大学物理实验教程

DAXUE WULI SHIYAN JIAOCHENG

主编　孙宇轩　卢振生

HEUP 哈尔滨工程大学出版社

大学物理实验教程

DAXUE WULI SHIYAN JIAOCHENG

主编　孙宇轩　卢振生

HEUP 哈爾濱工程大学出版社

内容简介

大学物理实验是高等学校理工类专业开设的必修基础课程，是对高等学校学生进行系统科学实验技术和实验方法训练，培养学生科学实验能力和素养的重要的实践性课程。

本书主要包括误差理论与数据处理、力学实验、热学实验和电磁学实验共十八个实验。

本书可作为高等学校大学物理基础实验课程教材，也可作为相关专业师生的参考用书。

图书在版编目(CIP)数据

大学物理实验教程/孙宇轩，卢振生主编. —哈尔滨：哈尔滨工程大学出版社，2018.3
ISBN 978-7-5661-1837-0

Ⅰ.①大… Ⅱ.①孙… ②卢… Ⅲ.①物理学-实验-高等学校-教材 Ⅳ.①O4-33

中国版本图书馆CIP数据核字(2018)第035321号

选题策划 田 婧
责任编辑 张忠远 周一曈
封面设计 博鑫设计

出版发行 哈尔滨工程大学出版社
社 址 哈尔滨市南岗区南通大街145号
邮政编码 150001
发行电话 0451-82519328
传 真 0451-82519699
经 销 新华书店
印 刷 哈尔滨市石桥印务有限公司
开 本 787 mm×1 092 mm 1/16
印 张 8
字 数 218千字
版 次 2018年3月第1版
印 次 2018年3月第1次印刷
定 价 25.00元
http://www.hrbeupress.com
E-mail:heupress@hrbeu.edu.cn

前　　言

物理学是一门实验科学，在物理学的建立和发展进程中，物理实验起到了直接的推动作用。从经典物理到近现代物理，物理实验在发现新事物、建立新规律、检验理论、测量物理量等诸多方面发挥着巨大作用。随着现代科学技术水平的高度发展，物理实验的思想、方法、技术与装置已广泛地渗透到自然学科和工程技术的各个领域，解决了大批生产和科研问题。

普通物理实验是一门重要的基础课程，是学生进入大学后系统地接受科学实验方法和实验技能训练的开端。学习物理实验可以提高学生用实验手段发现、分析和解决问题的能力，激发学生的创新意识和创造力，培养和增强学生独立开展科学研究的素质。

普通物理实验课程的主要任务如下。

(1)学生通过对实验现象的观察分析和对物理量的测量，能够掌握物理实验的基本知识、基本方法和基本技能。运用物理学原理和物理实验方法研究物理规律，加深对物理学原理的理解。

(2)培养与提高学生从事科学实验的能力。主要包括：

①自学能力，能够自行阅读实验教材与参考资料，正确理解实验内容，做好实验前的准备工作；

②动手能力，能借助教材与仪器说明书正确调整和使用仪器、制作样品、发现和排除故障；

③思维判断能力，能够运用物理学理论，对实验现象与结果进行分析和判断；

④书面表达能力，能够正确记录和处理实验数据，绘制图表，分析实验结果，撰写规范、合格的实验报告或总结报告；

⑤综合运用能力，能够将多种实验方法、实验仪器结合在一起，运用经典与现代测量技术和手段完成某项实验任务；

⑥初步的实验设计能力，根据课题要求，能够确定实验方法和条件，合理选择、搭配仪器，拟定具体的实施步骤。

(3)培养学生从事科学实验的素质，包括理论联系实际、实事求是的科学作风，严肃认真的工作态度，不怕困难、勇于探索的创新精神，遵章守纪、爱护公物的优良品德，团结协

作、共同进取的作风。

本书由绥化学院的孙宇轩和卢振生主编。其中,误差理论与数据处理、实验一至实验九由孙宇轩编写;实验十至实验十八由卢振生编写。

由于作者水平有限,书中难免存在差错与不足,望各位读者批评指正。

编　者

2017 年 10 月

目　　录

绪　论

一、大学物理实验课的基本程序

（一）实验前的预习

预习是训练和提高自学能力的极好途径，为了在规定时间内高质量地完成实验内容，必须做好预习工作。预习时，通过阅读实验教材及参考资料，重点考虑三方面问题：做什么（最终目的），根据什么去做（实验原理和方法），怎样做（实验方案、条件、步骤和关键要领）。在此基础上，写好预习报告，报告主要内容是实验名称、简单实验原理（如主要计算公式、线路图等）、实验内容（需观察的现象或需测量的物理量、数据记录）、遇到的问题及注意事项等。每次实验前，教师要检查预习情况。

（二）实验中的观测

实验操作与观测是动手能力、思维判断能力和综合运用能力训练的过程，也是培养学生科学实验素质的主要环节。在教师指导性讲解的基础上，主要需做到以下几方面要求：

①弄清实验内容的具体要求和注意事项；

②熟悉仪器，并进行调整测试，符合要求后，方可进行正式操作、测量；

③科学、实事求是地记录下实验中观察到的各种现象和测量数据，同时，记录与实验结果有关的实验条件，如环境（温度、湿度、压力等）、主要仪器（名称、型号、规格、准确度等）等，记录数据时要注意有效数字和单位的准确性；

④实验完毕，将实验结果记录情况交任课老师审阅签字，确认无误后方可整理仪器结束实验。

（三）实验后的报告

实验报告是实验工作的全面总结和深入理解的一个环节。一份完整的实验报告应该在完善预习报告的基础上增加如下内容：

①实验现象与数据，获得数据的条件（如仪器、环境等）；

②数据处理方法，结果表达；

③实验现象及误差分析，结果讨论，结论，对实验的体会与建议等；

④教师签字的原始数据。

书写实验报告时，要简明扼要、文字通顺、字迹端正、图表规范。实验报告应独立完成并及时上交。

二、大学物理实验课的成绩评定

平时每个实验项目的成绩主要采用“四段式能力考核”方式进行评定，即通过考核预习情况检验学生的自学能力，通过操作检验学生的动手能力与理论联系实际能力，通过实验报告考核学生综合分析、处理数据和书面表达能力，通过期末操作考核检验学生的综合能力。教师在每一堂实验课的教学过程中，将根据实验项目评分标准对实验的每个环节严格评定，充分掌握学生的学习情况。实验成绩为预习成绩、操作成绩、报告成绩和期末考核四者之和。

课程总成绩主要为各实验项目平均成绩与所做实验个数的加权平均值和期末实验基本理论知识与实验基本技能考试的成绩之和。

误差理论与数据处理

由于测量设备、环境、人员、方法等方面诸多因素的影响,测量值与真实值并不完全一致,这种差异在数值上表现为误差。随着科学水平的提高和人们的经验、技巧、专门知识的丰富,误差虽然可以被控制得越来越小,却始终不能被消除。因此,要选择合适的方法对实验中测量获得的数据进行处理,并对其可靠性做出评价,否则,测量结果是没有价值的。

误差与数据处理理论已发展为一门学科,它涉及的内容丰富且较为复杂。在此,将简单介绍普通物理实验中常用的一些基本知识。

一、基本概念

(一)测量

1. 测量的定义

所谓测量,就是借助专门的设备,通过一定的实验方法,以确定物理量值为目的所进行的操作。它是一个实验比较的过程,即把一个量(待测量)与另外一个量(标准量)相比较。

2. 测量由测量过程与测量结果组成

测量过程是执行测量所需的一系列操作,包括建立单位、设计工具、设计测量方法、研究分析测量结果、寻找减小误差的途径等方面。

测量结果表示由测量所获得的待测量的值,一般由数值、单位和精度评定三部分组成。

(二)精度

精度又称为精确度,用来描述测量结果与真值的接近程度。它是一个定性的概念,不能用数值大小表示,只能用高低表示。精度主要分为精密度、正确度和准确度。

1. 精密度

精密度用来描述测量结果中随机误差的大小程度,即在一定条件下进行多次重复测量时,各测量值之间的接近程度。精密度反映随机误差大小的程度。

2. 正确度

正确度用来描述测量结果与真值的偏离程度,它反映系统误差大小的程度。

3. 准确度(精确度)

准确度反映系统误差与随机误差综合大小的程度。准确度高说明测量结果既精密又正确。

通过图 0－1 中的精密度示意图，可以形象地说明上述三个概念。图 0－1(a)表示精密度高，正确度低；图 0－1(b)表示正确度高，精密度低；图 0－1(c)表示正确度与精密度都高，即准确度高或精度高。

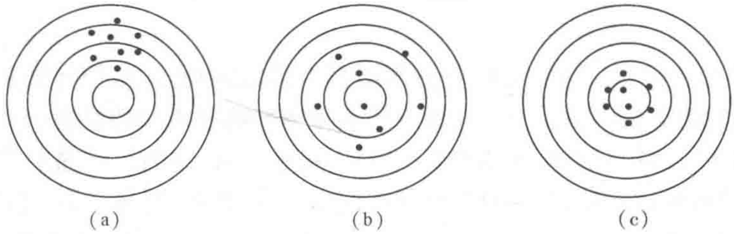

图 0－1 精密度示意图

(a)精密度高，正确度低；(b)正确度高，精密度低；(c)正确度高，精密度高

(三)测量不确定度

由于真值具有未知性，测量误差的大小与正负难以确定，因此，在对测量结果的质量进行定量评定时，往往只是给出误差以一定的概率出现的范围，而这个用来定量评定测量结果质量的参数即为测量不确定度。

误差与不确定度是两个不同的概念，不应混淆。误差是客观存在的测量结果与真值之差，是一个确定的值，但由于真值往往无法知道，因此，误差一般不能准确得到。而测量不确定度是说明测量值分散性的参数，可由人们分析和评定得到，与人们的认识程度有关。一个测量结果可能误差很小，但由于认识不足，评定得到的不确定度可能较大；相反，测量结果可能误差较大，但由于认识或分析不足，给出的不确定度却较小。测量误差与不确定度的区别可归纳为以下几个方面：

①测量不确定度是一个无正负的参数，用标准差或标准差的倍数表示，而测量误差则可正可负，其值为测量结果减去被测量的真值；

②测量不确定度表示测量值的分散性，误差表示测量结果偏离真值的大小及方向；

③测量不确定度受人们对被测量、影响量及测量过程的认识程度影响，而测量误差是客观存在的，不以人的认识程度而改变；

④测量不确定度可由人们根据实验、资料、经验等信息进行评定，可以定量确定，由于真值未知，测量误差往往不能准确得到，只有用约定真值代替真值时才可以得到误差的估计值；

⑤评定测量不确定度各分量时一般不必区分其性质，需要区分时应表述为“由随机效应引入的不确定度分量”和“由系统效应引入的不确定度分量”，而测量误差按性质可分为随机误差与系统误差两类；

⑥不能用不确定度对测量结果进行修正，对已修正的测量结果进行不确定度评定时应考虑修正不完善而引入的不确定度，而已知系统误差的估计值时，可以对测量结果进行修正，得到已修正的测量结果。

误差与测量不确定度既有区别，又有联系。误差理论是测量不确定度的基础，测量不确定度是误差理论的补充。

（四）测量不确定度的分类

由上述归纳可知，测量不确定度的来源较多，因此，测量不确定度是由许多分量组成的，而评定各分量值的方法各不相同，按评定方法一般可将其分为如下两大类。

1. A 类分量

用统计方法评定的不确定度称为不确定度 A 类分量，用 u_A 表示。

2. B 类分量

用非统计方法评定的不确定度称为不确定度 B 类分量，用 u_B 表示。

不确定度的分类是按评定方法进行的。它们都基于概率分布，都用方差或标准差表征，称为标准不确定度。其中，A 类标准不确定度由观测列概率分布导出的概率密度函数得到；B 类标准不确定度由一个认定的或假定的概率分布函数得到。不确定度的分类方法与误差分类相比，避免了由于误差之间界限不绝对，在判断和计算时不易掌握的缺点。评定不确定度时，不考虑影响不确定度因素的来源与性质，只考虑评定方法，从而简化了分类，便于评定与计算。

（五）有效数字

1. 定义

有效数字是指能正确表达某物理量数值和精度的一个近似数，由可靠数字和存疑数字组成。如果该数值绝对误差界是最末位数据的半个单位，那么从这个近似数左边第一个非零数字起到最后一位数字止，都叫作有效数字。

为了便于理解，下面加以说明。如图 0－2 所示，用最小刻度为 1 mm 的米尺测量一物体的长度，不同的测量者测得结果不同，可能为 2.55 cm、2.56 cm、2.57 cm 等。其中，前两位数是根据米尺的刻度准确读出的，不随观测者变化，是可靠的，称为可靠数字，最后一位数字是在两个刻度之间估计读出的，随观测者个人情况的不同而可能略有不同，显然是不准确的，称为存疑数字。尽管存疑数字不准确，但它能客观、合理地反映出该物体比 2.5 cm 长，比 2.6 cm 短的事实，是有效的。因此，测量结果的有效数字是由若干位可靠数字和一位存疑数字组成的。

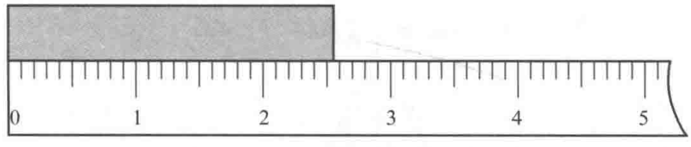

图 0－2 长度测量示意图

2. 有效数字的舍入（修约）规则

当数字位数较多而需要取舍时，应按以下原则进行取舍：

①舍入部分的数值如果大于保留部分末位的半个单位,则舍去后末位加 1;

②舍入部分的数值如果小于保留部分末位的半个单位,则舍去后末位不变;

③舍入部分的数值如果等于保留部分末位的半个单位,则舍去后末位凑偶,即当末位为奇数时末位加 1,末位为偶数时保持不变。

【例 0-1】 按照上述舍入规则,将下面各个数据保留四位有效数字。

解 原有数据	舍入后数据
3.171 52	3.172
5.101 50	5.102
5.102 50	5.102
4.376 501	4.377

二、误差的处理

(一)随机误差的处理

1. 随机误差的分布及其数字特征

(1)正态分布及特点

尽管单次测量时随机误差的大小与正负是不确定的,但对于多次测量来说却服从一定的统计规律。随机误差的统计分布规律有很多,正态分布是最常见的分布之一。

服从正态分布的随机误差的概率密度函数为

$$f(\delta) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{\delta^2}{2\sigma^2}} \tag{0-1}$$

或是

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-x_0)^2}{2\sigma^2}} \tag{0-2}$$

式中 x——测量值;

x_0——真值;

δ——误差;

f——在 δ(或 x)附近单位区间内被测量误差(或测量值)出现的概率。

正态分布曲线如图 0-3 所示。

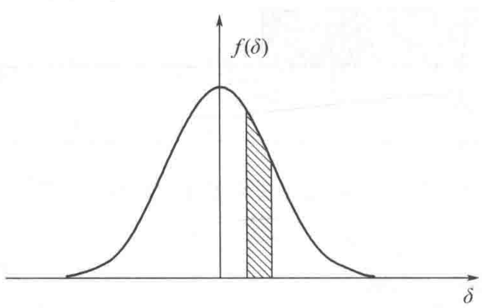

图 0-3 正态分布曲线

由图 0－3 可以看出,正态分布的随机误差具有以下特点:

① 单峰性,即绝对值小的误差比绝对值大的误差出现的机会多;

② 对称性(抵偿性),即大小相同,符号相反的误差出现的机会相同;

③ 有界性,即实际测量中,超过一定限度(如 $\pm\sigma$)的绝对值更大的误差一般不会出现。

(2)数字特征

数学期望与方差是定量描述统计规律分布的两个重要参数。

由式(0－1)或式(0－2)可知,满足正态分布的随机变量 Δp 或 Δn,其数学期望为

$$E(\delta) = \int_{-\infty}^{+\infty} \delta f(\delta)\,\mathrm{d}\delta = 0 \tag{0-3}$$

或是

$$E(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} x f(x)\,\mathrm{d}x = x_0 \tag{0-4}$$

上两式说明,对于无限次测量,测量值的数学期望等于真值,或误差的数学期望等于零,即随机误差具有抵偿性。

由式(0－1)或式(0－2)可知,满足正态分布的随机变量 δ 或 x,方差 D 为

$$D(\delta) = \int_{-\infty}^{+\infty} \delta^2 f(\delta)\,\mathrm{d}\delta = \sigma^2 \tag{0-5}$$

或是

$$D(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} (x - x_0)^2 f(x)\,\mathrm{d}x = \sigma^2 \tag{0-6}$$

其标准差(standard error)为

$$\sigma = \sqrt{D(x)} \tag{0-7}$$

方差与标准差反映测量值与真值的偏离程度或各测量值之间的离散程度。标准差或方差越小,离散程度越小,测量的精密度越高;反之,离散程度越大。如图 0－4 所示。

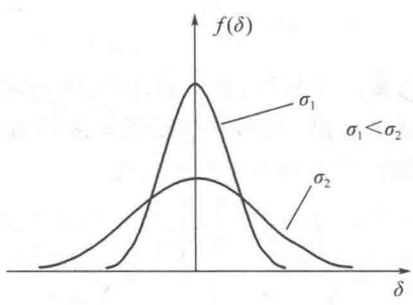

图 0－4　标准差对曲线的影响

标准差 σ 的物理意义也可以从下面这一角度理解。

根据概率密度函数的含义,误差出现在[$\delta,\delta+\mathrm{d}\delta$]范围内的概率为 $f(\delta)\,\mathrm{d}\delta$,则误差出现在区间[$-\sigma,\sigma$]内的概率为

$$P = \int_{-\sigma}^{\sigma} f(\delta)\,\mathrm{d}\delta = 68.3\% \tag{0-8}$$

式(0－8)表示,在一组测量数据中,有 68.3% 的数据测量误差落在区间[$-\sigma,\sigma$]内。也可以认为,任一测量数据的误差落在区间[$-\sigma,\sigma$]内的概率为 68.3% 。把 P 称作置信概

率,而[$-\sigma,\sigma$]称为68.3%的置信概率所对应的置信区间 。

更广泛地,置信区间可由[$-k\sigma,k\sigma$]表示,k 称为包含因子(或置信因子)(coverage factor),可根据需要选取不同大小的值。例如,除了上述 $k=1$ 的情况,还经常取 $k=2$ 或 $k=3$,这时的置信区间分别为[$-2\sigma,2\sigma$]和[$-3\sigma,3\sigma$],对应的置信概率为95.5%和99.7% 。

可以看出,如果置信区间为[$-3\sigma,3\sigma$],则测量误差超出该区间的概率很小,只有0.3% ,即进行1 000次测量,只有3次测量误差可能超出[$-3\sigma,3\sigma$]。对于有限次测量(次数少于20次),超出该区间的误差可以认为不会出现。因此,常将 $\pm 3\sigma$ 称为极限误差 。

2. 算术平均值与标准偏差

对真值为 x_0 的某一量 x 做等精度测量,得到一测量列 $x_1 \sim x_n$,则该测量列的算术平均值为

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n} \tag{0-9}$$

若测量数据中无系统误差和粗大误差存在,由正态分布随机误差的对称性特点、数学期望和标准差含义可知,在测量次数 $n\to\infty$ 时,算术平均值为

$$\bar{x} = \lim \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n} = x_0 \tag{0-10}$$

测量列标准差为

$$\sigma = \lim_{n\to\infty} \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} (x_i - x_0)^2}{n}} \tag{0-11}$$

在实际测量中,测量次数总是有限的,且真值不可知。因此,对于等精度测量列,可以用算术平均值作为真值的最佳估计值,而测量列标准差也需通过估计获得。估计标准差的方法很多,最常用的是贝塞尔法,即子样标准差公式为

$$S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} v_i^2}{n-1}} \tag{0-12}$$

式中 v_i——残差,$v_i = x_i - \bar{x}$。

由于算术平均值也是一个随机变量,进行多组等精度重复测量时得到的算术平均值具有离散性。描述该离散性的参数是算术平均值的标准差,由误差理论可以证明,算术平均值标准差与测量列(或单次测量)标准差之间的关系为

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \tag{0-13}$$

由式(0-13)可以看出,平均值的标准差比单次测量的标准差小。随着测量次数的增加,平均值的标准差越来越小,测量精密度越来越高。但当测量次数为8以上时,测量次数对平均值标准差的降低效果很小,所以不能够单纯地通过增加次数来提高测量精度。

在科学研究中，测量次数一般取 10 ~ 20 次，而在大学物理实验中一般取 5 ~ 10 次。

当测量次数有限时，根据式(0 - 12)和式(0 - 13)，算术平均值的标准差可由下式进行估计

$$S_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}{n(n-1)}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} v_i^2}{n(n-1)}} \tag{0 - 14}$$

本书采用式(0 - 14)计算直接测量量的标准差。

(二)系统误差的处理

1. 研究系统误差的重要性

任何测量误差均由随机误差和系统误差两部分组成。因此，为了提高测量精度，在减少随机误差的同时，还应考虑系统误差的处理。研究系统误差的重要性主要体现在以下几个方面：

①随机误差的基本处理方法是统计方法，它的基本前提是完全排除了系统误差的影响，认为误差的出现纯粹是随机的，因此，实际测量中必须设法最大限度地消除系统误差的影响，否则，随机误差的研究方法及由此而得出的精度评定就失去了意义；

②系统误差与随机误差不同，尽管有确定的变化规律，但往往隐藏于测量数据中，不易被发现，而且系统误差往往各自服从自己独特的规律，在处理时，没有一种通用的处理方法，只能具体情况具体分析，处理方法是否得当，很大程度上取决于测量者的经验、知识和技巧，所以系统误差虽然有规律，但处理起来要比随机误差困难得多，必须认真研究；

③对于系统误差进行研究，可以发现一些新事物，例如，惰性气体是通过对用不同方法获取的实验数据进行误差分析而发现的。

2. 系统误差的发现

系统误差往往隐藏于测量数据中，不易被发现，也不能通过多次测量消除。因此，发现系统误差对后续的处理是至关重要的。发现系统误差的常用方法有以下几种。

(1)理论分析法

理论分析法包括分析实验所依据的理论和实验方法是否完善、仪器的工作状态是否正常、要求的使用条件是否得到满足、实验人员在实验过程中是否有产生系统误差的心理和生理因素等。

(2)对比测量法

对比测量法通过改变实验方法、测量方法、实验条件(如仪器、人员、参数等)等手段对测量数据进行比较，对比研究数据之间的符合性，从而发现系统误差。

(3)数据观察与分析法

在无其他误差存在的情况下，随机误差是服从统计规律的，如果测量结果不符合预想的统计规律，则可怀疑存在系统误差。对于一测量列，可采用列表或作图的方法，观察残差随测量顺序的变化规律，如有明确的变化规律(如线性、周期性等)，则可判断存在系统误差；否则，无理由怀疑存在系统误差。另外，也可以采用按统计规律建立的方法进行判断，如残差校核法(又称马利科夫准则)、阿贝 - 赫梅特准则等。

3. 系统误差的处理

(1)从产生误差的根源上消除

测量之前，先对所采用的原理和方法及仪器环境等做全面的检查和分析，判断有无明显能产生系统误差的因素，并采取相应措施，不让系统误差在实验过程中出现。例如，为了防止系统误差产生，对仪器设备的工作状态进行调节、检查测量方法和计算方法是否合理、在稳定的环境条件下进行测量等。

(2)实验过程中采取相应措施消除

对难以避免的系统误差，有时测量过程中也可以采用一些专门的测量技术或方法使其减小或消除，常用的方法如下。

①替代法

替代法是在一定条件下，对某一被测量进行测量后，不改变测量条件，再用一个标准量代替被测量，并使仪器呈现与以前相同的状态，此时的标准量即等于被测量值。这样，就消除了除标准量本身的定值系统误差以外的其他系统误差。例如，用替代法测量电阻。

②异号法

异号法通过改变测量中的某些条件(例如，改变测试部件左右移动的方向、变换接线端上的接线、改变导线中电流方向等)，保证其他条件不变，使两次测量结果中系统误差的符号相反，通过求取平均值，可以消除系统误差。例如，灵敏电流计(光点反射式)测电流时，改变流经电流计的电流方向，使指针左右偏转，求平均值可以消除起始零点不准引入的系统误差；拉伸法测量杨氏模量实验中，采用加减砝码的方法，记录不同拉力时的两组读数，最后对同一拉力的两个读数求平均值，可以消除钢丝形变滞后效应引起的系统误差。

③交换法

交换法实质上也属于异号法，它将测量中的某个条件(如被测对象的位置等)相互交换，使产生的系统误差相互抵消。例如，用天平称量物体质量时，可将待测物与砝码交换位置，以消除天平不等臂产生的系统误差；滑线电桥测量电阻时，可以交换被测电阻和标准电阻的位置，以消除接触电阻产生的系统误差。

④差值法

差值法是通过改变实验参数(如自变量)进行测量，并对测量数据求差值以获取未知量的方法。这种方法可以消除某些定值系统误差。例如，伏安法测量电阻实验中，改变电压读取电流值，通过差值法可以消除电表零位不准带来的系统误差。同样，在差值法基础上发展起来的逐差法也具有消除系统误差的作用。

(三)仪器误差

1. 仪器的极限误差

仪器误差属于未定系统误差，它是由多种因素引起的，规律比较复杂，一般只给出最大允许误差的估计值，这个估计值即为仪器的极限误差，用 $\Delta_{仪}$ 表示。仪器的极限误差一般由计量部门检定，具体数值可通过仪器说明书或标牌指示计算得到。有些仪器的极限误差或准确度等级无明确标示，如果是数字式仪表，则可取末位数 1 个单位为极限误差；如果是通过刻度读数的仪器，可以取最小分度的一半作为极限误差。

2. 仪器误差的分布

与随机误差相同，由于影响因素的多种多样，仪器误差也存在不同的分布。但如果仪器的精度不高，一般情况下，仪器误差的分布近似服从均匀分布。服从均匀分布误差的概率密度函数为

$$f(\Delta)=\begin{cases}\dfrac{1}{2\Delta_{仪}}, & |\Delta|\leqslant\Delta_{仪}\\ 0, & |\Delta|>\Delta_{仪}\end{cases} \tag{0-15}$$

可以推导出均匀分布的数学期望为

$$E(\Delta)=0 \tag{0-16}$$

方差为

$$D(\Delta)=\frac{\Delta_{仪}^2}{3} \tag{0-17}$$

标准差为

$$\sigma=\sqrt{D(\Delta)}=\frac{\Delta_{仪}}{\sqrt{3}} \tag{0-18}$$

三、直接测量的数据处理

对某一量 x 做等精度直接测量，得到一测量列 $x_1,x_2,\cdots,x_n$，经判断无已定系统误差和粗差后，对该直接测量列的处理主要包括以下几方面。

（一）最佳估计值

根据前面的讨论可得算术平均值为

$$\bar{x}=\frac{\sum_{i=1}^{n}x_i}{n} \tag{0-19}$$

可以作为直接测量量的最佳估计值。

（二）不确定度评定

1. A 类评定

直接测量量的标准不确定度 A 类分量用算术平均值的标准差估计公式计算，即

$$u_{A}=S_{\bar{x}}=\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2}{n(n-1)}}=\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}v_i^2}{n(n-1)}} \tag{0-20}$$

2. B 类评定

本书只考虑仪器误差的影响，标准不确定度 B 类分量为