§ 2	二维连续型随机变量的概率密度、边缘密度与条件密度	328

§ 3	随机变量的独立性与相关系数	331
§ 4	正态分布、指数分布与均匀分布	333
§ 5	随机变量函数的分布	336
第四章	随机变量的数字特征	344
§ 1	数学期望与方差的概念及性质	344
§ 2	几种重要分布的期望与方差	347
§ 3	协方差与相关系数	349
第五章	大数定律和中心极限定理	356
§ 1	切比雪夫不等式	356
§ 2	辛钦大数定理	356
§ 3	列维-林德伯格中心极限定理	357
第六章	数理统计的基本概念	359
§ 1	统计量的数字特征	359
§ 2	χ^2 分布、 t 分布与 F 分布	360
第七章	参数估计	364
§ 1	矩估计与最大似然估计	364
§ 2	区间估计	369
§ 3	估计量的评价标准	370
第八章	假设检验	377
	正态总体均值的假设检验	377

第三篇 最新考研真题及答案解析

	2017 年全国硕士研究生入学统一考试数学一真题	381
	2017 年全国硕士研究生入学统一考试数学一答案解析	384
后 记	395

第一篇

历年真题汇编 (2001—2016)



2016 年全国硕士研究生入学统一考试数学一真题

一、选择题:1~8 小题,每小题 4 分,共 32 分.下列每题给出的四个选项中,只有一个选项符合题目要求,请将所选选项前的字母填在答题纸指定位置上.

(1) 若反常积分 $\int_0^{+\infty} \frac{1}{x^a(1+x)^b} dx$ 收敛,则 【 】

- (A) $a < 1$ 且 $b > 1$. (B) $a > 1$ 且 $b > 1$.
 (C) $a < 1$ 且 $a + b > 1$. (D) $a > 1$ 且 $a + b > 1$.

(2) 已知函数 $f(x) = \begin{cases} 2(x-1), & x < 1, \\ \ln x, & x \geq 1, \end{cases}$ 则 $f(x)$ 的一个原函数是 【 】

- (A) $F(x) = \begin{cases} (x-1)^2, & x < 1, \\ x(\ln x - 1), & x \geq 1. \end{cases}$ (B) $F(x) = \begin{cases} (x-1)^2, & x < 1, \\ x(\ln x + 1) - 1, & x \geq 1. \end{cases}$
 (C) $F(x) = \begin{cases} (x-1)^2, & x < 1, \\ x(\ln x + 1) + 1, & x \geq 1. \end{cases}$ (D) $F(x) = \begin{cases} (x-1)^2, & x < 1, \\ x(\ln x - 1) + 1, & x \geq 1. \end{cases}$

(3) 若 $y = (1+x^2)^2 - \sqrt{1+x^2}$, $y = (1+x^2)^2 + \sqrt{1+x^2}$ 是微分方程 $y' + p(x)y = q(x)$ 的两个解,则 $q(x) =$ 【 】

- (A) $3x(1+x^2)$. (B) $-3x(1+x^2)$.
 (C) $\frac{x}{1+x^2}$. (D) $-\frac{x}{1+x^2}$.

(4) 已知函数 $f(x) = \begin{cases} x, & x \leq 0, \\ \frac{1}{n}, & \frac{1}{n+1} < x \leq \frac{1}{n}, n = 1, 2, \dots, \end{cases}$ 则 【 】

- (A) $x = 0$ 是 $f(x)$ 的第一类间断点.
 (B) $x = 0$ 是 $f(x)$ 的第二类间断点.
 (C) $f(x)$ 在 $x = 0$ 处连续但不可导.
 (D) $f(x)$ 在 $x = 0$ 处可导.

(5) 设 A, B 是可逆矩阵,且 A 与 B 相似,则下列结论错误的是 【 】

- (A) A^T 与 B^T 相似. (B) A^{-1} 与 B^{-1} 相似.
 (C) $A + A^T$ 与 $B + B^T$ 相似. (D) $A + A^{-1}$ 与 $B + B^{-1}$ 相似.

(6) 设二次型 $f(x_1, x_2, x_3) = x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + 4x_1x_2 + 4x_1x_3 + 4x_2x_3$, 则 $f(x_1, x_2, x_3) = 2$ 在空间直角坐标下表示的二次曲面为 【 】

- (A) 单叶双曲面. (B) 双叶双曲面.
 (C) 椭球面. (D) 柱面.

(7) 设随机变量 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ ($\sigma > 0$), 记 $p = P\{X \leq \mu + \sigma^2\}$, 则 【 】

- (A) p 随着 μ 的增加而增加. (B) p 随着 σ 的增加而增加.
 (C) p 随着 μ 的增加而减少. (D) p 随着 σ 的增加而减少.

(8) 随机试验 E 有三种两两不相容的结果 A_1, A_2, A_3 , 且三种结果发生的概率均为 $\frac{1}{3}$, 将试验 E 独立重复做 2 次, X 表示 2 次试验中结果 A_1 发生的次数, Y 表示 2 次试验中结果 A_2 发生的

次数,则 X 与 Y 的相关系数为

- (A) $-\frac{1}{2}$. (B) $-\frac{1}{3}$. (C) $\frac{1}{3}$. (D) $\frac{1}{2}$.

二、填空题:9~14 小题,每小题 4 分,共 24 分.请将答案写在答题纸指定位置上.

(9) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\int_0^x t \ln(1+t \sin t) dt}{1 - \cos x^2} = \underline{\hspace{2cm}}$.

(10) 向量场 $\mathbf{A}(x, y, z) = (x + y + z)\mathbf{i} + xy\mathbf{j} + z\mathbf{k}$ 的旋度 $\text{rot } \mathbf{A} = \underline{\hspace{2cm}}$.

(11) 设函数 $f(u, v)$ 可微, $z = z(x, y)$ 由方程 $(x+1)z - y^2 = x^2 f(x-z, y)$ 确定, 则 $dz|_{(0,1)} = \underline{\hspace{2cm}}$.

(12) 设函数 $f(x) = \arctan x - \frac{x}{1+ax^2}$, 且 $f'''(0) = 1$, 则 $a = \underline{\hspace{2cm}}$.

(13) 行列式 $\begin{vmatrix} \lambda & -1 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda & -1 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda & -1 \\ 4 & 3 & 2 & \lambda+1 \end{vmatrix} = \underline{\hspace{2cm}}$.

(14) 设 x_1, x_2, \dots, x_n 为来自总体 $N(\mu, \sigma^2)$ 的简单随机样本, 样本均值 $\bar{x} = 9.5$, 参数 μ 的置信度为 0.95 的双侧置信区间的置信上限为 10.8, 则 μ 的置信度为 0.95 的双侧置信区间为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

三、解答题:15~23 小题,共 94 分.请将解答写在答题纸指定位置上.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

(15)(本题满分 10 分)

已知平面区域 $D = \left\{ (r, \theta) \mid 2 \leq r \leq 2(1 + \cos \theta), -\frac{\pi}{2} \leq \theta \leq \frac{\pi}{2} \right\}$, 计算二重积分 $\iint_D x dx dy$.

(16)(本题满分 10 分)

设函数 $y(x)$ 满足方程 $y'' + 2y' + ky = 0$, 其中 $0 < k < 1$.

(I) 证明:反常积分 $\int_0^{+\infty} y(x) dx$ 收敛;

(II) 若 $y(0) = 1, y'(0) = 1$, 求 $\int_0^{+\infty} y(x) dx$ 的值.

(17)(本题满分 10 分)

设函数 $f(x, y)$ 满足 $\frac{\partial f(x, y)}{\partial x} = (2x+1)e^{2x-y}$, 且 $f(0, y) = y+1$, L_t 是从点 $(0, 0)$ 到点

$(1, t)$ 的光滑曲线, 计算曲线积分 $I(t) = \int_{L_t} \frac{\partial f(x, y)}{\partial x} dx + \frac{\partial f(x, y)}{\partial y} dy$, 并求 $I(t)$ 的最小值.

(18)(本题满分 10 分)

设有界区域 Ω 由平面 $2x + y + 2z = 2$ 与三个坐标平面围成, Σ 为 Ω 整个表面的外侧, 计算曲面积分 $I = \iint_{\Sigma} (x^2 + 1) dy dz - 2y dz dx + 3z dx dy$.

(19)(本题满分 10 分)

已知函数 $f(x)$ 可导,且 $f(0) = 1, 0 < f'(x) < \frac{1}{2}$, 设数列 $\{x_n\}$ 满足 $x_{n+1} = f(x_n) (n = 1, 2, \dots)$, 证明:

(I) 级数 $\sum_{n=1}^{\infty} (x_{n+1} - x_n)$ 绝对收敛;(II) $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n$ 存在,且 $0 < \lim_{n \rightarrow \infty} x_n < 2$.

(20)(本题满分 11 分)

$$\text{设矩阵 } \mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & -1 & -1 \\ 2 & a & 1 \\ -1 & 1 & a \end{bmatrix}, \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ 1 & a \\ -a-1 & -2 \end{bmatrix}.$$

当 a 为何值时,方程 $\mathbf{A}\mathbf{X} = \mathbf{B}$ 无解、有唯一解、有无穷多解?在有解时,求此方程.

(21)(本题满分 11 分)

$$\text{已知矩阵 } \mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 1 \\ 2 & -3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

(I) 求 \mathbf{A}^{99} ;

(II) 设 3 阶矩阵 $\mathbf{B} = (\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3)$ 满足 $\mathbf{B}^2 = \mathbf{B}\mathbf{A}$. 记 $\mathbf{B}^{100} = (\beta_1, \beta_2, \beta_3)$, 将 $\beta_1, \beta_2, \beta_3$ 分别表示为 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ 的线性组合.

(22)(本题满分 11 分)

设二维随机变量 (X, Y) 在区域 $D = \{(x, y) \mid 0 < x < 1, x^2 < y < \sqrt{x}\}$ 上服从均匀分布,

$$\text{令 } U = \begin{cases} 1, & X \leq Y, \\ 0, & X > Y. \end{cases}$$

(I) 写出 (X, Y) 的概率密度;(II) 问 U 与 X 是否相互独立?并说明理由;(III) 求 $Z = U + X$ 的分布函数 $F(z)$.

(23)(本题满分 11 分)

设总体 X 的概率密度为 $f(x, \theta) = \begin{cases} \frac{3x^2}{\theta^3}, & 0 < x < \theta, \\ 0, & \text{其他,} \end{cases}$ 其中 $\theta \in (0, +\infty)$ 为未知参数,

X_1, X_2, X_3 为来自总体 X 的简单随机样本,令 $T = \max(X_1, X_2, X_3)$.

(I) 求 T 的概率密度;(II) 确定 a , 使得 aT 为 θ 的无偏估计.

2016 年数学一真题参考答案及自测表

一、选择题

(1)C. (2)D. (3)A. (4)D. (5)C. (6)B. (7)B. (8)A.

二、填空题

(9) $\frac{1}{2}$. (10) $j + (y-1)k$. (11) $-dx + 2dy$.

$$(12) \frac{1}{2}. \quad (13) \lambda^4 + \lambda^3 + 2\lambda^2 + 3\lambda + 4. \quad (14) (8.2, 10.8).$$

三、解答题

$$(15) \frac{32}{3} + 5\pi. \quad (16) \text{(I) 略; (II) } \frac{3}{k}.$$

$$(17) I(t) = t + e^{2-t}, \text{ 最小值为 } I(t) \Big|_{t=2} = (t + e^{2-t}) \Big|_{t=2} = 3.$$

$$(18) \frac{1}{2}. \quad (19) \text{ 略.}$$

$$(20) \text{ 当 } a \neq -2 \text{ 且 } a \neq 1 \text{ 时, 方程有唯一解 } \begin{bmatrix} 1 & \frac{3a}{a+2} \\ 0 & \frac{a-4}{a+2} \\ -1 & 0 \end{bmatrix};$$

$$\text{当 } a = 1 \text{ 时, 方程有无穷多解, 通解为 } \begin{bmatrix} 3 & 3 \\ -k_1 - 1 & -k_2 - 1 \\ k_1 & k_2 \end{bmatrix}, \text{ 其中 } k_1, k_2 \text{ 为任意常数.}$$

当 $a = -2$ 时, 方程无解.

$$(21) \text{(I) } \mathbf{A}^{99} = \begin{bmatrix} -2 + 2^{99} & 1 - 2^{99} & 2 - 2^{98} \\ -2 + 2^{100} & 1 - 2^{100} & 2 - 2^{99} \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix};$$

$$\text{(II) } \begin{cases} \boldsymbol{\beta}_1 = (-2 + 2^{99})\boldsymbol{\alpha}_1 + (-2 + 2^{100})\boldsymbol{\alpha}_2, \\ \boldsymbol{\beta}_2 = (1 - 2^{99})\boldsymbol{\alpha}_1 + (1 - 2^{100})\boldsymbol{\alpha}_2, \\ \boldsymbol{\beta}_3 = (2 - 2^{98})\boldsymbol{\alpha}_1 + (2 - 2^{99})\boldsymbol{\alpha}_2. \end{cases}$$

$$(22) \text{(I) } f(x, y) = \begin{cases} 3, & (x, y) \in D \\ 0, & \text{其他} \end{cases}; \text{(II) } U \text{ 与 } X \text{ 不独立;}$$

$$\text{(III) } F_Z(z) = \begin{cases} 0, & z < 0, \\ \frac{3}{2}z^2 - z^3, & 0 \leq z < 1, \\ \frac{1}{2} + 2(z-1)^{\frac{3}{2}} - \frac{3}{2}(z-1)^2, & 1 \leq z < 2, \\ 1, & z \geq 2. \end{cases}$$

$$(23) \text{(I) } f_T(t) = \begin{cases} \frac{9t^8}{\theta^9}, & 0 < t < \theta \\ 0, & \text{其他} \end{cases}; \text{(II) } a = \frac{10}{9}.$$

题号	题目类型	详解页码	分值	得分	错误分析
1	无界函数及无穷区间上的反常积分的审敛法	P134	4		
2	原函数的概念	P123	4		
3	微分方程解的结构与性质	P233	4		
4	分段函数的连续性及分段点处的导数	P103	4		

续表

题号	题目类型	详解页码	分值	得分	错误分析
5	相似矩阵的定义	P287	4		
6	二次型的标准形与二次曲面	P304	4		
7	正态分布的标准化及标准正态分布函数的性质	P320	4		
8	相关系数的计算	P349	4		
9	变上限积分求导与等价无穷小替换	P82	4		
10	旋度的计算	P192	4		
11	隐函数求导与全微分形式不变性	P155	4		
12	一元函数求导	P97	4		
13	数字型行列式的计算	P241	4		
14	单正态总体均值的双侧置信区间	P369	4		
15	极坐标下二重积分的计算	P178	10		
16	二阶线性微分方程求解与反常积分的计算	P236	10		
17	二元函数偏微分的概念、曲线积分与路径无关及一元函数最值	P188	10		
18	利用高斯公式求第二类曲面积分	P204	10		
19	级数绝对、收敛级数的性质与拉格朗日微分中值定理的应用	P214	10		
20	非齐次线性方程组解的判定及其通解的求法	P274	11		
21	矩阵对角化与向量的线性表示	P290	11		
22	二维均匀分布的性质、随机变量的独立性及分布函数的概念	P334	11		
23	分布函数的概念与估计量的无偏性	P371	11		