

大跨悬索桥

D 的设计与施工

DAKUAXUANSUOQIAO
DE SHEJI YU SHIGONG

钱冬生 陈仁福◎编著



西南交通大学出版社

大跨悬索桥的设计与施工

钱冬生、陈仁福 编著

西南交通大学出版社

· 成 都 ·

图书在版编目 (C I P) 数据

大跨悬索桥的设计与施工 / 钱冬生, 陈仁福编著.
—成都: 西南交通大学出版社, 2015.8

ISBN 978-7-5643-4149-7

I. ①大… II. ①钱… ②陈… III. ①长跨桥—悬索桥—桥梁设计—高等学校—教材②长跨桥—悬索桥—桥梁施工—高等学校—教材 IV. ①U448.25

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2015) 第 188380 号

大跨悬索桥的设计与施工

钱冬生 陈仁福 编著

责任编辑	王小碧
特邀编辑	刘欣宇
封面设计	墨创文化
出版发行	西南交通大学出版社 (四川省成都市金牛区交大路 146 号)
发行部电话	028-87600564 028-87600533
邮政编码	610031
网 址	http://www.xnjdcbs.com
印 刷	成都蜀通印务有限责任公司
成品尺寸	182 mm × 256 mm
印 张	14.25
字 数	347 千
版 次	2015 年 8 月第 1 版
印 次	2015 年 8 月第 1 次
书 号	ISBN 978-7-5643-4149-7
定 价	58.00 元

图书如有印装质量问题 本社负责退换
版权所有 盗版必究 举报电话: 028-87600562

目 录

第一章 构思	1
(一) 关于工程构思	1
(二) 缆在竖向荷载下的计算	1
(三) 两铰式悬索桥在竖向荷载下的计算	6
(四) 缆、锚、塔	13
(五) 加劲梁	16
(六) 悬索桥在大跨范围内的适用情况	19
(七) 将构思转变成现实时的注意事项	20
第二章 设计原则	21
(一) 汽车活荷载	21
(二) 其它荷载	23
(三) 荷载组合, 两类验算方法	24
(四) 缆的验算	27
(五) 锚碇验算	28
(六) 塔的验算	29
(七) 加劲梁计算	33
(八) 吊索计算	43
第三章 构造述要	44
(一) 缆	44
(二) 锚碇	45
(三) 塔	46
(四) 加劲梁	47
(五) 鞍	48
(六) 靴跟	50
(七) 索夹及吊索	51
第四章 施工特点	54
(一) 用空中送丝法架缆	54
(二) 预制平行丝股的制造及架设	61
(三) 加劲梁架设	64
第五章 美国工程师修建的悬索桥	66
(一) 华盛顿桥	67

(二) 旧金山海湾桥	81
(三) 金门桥	87
(四) 韦拉扎诺桥	98
(五) 葡萄牙的四月二十五日桥	105
(六) 纽波特桥	110
第六章 英国工程师修建的悬索桥	118
(一) 福斯桥	119
(二) 塞文桥	127
(三) 土耳其的博斯普鲁斯海峡两座桥	139
(四) 亨伯桥	149
(五) 香港青马大桥	153
第七章 丹麦和瑞典的悬索桥	157
(一) 丹麦小贝耳特桥	157
(二) 丹麦大贝耳特桥	163
(三) 瑞典滨海高桥	167
第八章 日本的悬索桥	172
(一) 大鸣门桥	173
(二) 下津井濑户大桥	176
(三) 北备赞及南备赞濑户大桥	178
(四) 明石大桥	183
第九章 我国的悬索桥	188
(一) 汕头海湾大桥	188
(二) 丰都长江大桥	195
(三) 西陵峡长江大桥	198
(四) 虎门珠江大桥	200
(五) 江阴长江大桥	203
(六) 厦门海沧大桥	206
附录(一) 英国公路桥荷载规范 BD37/88 摘译	209
附录(二) 重要桥名的英译名	217
附录(三) 主要中英名词对照	218
附录(四) 单位转换	220
参考文献	221

第一章 构思

(一) 关于工程构思

各种工程文件,尤其是初步设计,在编制过程中,总会有许多技术决定需要及时做出。在做技术决定时,总需要经过思维。这些思维活动的总和,就叫工程构思。

如果工程构思在总体方面和关键性问题上比较完善,则工程文件的质量可以较高,其编制过程也可以较为顺利。如果构思不那么完善,则工程文件就免不了要再三修改,而其质量也未必都能通过修改而达到高水平。因此,对于工程构思,需要十分重视。

但工程构思主要是存在于工程负责人的头脑之中,并不是落实在纸上的东西。许多工程负责人从来都不谈论他们的构思过程。而许多未经落实的构思总是处于不成熟状态,难免有模糊不清、乃至互相矛盾之处,很难把捉清楚,很难说是有什么系统性。所以,在工程文献中,专讲构思的文章确实是不多。

考虑到正确的构思总是以力学和结构基本知识、工程经验等为基础,现在针对大跨悬索桥初步设计的编制需要,讲述这些知识和经验,并稍加引申,作为本章内容。姑且将它叫作构思。

(二) 缆在竖向荷载下的计算

1. 缆索的特点

缆、索、链、绳,都是柔性大的拉力件。这些称呼一般是随习惯而定。独立的、直径较大的,宜称为缆。将较细的线(或丝)按不同的规格进行捻制,可以得到绞线(按同心圆分层,同一层各丝取同一捻制方向)或绳(先捻成股,再用股捻成绳)。索,可以是绞线、绳和链子的统称。链则用于指一环扣一环的构造。本节现用缆索这一名词来泛称这四者。

柔性大,是指其线抗弯刚度很小。链是多铰构造,其抗弯能力自然很低;而其他三者的线抗弯刚度可用 EI/L 表示,这里的 E 是缆索材料弹性模量, I 是截面抗弯惯矩, L 是其长度。众所周知:当这一刚度值很小时,它所能承受的弯矩也就很小,根本不可能像梁那样使用。由于压杆的抗压承载力随长细比 L/i 的增大而降低,式中的 i 是截面回转半径,即 $i = (I/A)^{1/2}$,式中的 A 是截面积,于是, $L/i = A^{1/2} (L^2/I)^{1/2}$ 。若上述 EI/L 很小, L/i 必然相当大。所以,柔性大的杆也不适宜于做压杆。

这样,缆索就只适用于拉力件。在抗拉时,它在轴向的抗拉刚度可用 EA/L 表示。

2. 缆在两支点等高时(在竖向荷载下)的情况

今用图 1-1(a)至(c)说明缆在竖向任意荷载下的几何形状。图 1-1(a)表示缆达到其平衡状态时的形状。取通过两支点的水平线为横坐标(以 x 表示缆上各点的横标),取左支点为

原点,取通过左支点的竖向线为纵坐标(以 y 表示缆上各点的纵标)。在平衡状态,缆因受拉而引起的伸长已实现。图 1-1(b)表示将其从点 (x, y) 到左支点的缆取作分离体。这将用于推导缆力水平分力 H 和该点纵标 y 间的关系。从图 1-1(a)可以看到:

若将支点对缆的反力都分解为竖向力(V_0 和 V_1)和水平力 H (注:若将取分离体的切割面选在支点内侧,就可很清楚地看到 H 等于缆力水平分力),则在取两支点之间的缆为分离体时,作用在这分离体上的水平力当只是两个支点水平反力 H ;按平衡条件,该两 H 必须互相平衡(数量相等,方向相反,且作用线是沿着同一水平线)。这样,再根据力矩平衡条件,取右支点为矩心,求左支点竖向反力 V_0 ;这时,因左支点水平反力 H 的作用线穿过右支点,其矩是零,这就使左支点的 V_0 同荷载 q 的关系,同其在简支梁(跨度为 L_A ,且 L_A 表示两支点的水平距离)一样。再取左支点为矩心,按同理可以将右支点竖向反力 V_1 求出。

现在回到图 1-1(b)。以点 (x, y) 为矩心,将竖向反力 V_0 和竖向荷载 q 对它的矩(即该点的简支梁弯矩)求出,记之为 M_0 ;另求左支点水平反力 H 对它的矩,其值是 H_y 。以上两力矩应该平衡,由此得 H 和 y 的关系:

$$H = \frac{M_0}{y} \quad (1-1a)$$

$$y = \frac{M_0}{H} \quad (1-1b)$$

再对作用于图 1-1(b)所示分离体上的力回顾一下,可以明确:在荷载是竖向力的条件下,任何一截面的缆力水平分力 H 在数值上都同支点水平反力 H 相等;它必然是一常数。看式

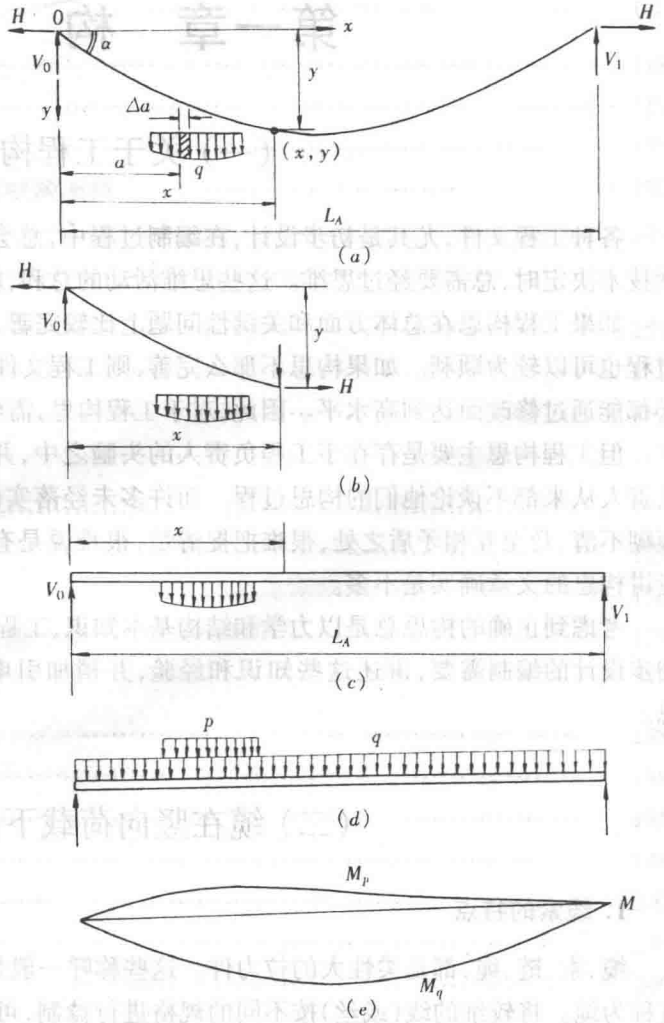


图 1-1 缆当其两支点等高时的几何形状

(1-1b), 在 H 为常数条件下, 由纵标 y 所表达的缆的几何形状是同简支梁弯矩 M_0 的图成正比。

为了使求算 M_0 的概念更加清楚, 现作图 1-1(c)。简支梁跨度取 L_A , 荷载 q 照图 1-1(a) 转移过来。按简支梁条件求两端竖向反力 V_0 及 V_1 , 可知其值当同前面讲的一样。再给截面 x 求弯矩, 其值 M_0 应是:

$$M_0 = V_0 x - \int_0^x q(x-a) da \quad (1-2)$$

在上式右侧第二项中, qda 表示在单元长度 da 内的荷载总值, $(x-a)$ 表示该 qda 值对截面 x 的力臂; 积分区域是从 $a=0$ 到 $a=x$ (在 a 的某些范围, q 可以是零, 这是在这一积分所包含的意义之内的)。

式(1-2)表明: M_0 是对 q 进行两次积分的结果(qda 是一次积分, 今将它乘以 $(x-a)$, 再作一次积分)。若让 M_0 对 x 两次求导, 其值应是 $-q$ 。今对式(1-1b)两侧都求导两次, 则右侧是 $-q/H$, 而左侧是 $d^2 y/dx^2$, 由此得:

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = -\frac{q}{H} \quad (1-3)$$

对于此式, 下文将予引用。

既已从图 1-1(b) 看到缆力水平分力 H 沿缆是常数, 则任意一点的缆力 T 就可用下式推算:

$$T = H \sec a \quad (1-4)$$

式中 a ——缆在该点的切线同水平线的夹角。

在支点处, a 值最大, 该处的缆力 T 应对缆的截面验算起控制作用。在图 1-1(a) 内, 经将其左支点处的 a 标出。

现再用图 1-1(d) 和 (e) 阐述缆在均布(沿水平线为均布)荷载下所应有的几何形状。今用 q 表示均匀满布的恒载集度值, 或让式(1-2)中的 q 为常数, $V_0 = qL_A/2$, 按 q 满布进行积分, 或直接用平衡方程求简支梁弯矩 M_0 , 可知:

$$M_0 = \frac{qx(L_A - x)}{2} \quad (1-5)$$

将 $x = L_A/2$ 代入上式, 得跨中弯矩 $M_0 = qL_A^2/8$ 。大缆在跨中处的纵标 y , 一般称之为垂度(或矢度), 今用 f 表示。再将跨中的 M_0 及 $y = f$ 代入式(1-1a)得:

$$H = \frac{qL_A^2}{8f} \quad (1-6)$$

这样, 缆力水平分力 H 就算出来了。再将式(1-5)及(1-6)代入式(1-1b), 得:

$$y = \frac{4fx(L_A - x)}{L_A^2} \quad (1-7)$$

这就是缆在满跨均布荷载下的几何线形。因为式(1-5)所示 M_0 是二次抛物线, 式(1-7)所示几何线形也是二次抛物线。对式(1-7)求导, 可得 $y' = (4fL_A - 8fx)/L_A^2$ 和 $y'' = -8f/L_A^2$ (注意后一式右侧和式 1-3 相符)。今取 ds 代表缆的单元段长度, 它和 dx 的关系是:

$$ds = [1 + (y')^2]^{\frac{1}{2}} dx$$

将 y' 的 x 表达式代入, 再按二项式原理将根式展开, 而后按全跨对 ds 积分, 就求出了缆的

长度 L_{cab} 如下:

$$L_{cab} = L_A \left[1 + \frac{8n^2}{3} - \frac{32n^4}{5} + \dots \right] \quad (1-8)$$

式中, n 为缆的垂跨比, $n = f/L_A$ 。

式(1-8)所表达的缆长度,是缆已因受恒载而伸长的结果。为此,应将全缆的这一伸长量算出来,从式(1-8)的 L_{cab} 中扣除,才知道缆应照什么长度(无应力时的长度)来制造。在用 ds 表示缆长单元段情况下,该段因受力 T 导致的伸长量 Δds 可用下式表达:

$$\Delta ds = \frac{T ds}{EA} = H \left[1 + (y')^2 \right] \frac{dx}{EA}$$

按全跨对 Δds 求积分,就可算出缆因恒载所致的弹性伸长量 ΔL_{cab} (近似值)如下:

$$\Delta L_{cab} = L_A \left(\frac{H}{EA} \right) \left(1 + \frac{16n^2}{3} \right) \quad (1-9)$$

熟悉式(1-5)到式(1-9),可以对缆在满跨水平均布荷载下的行为有一基本认识。这些式子中的 H 可以记作 H_q ,借以表示它是由所说的恒载所生。

如果不考虑恒载,而活载是集度为常数 p 的一短段,也可以比照以上各式进行一些推论。式(1-1a)和(1-1b)仍有效。 M_0 的形状是:在有均布活载 p 的区段,呈二次抛物线;在 $p=0$ 的区域,呈斜直线(斜率由剪力或竖向反力 V_0 及 V_1 决定)。式(1-1)中的 H 将仅仅是由活载所生,可以记作 H_p 。随活载沿缆移动, M_0 图不断改变,在保持式(1-1)所示关系的情况下,缆因活载而生的变形就难免太大了。

图 1-1(d)和(e)表示恒载 q 和活载 p 同时作用于缆的情况。其 M_0 图是由 q 及 p 两者所生,今在图 1-1(e)中用迭加法表示之。式(1-1a)及(1-1b)中的 H ,这时应是 $H_q + H_p$ 的和。这样, H 的值一般就会相当大。凭借式(1-1b),可以求算缆的几何线形;这时,应该将图 1-1(e)所示 M_0 图修改为以横坐标为基准者,则缆的几何线形方才容易想象。不难推知:若恒载大于活载较多, H_q 也就会大于 H_p 较多,这当使 M_0 图因活载 p 的介入改变不大,于是,缆因承受活载而增添的变形就小了。

现在只讲满跨均布恒载的情况。在式(1-8)两侧,对 L_A 和 f 进行偏导,可得:

$$dL_{cab} = \frac{1}{15} (15 - 40n^2 + 288n^4) dL_A \quad (A)$$

$$dL_{cab} = \frac{16}{15} n (5 - 24n^2) df \quad (B)$$

令两式相等,可得 dL_A 和 df 关系如下:

$$dL_A = \frac{16n(5 - 24n^2)}{(15 - 40n^2 + 288n^4)} \cdot df \quad (1-10)$$

上式表示跨度(增量)和垂度(增量)之间的关系。假定 $L_A = 1000$ m, $f = 100$ m, $n = f/L_A = 1/10$, 现在,让 $dL_A = 1$ m,则估计的 df 将是:

$$df = \frac{15 - 0.4 + 0.0288}{1.6(5 - 0.24)} dL_A = \frac{14.6}{7.62} (1.0) = 1.92 \text{ m}$$

这表明:若跨度缩短 1 m,垂度将增大 1.92 m。

另由上式(B),略去右侧括号内第二项,可得:

$$dL_{cab} = \frac{16}{15} \left(\frac{f}{L_A} \right) (5) df \quad (1-11)$$

这表示缆的长度(增量)和垂度(增量)之间的关系。假定温度升高, dL_{cab} 增长 1 m, 则垂度增量 df 将是:

$$1 = \frac{16}{15} \cdot \frac{1}{10} \cdot 5 df$$

$$df = 150/80 = 1.875 \text{ m}$$

即: 若缆长增加 1 m, 则垂度将增加 1.875 m。

3. 缆的两支点不等高的情况

图 1-2 表示这情况。在将两支点之间的缆取作分离体进行分析时, 将连接两支点的斜线取为横坐标, 将通过左支点的竖线取为纵坐标。这样, 沿缆各点的坐标值可用 $(x \sec \theta, y_1)$ 表示, 其中的 x 是从左支点到该点的水平距离, θ 是横坐标轴同水平线的夹角, y_1 是从该点到横坐标轴的竖向距离, 如图所示。

跨度仍用 L_A 表示, 跨度中点处的 y_1 仍叫垂度, 仍用 f 表示。将支点处的反力按上述斜坐标进行分解, 一分力是在竖向(如图中的 V_0 及 V_1), 另一分力是沿着两支点的连线, 今用 H' 表示。检查作用在(位于两支点之间的)缆上的各力, 可知: 仅 H' 有水平分力, 因此, 左、右支点的两 H' 必须彼此平衡(数量相同, 方向相反, 作用线一致), 这也就是让它们共用一个代号的原因。以右支点为矩心, 就图 1-2 (a) 分离体求左支点竖向反力 V_0 。这时, 由于左支

点反力的分力 H' 的作用线通过矩心, 其矩是零; 对 V_0 起影响的只是竖向荷载, 参看图 1-2 (b), 可知 V_0 还是简支梁反力。同理, 右支点反力 V_1 也是简支梁反力。现在用图 1-2 (c) 表示从左支点到点 $(x \sec \theta, y_1)$ 的缆段(分离体)。以点 $(x \sec \theta, y_1)$ 为矩心, 先就竖向力对它求矩, 得一简支梁弯矩 M_0 ; 再求 H' 对它的矩, 其值应是 $H y_1$ (将 H' 沿着连接两支

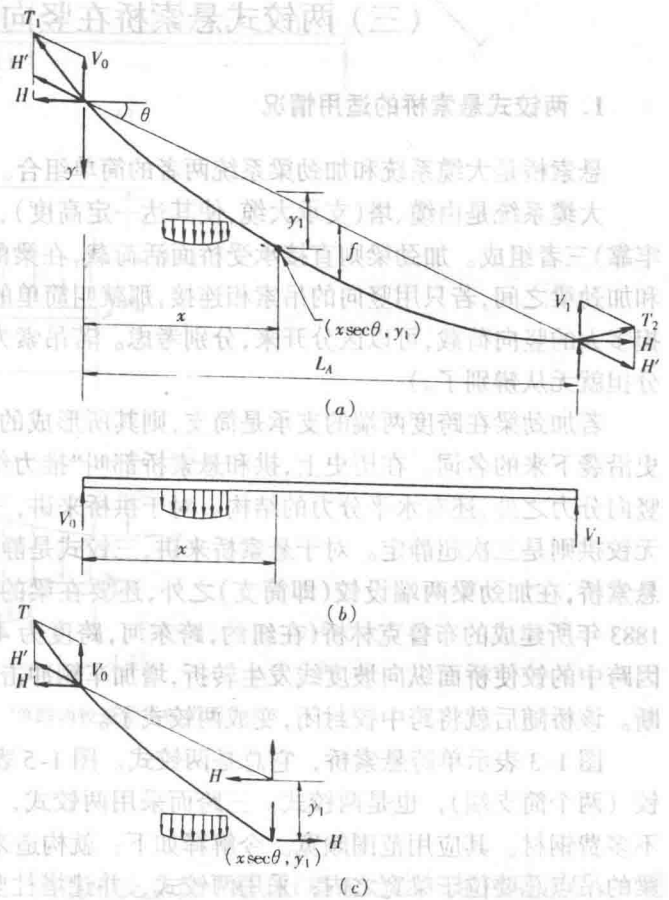


图 1-2 缆支点不等高时的几何形状

点反力的分力 H' 的作用线通过矩心, 其矩是零; 对 V_0 起影响的只是竖向荷载, 参看图 1-2 (b), 可知 V_0 还是简支梁反力。同理, 右支点反力 V_1 也是简支梁反力。现在用图 1-2 (c) 表示从左支点到点 $(x \sec \theta, y_1)$ 的缆段(分离体)。以点 $(x \sec \theta, y_1)$ 为矩心, 先就竖向力对它求矩, 得一简支梁弯矩 M_0 ; 再求 H' 对它的矩, 其值应是 $H y_1$ (将 H' 沿着连接两支

的斜线移到该点上方,而后在该处分解为水平力及竖向力,分解后的竖向力通过矩心,不产生力矩,而分解后的水平力 H 到矩心的臂是 y_1 。该两力矩应当平衡,由此得:

$$Hy_1 = M_0 \quad (1-12)$$

将此式同式 1-1 对比,可知:当缆的两支点不等高时,如若将沿缆各点的纵标(含其中点的纵标——垂度 f)照图 1-2(a)中的 y_1 来取值,式(1-1)仍然有效。若缆只承受竖向荷载,则缆力水平分力 H 在跨度内仍是常数。从图 1-2(a)还不难看到:若取 $y = y_1 + \lg\theta$,则 (x, y) 当是沿缆各点的直角坐标值。在将直角坐标值写出之后,采用与上文相同的做法,可以计算缆在承受满跨均布恒载时的长度,也可以将恒载所致的弹性伸长量算出,这样,制缆时所需的缆长就不难决定了。

(三) 两铰式悬索桥在竖向荷载下的计算

1. 两铰式悬索桥的适用情况

悬索桥是大缆系统和加劲梁系统两者的简单组合。

大缆系统是由缆、塔(支承大缆,使其达一定高度)、锚碇(将大缆两端固定住,使缆能受力牢靠)三者组成。加劲梁则直接承受桥面活荷载,在梁的跨度两端,一般需要有支承。在大缆和加劲梁之间,若只用竖向的吊索相连接,那就叫简单的组合。(在简单组合之中,缆和梁各分担多大的竖向荷载,可以区分开来,分别考虑。若吊索为斜向,则缆和梁将形成桁架,荷载如何分担就无从辨别了。)

若加劲梁在跨度两端的支承是简支,则其所形成的悬索桥就叫“两铰式”。这是一个由历史沿袭下来的名词。在历史上,拱和悬索桥都叫“推力结构”:这是指在竖向荷载下,其反力在竖向分力之外,还有水平分力的结构。对于拱桥来讲,三铰拱是静定的,两铰拱是一次超静定,无铰拱则是三次超静定。对于悬索桥来讲,三铰式是静定的,两铰式则是一次超静定。三铰式悬索桥,在加劲梁两端设铰(即简支)之外,还要在梁的跨中加一个铰。其特点是静定。美国 1883 年所建成的布鲁克林桥(在纽约,跨东河,跨度为 486 m),起初就是按三铰式建成的。只因跨中的铰使桥面纵向坡度线发生转折,增加车辆冲击力,使相邻的吊索因受力较大而容易折断。该桥随后就将跨中铰封闭,变成两铰式了。

图 1-3 表示单跨悬索桥,它总是两铰式。图 1-5 表示三跨悬索桥,其三个加劲梁各有两铰(两个简支端),也是两铰式。三跨而采用两铰式,优点在于构造简单、施工方便、且并不多费钢材。其应用范围颇宽。今解释如下:就构造来讲,塔柱用于支承大缆,大缆吊索对梁的吊点总要位于梁宽之内;采用两铰式,并让塔柱竖直(不倾斜),则梁端可以终止在其与塔柱表面相遇之处,其支承便可以设在塔柱表面的纵向牛腿(短伸臂构造)上。若不用两铰式,梁在遇到塔处就要连续地通过,这时,塔柱就需斜置,借使整个梁宽能在两柱之间穿过,这就使构造和施工稍趋复杂。就施工而言,大缆总是首先架好,再让加劲梁的各段逐个地吊在大缆之下,让梁段重量由大缆负担,随后再完成各个梁段之间的工地连接。若采用两铰式,则在塔处,相邻跨度的梁段无需连接,施工较为方便。再就用钢量讲,连续加劲梁的弯矩设计值,往往会较大于简支(两铰)加劲梁者(指连续梁在中间支点处的负弯矩),这

就很难在用钢量方面显现连续的优点。

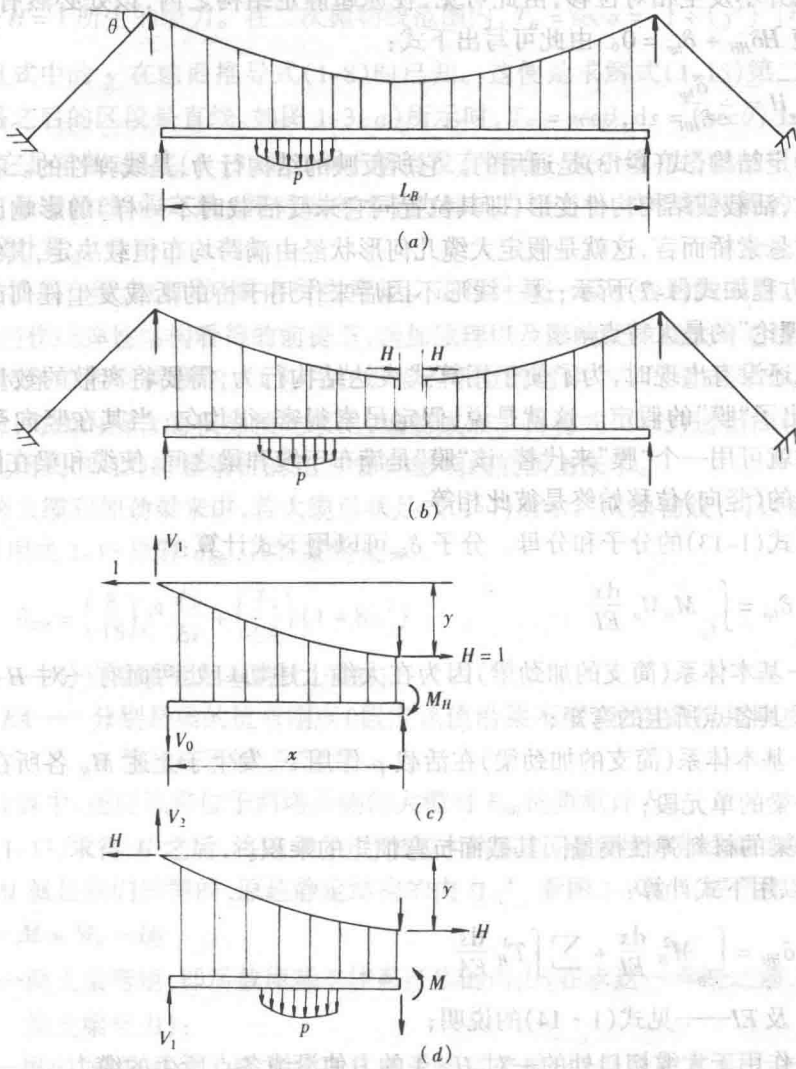


图 1-3 单跨两铰悬索桥的内力分析

2. 传统的“弹性理论”简介

图 1-3(a)表示一单跨两铰悬索桥。大缆的支点位于塔顶(塔未绘出);越过塔顶后,大缆两端在地面附近进入锚碇。在主跨范围内,其加劲梁的跨度是 L_B ;在主跨之内,用许多竖向设置的吊索将缆和梁连接起来。在缆的边跨范围,可设置若干个小跨度,因其在结构上同所说悬索桥无关,这里不再分析。

由此可见,图 1-3(a)表示悬索桥是一次超静定结构。如图 1-3(b),将大缆在跨中切开,则所说的一次超静定结构就转变为其静定的基本体系——简支的加劲梁。当活荷载 p 作用在基本体系(加劲梁)时,大缆的上述切口的两面当发生相对位移 δ_{hp} 。现在,另用一对 $H=1$

的力作用在大缆切口的两面,并据此推算该两面的相对位移 δ_{HH} 。在原来的超静定结构内,大缆切口的两面并不发生相对位移,由此可见,在原超静定结构之内,该处必然有一对冗力 H ,且其值恰好使 $H\delta_{HH} + \delta_{hp} = 0$ 。由此可写出下式:

$$H = -\frac{\delta_{hp}}{\delta_{HH}} \quad (1-13)$$

对于一次超静定结构,式(1-13)是通用的。它所反映的结构行为,是线弹性的。在用它进行结构内力分析时,活载使结构构件变形(即其位置同它未受活载时不一样)的影响已经被认为可忽略不计。对悬索桥而言,这就是假定大缆几何形状经由满跨均布恒载决定,其线形为二次抛物线,其曲线方程如式(1-7)所示;这一线形不因后来作用于桥的活载发生任何改变。这就是传统的“弹性理论”的最大特点。

在计算机还没有出现时,为了便于用算式表达结构行为,需要将离散的数量改变为连续的。于是,提出了“膜”的假定。这就是说,假定吊索很密、很均匀,当其在竖向受拉时还不伸长,这样,吊索就可用一个“膜”来代替,该“膜”是满布于缆和梁之间,使缆和梁在同一竖线上的对应点所发生的(竖向)位移始终是彼此相等。

现在求算式(1-13)的分子和分母。分子 δ_{hp} 可以用下式计算:

$$\delta_{hp} = \int_{L_B} M_H M_p \frac{dx}{EI} \quad (1-14)$$

式中 M_H ——基本体系(简支的加劲梁)因为在大缆上述切口处两面有一对 $H = 1$ 作用而在其各点所生的弯矩;

M_p ——基本体系(简支的加劲梁)在活载 p 作用下,发生于上述 M_H 各所在点的弯矩;

dx ——梁的单元段;

EI ——梁的材料弹性模量同其截面抗弯惯矩的乘积。

分母 δ_{HH} 则可以用下式计算:

$$\delta_{HH} = \int_{L_B} M_H^2 \frac{dx}{EI} + \sum \int T_H^2 \frac{ds}{EA} \quad (1-15)$$

式中 M_H, dx 及 EI ——见式(1-14)的说明;

T_H ——作用于大缆切口处的一对 $H = 1$ 的力使沿缆各点所生的缆力;

ds ——缆的单元段;

EA ——缆的材料弹性模量和它的截面面积的乘积;

$\sum \int$ ——将缆的全长按其线形分为几段,就每段进行积分,再求所有这些积分的总和。

在求解式(1-14)和(1-15)时,需先将 M_H, T_H 及 M_p 求出。今分别解释如下。

① M_H 是一对 $H = 1$ (作用在大缆切口)使加劲梁所生弯矩。这可用图 1-3(c)来寻求。参照式(1-6)所示 H 和 q 关系,可知 $H = 1$ 将使吊索“膜”产生集度是 $8f/L_A^2$ 的均布拉力。膜拉力既将缆向下拉,又将梁向上提。就缆和梁的全跨分别用平衡条件求算其支承处的竖向反力,可知这里的 V_0 (梁的反力)和 V_1 (缆的反力)大小相等、方向相反,其绝对值都是 $4f/L_B$ 。(忽略 L_A 和 L_B 的微小差异。)于是,可以在梁截面 x 处求弯矩 M_H 。所取分离体如图 1-3(c)所示。各竖向力对矩心的弯矩的和是零,两水平力 $H = 1$ (注意:两水平力中一是左支点水平反力,一是缆

力水平分力)所生力偶矩是 y 。由此得 $M_H = y$ 。

② T_H 是 $H=1$ 所生的缆力。在二次抛物线范围内, $T_H = \sec a = [1 + (y')^2]^{\frac{1}{2}}$, 而 $ds = [1 + (y')^2]^{\frac{1}{2}} dx$, 且式中的 y' 在前面推导式(1-8)时已知。这便是求解式(1-15)第二项时所需的。当大缆越过塔之后的区段是直线,如图 1-3(a)所示时, $T_H = \sec \theta$, $ds = (\sec \theta) dx$, 这里的 θ 如该图所标注,它是常数,照式(1-15)第二项求解当没有困难。关于缆在塔顶的平衡,依据的(通用于现今所有悬索桥的)假定是:塔对纵向水平力的抗力相当小,位于塔两侧的缆力水平分力 H 可以按相等计算。

③ M_p 是活载在简支(加劲)梁内所生弯矩。进行计算一般不会遇到困难。而在“弹性理论”将悬索桥当作线弹性结构看待的前提下,迭加原理以及影响线加载法对它适用。为设计者的方便,教材将单位竖向荷载 $P=1$ 作用在沿梁若干点的弯矩 M_p 的通式写出,连同 $M_H = y$, 代入式(1-14),将式内所含的积分预先求出,编制成表。再将式(1-15)适当简化,则设计人员就可以方便地用式(1-13)将悬索桥的冗力 H 的影响线绘制出来了。

对于主跨大缆和加劲梁来讲,若大缆形状是式(1-7)所示二次抛物线,可以就该式取 y , 并推算 y' , 而后用式 1-15 推算 δ_{HH} , 其答案将是:

$$\delta_{HH} = \left(\frac{8}{15}\right) f^2 \frac{L_B}{EI} + \left(\frac{L_A}{EA}\right) (1 + 8n^2) \quad (1-15a)$$

式中 f 及 n ——分别是垂度及垂跨比,如前;
 EI 及 EA ——分别是梁的抗弯刚度(假定该值沿梁不变)及缆的抗拉刚度;这里的两个 E 值往往不同,应注意。

在常规计算中,还应该将位于两塔外侧的大缆对 δ_{HH} 的贡献计入。

在用式(1-13)求得 H 之后,将该 H 作用在基本体系上,而后推算加劲梁弯矩(因活载所生的) M , 则该 M 就是我们所需的、原超静定结构的内力。* 看图 1-3(d), 按平衡条件,得:

$$M = M_0 - Hy \quad (1-16)$$

式中 M_0 ——简支梁弯矩,即活载使基本体系产生的内力(在求这一弯矩之前,注意需先计算简支梁反力);

y ——根据“弹性理论”,按大缆在其承受活载之前(但仍是在其承受主要恒载——加劲梁重量之后)的纵标取值。

3. “挠度理论”简介

大缆是柔性受拉件。“弹性理论”假定它的几何形状及长度都不因活载而改变,这是一个很大的缺点。早在 1888 年,维也纳的 J. 米兰教授就已从理论上纠正了这一缺点,建立起“挠度理论”。其主要特点是:大缆在恒载下取得平衡的几何形状(二次抛物线)将因活载的介入而改变,缆因活载所增生缆力引起的拉伸量也应当在计算中考虑。在本世纪初,美国桥梁专家将 J. 米兰的理论付诸实用。1909 年所建成的曼哈顿桥是成功地运用这一理论的第一例。美

* 见本章(三)1 所讲施工方法,梁段自重是由大缆承受,因此,梁的恒载弯矩可按零计,在设计中只需考虑其活载弯矩。

国 30 年代所建的华盛顿桥和金门桥,英国 60 年代所建的福斯桥和塞文桥,都明确承认其内力值主要是采用“挠度理论”进行推算的。(对于这一理论的不足之处,他们也进行了一些校正。但不能因此而否定这一理论在使大跨悬索桥得以实现方面的巨大贡献。)

现用图 1-4 来说明“挠度理论”和“弹性理论”的不同之处。图中用虚线表示大缆在恒载时的平衡位置,用实线表示大缆在恒载加活载时的平衡位置。因为活载的加载区段位于梁的左边,当梁的柔性较大时,梁在活载处的挠度当较大,这挠度通过吊索而使大缆在这一区段受到较大的竖向力,这就改变了大缆形状。今用 v 表示大缆因活载而产生的挠度(或称纵标增值,因为这个挠度是用纵标表示的),它是有正有负的。再用图 1-4(b)表示取梁及缆从左支点延伸过来的一段为分离体,进行分析。仍用 M 表示加劲梁所承受的活载弯矩(由于施工条件已如本章(三)1 所述,这将使梁的恒载弯矩是零,只需求算活载弯矩);它可以简支梁活载弯矩 M_0 为基础,用缆力来进行修正。如图,缆力 H 的纵标位置在这时是 $y + v$;而 $H = H_q + H_p$ 。缆力在这里能产生抵抗弯矩 $(H_q + H_p)(y + v)$ 。但是,其中的 $H_q y$ 是缆在恒载平衡中已使用的,与梁内的活载弯矩 M 无关。因此, M 该用下式求算:

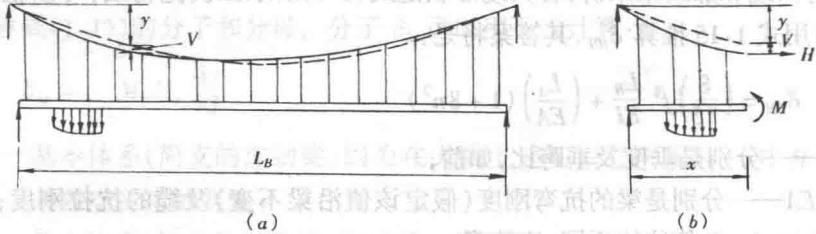


图 1-4 “挠度理论”特点示意

$$M = M_0 - H_q v - H_p (y + v) \quad (1-17)$$

将此式和式(1-16)对比,可知此式中的 $H_p y$ 和后式中的 $H y$ 相当,只是推算 H_p 和推算 H 所用的理论有区别。暂不考虑这一区别,则式(1-17)同式(1-16)的最大差异就在于将 $-(H_q + H_p)v$ 列入计算。虽然 v 值并不会大,但 H_q 往往很大,这就使 $-(H_q + H_p)v$ 必须列入考虑。考虑 $-(H_q + H_p)v$ 的效应,就是“挠度理论”的重要特征。

在为式(1-16)求 H 时,用的是式(1-13),它还假定 y 不发生变化(即假定 $v = 0$)。而在为式(1-17)求 H_p 及 v 时,工作就复杂得多。在仍用“膜”假定的条件下,梁的挠度 v 同缆的 v 相同,于是,梁的弯矩 M 等于 $-EI d^2 v / dx^2$ 。将这一关系代入式(1-17),且引入 $C^2 = (H_q + H_p) / EI$,可得:

$$\frac{d^2 v}{dx^2} = C^2 v - \left[\frac{C^2}{(H_q + H_p)} \right] (M_0 - H_p y) \quad (1-18)$$

将式(1-18)积分两次,得到包含积分常数在内的 v 的表达式。再将它代入式(1-17),得 M 的表达式。积分常数可以用边界条件(例如,若是两铰悬索桥,则在 $x = 0$ 及 $x = L_B$ 处, $M = 0$)来决定,它们是随活载 p (其长度和加载位置,以及 p 与 q 之比)而异。美国的老教材曾按常遇的 8 种活载情况,将其求算 H_p 及各积分常数的式子逐个列出。这样,用“挠度理论”为不同活载情况推算其加劲梁弯矩 M 就不感为难了。

可以认为:“挠度理论”是位移法(而“弹性理论”则是力法),也是一种非线性理论,但只考

考虑几何非线性,对材料的非线性则毋须考虑(因全是在弹性工作范围)。因是解析法,为使解析法能够进行,它不得不作若干简化的规定。

为了阐述,并且对比“弹性理论”和“挠度理论”的求解过程,本世纪初的美国教材曾举曼哈顿桥同芒特-霍普桥为例^{[1],[5]}。今且将前者的计算作为例子阐述如下。该桥(曼哈顿桥)的大缆分跨是 $221\text{ m} + 448\text{ m} + 221\text{ m}$ 。两铰加劲梁跨度分别是 217.5 、 441.0 及 217.5 m 。大缆是 4 根。加劲梁是 4 片,梁高都是 7.32 m ,梁的高跨比是 $1:60$ 。活载包含 8 条有轨电车,还有宽 10.73 m 的汽车道和两条人行道,活载总值达 233.5 kN/m 。恒载总值是 339.7 kN/m 。活恒比是 0.687 。按“弹性理论”,每片梁在四分点的弯矩是 $234.5\text{ MN}\cdot\text{m}$ 。而按“挠度理论”,此值应该降到 $161.5\text{ MN}\cdot\text{m}$ (是前者的 69%)。

华盛顿桥在其方案编制过程中就已明确:若不降低加劲梁的高跨比,则悬索桥的优点(经济性)就无从发挥。于是,将该高跨比定为 $1:120$ 。如若对这种高跨比而仍用“弹性理论”,其计算值将毫无参考意义。从那时以来,桥梁界就普遍接受了该桥所持的观点:大跨悬索桥都应该使用柔性加劲梁,其内力分析则应该用“挠度理论”(或其他非线性方法)。

需要指出:因为“挠度理论”承认并且考虑了大缆的几何非线性,迭加原理和影响线加载法对它不适用。就计算工作量讲,显然要较前增加不少。

仍旧采用“膜”假定,可以作为缺点看待。事实上,吊索是离散的;当吊索长度大(例如,达 100 多米)时,其伸长量不容忽视;当相邻两吊索的长度相差较大时,其伸长量的差别当会使梁的变形(可用曲率 v'' 表示)同缆有差别:在设塔的地方,缆的支点(每在塔的中央)和梁的支点(每在塔柱的纵向短伸臂上)不在同一竖直线;又:在短段活载作用下,缆和梁(原来位于同一竖直线上的对应点可以用作参照)要发生纵向相对位移,这将使吊索在纵向发生倾斜。所有这些,原“挠度理论”都未曾考虑。不过,只要逐项进行修正,则其从原“挠度理论”所得的计算结果还是可以用作设计的基本数据来使用的。

4. 重力刚度法的观点

在为超静定结构求解而选择基本体系时,人们都知道:为了提高计算精度,要尽可能让基本体系的荷载内力同其超静定结构的荷载内力在数值上不要过份悬殊。回顾图 1-3 和式(1-16),知其是取简支加劲梁做基本体系,式(1-16)中的 M_0 是基本体系的荷载内力, M 是超静定结构(悬索桥)内的荷载内力。当加劲梁柔性很大时, M 当比 M_0 小得多,这时, H_y 和 M_0 在绝对值上将相差不多。于是, M 变成两个大数的差,这使计算精度难于保证。(注:“挠度理论”也继承着这个缺点)。

面对所说的情况(加劲梁很柔的悬索桥),可以先让加劲梁的抗弯刚度是零,也就是叫它先退出工作,取大缆做基本体系,并且让基本体系用改变其几何线形的方式来承担活荷载。这可以比照图 1-1(d)及(e)来求算。在缆的线形改变量或挠度(从只受恒载变到承受恒载加活载)求得后,可以就每一吊索上端的位置推算位于吊索下端的梁的挠度;再凭梁的挠度的各阶导数推算梁的弯矩及其所分担的活载集度。从所给的作用活载集度中将梁所分担的集度扣除,那就是经由吊索传给大缆,让大缆所分担的活载集度。可以按吊索传来的活载重新计算大缆挠度。将上述计算重复几次,就能取得使人满意的结果。

这是一种逐步逼近法,只需几次迭代就能取得满意结果。这是因为它抓住了大跨悬索桥

的两大特点：一是较大恒载使缆的线形稳定(即其挠度不因活载而发生大的变化)；二是柔性很大的加劲梁所能分担的活载份额必然很小。这样,所需的最终结果也就同该法在迭代开始时所假定的情况很相近了。

原本是柔性的大缆因承受(巨大恒载所生)重力而产生的抵抗(活载所致)变形的刚度,这叫重力刚度。该法也就叫作重力刚度法。

将重力刚度概念及其在内力计算中的应用较为明确地提出,这是美国华盛顿桥设计者的贡献。但他们只是用这法来对“挠度理论”计算结果进行某些局部订正^[2]。现在是将这法发展到能方便地用计算机来计算,使之在大跨悬索桥静力分析中发挥作用的时候了。由于按影响线决定活载的加载长度及位置已为桥梁界所习惯,陈仁福等利用重力刚度法解决了这一问题(见文献[31]第38~39页)。在悬索桥初设阶段,这是有使用价值的。

5. 非线性杆系有限元分析法简介^[31]

不需要“膜”假定,不需要将吊索视作连续体,可以按悬索桥本来面貌,离散为杆系,进行有限元分析。从60年代以来,随着计算机、计算数学和计算力学的发展,用计算机进行悬索桥分析基本上取了解析法(“挠度理论”)。

对于竖向作用力(对称于桥轴的作用)来讲,非线性有限元理论是指将悬索桥当作非线性平面框架结构,按非线性杆系有限元求严密解的理论。在承认材料为弹性(符合虎克定律)之外,不引入任何其他假定。由于杆系有限元作为一种数值方法本身求得的是精确解,而悬索桥按杆系有限元离散又在客观上代表了其实际模型,所以,在悬索桥的所有分析方法中,该法是最精确的。

此外,对于非竖向力(例如,横向力、偏心竖向力及扭转),以及次要因素的影响(例如,加劲梁的吊点平面同扭转中心不重合),还需使用空间有限元分析法来求算。这时,为减轻工作量,引入某些假定往往是必要的。

6. 关于三跨两铰式悬索桥的一点补充

在本节之“1”中已指出:悬索桥时常采用三跨两铰式。今图1-5是这种桥型示意。其主要特点是:在活载之下的刚度常比单跨悬索桥逊色。今对此作一粗略解释。回顾式(1-15)及式(1-13)。当桥是三跨时,式(1-15)右侧第一项就不能只计主跨,而是要将三跨都算;其第二项所包含的大缆,也应该将边跨范围内(外形同图1-2相近)者包含在内。这样,由式(1-15)所计算的 δ_{III} 将有较大的增加。而式(1-13)表明:当 δ_{III} 增大时, H 就减小;于是,大缆在分担活载、减少加劲梁挠度方面的效应削弱,桥的活载刚度也就下降了。当然,这种刚度的下降还不致于妨碍到这一桥型的使用。在实桥中,按这一桥型修建的公路桥仍然相当多。

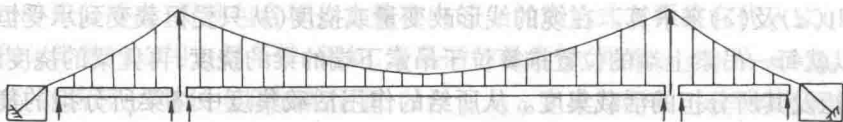


图1-5 三跨两铰悬索桥

再讲一讲其边跨垂度和主跨垂度的关系。所要达到的目的,是使主跨大缆因恒载所生的