胡金德 谭泽光 梁 恒 考研数学系列

2018考研数学重点突破220题

（数学二）

清华大学 胡金德
清华大学 谭泽光 主编
清华大学 梁 恒

新增100道重点试题＋配套试题讲解

超值附赠

考研数学 公式小宝典（数学二）

手机轻松扫一扫，重点难点名师微课讲解全知道

北京航空航天大学出版社
BEIHANG UNIVERSITY PRESS

胡金德 谭泽光 梁 恒 考研数学系列

2018考研数学重点突破220题

(数学二)

清华大学 胡金德
清华大学 谭泽光 主编
清华大学 梁 恒

北京航空航天大学出版社
BEIHANG UNIVERSITY PRESS

内 容 简 介

本书可供报考2018年研究生入学考试(数学二)的考生在冲刺阶段使用。根据考研数学二真题的题型和题量分布情况，本书最终确定高等数学题占78%；线性代数题占22%。所有题目及解答均由名师编写和审定，所选题目在题型和难度上紧扣大纲要求，旨在让考生对考研数学二中的重要考点有更加清楚和深刻的认识。

图书在版编目(CIP)数据

2018考研数学重点突破220题. 数学二/胡金德，谭泽光，梁恒主编. -- 北京：北京航空航天大学出版社，2017.5

ISBN 978-7-5124-2410-4

Ⅰ. ①2… Ⅱ. ①胡… ②谭… ③梁… Ⅲ. ①高等数学—研究生—入学考试—题解 Ⅳ. ①O13-44

中国版本图书馆CIP数据核字(2017)第104691号

2018考研数学重点突破220题(数学二)

胡金德 谭泽光 梁 恒 主编

责任编辑 刘晓明

北京航空航天大学出版社出版发行

北京市海淀区学院路37号(邮编100191) http://www.buaapress.com.cn

发行部电话：(010)82317024 传真：(010)82328026

读者信箱：bhwaiyu@163.com 邮购电话：(010)82316936

北京宏伟双华印刷有限公司印装 各地书店经销

*

开本：787×1 092 1/16 印张：16.375 字数：413千字

2017年6月第1版 2017年6月第1次印刷

ISBN 978-7-5124-2410-4 定价：32.80元

若本书有倒页、脱页、缺页等印装质量问题，请与本社发行部联系调换。联系电话：(010)82317024

前　言

本书专为报考2018年研究生入学考试(数学二)的考生在最后冲刺阶段使用。为了使考生能在短时间内对考研数学二所有考点有更加清楚的认识,对考研数学二在试题的难度和做题的速度方面有更加精确的把握,我们通过深入分析考研数学考试大纲的要求和精神以及近年来考研数学二命题的特点和动向,编写了本书。

针对冲刺阶段的特点,本书内容包括高等数学、线性代数两大部分,每一部分试题又分选择题、填空题、解答题三种类型。

本书有如下特点:

一、布局精巧,重点突出

考研数学二真题的题量分布情况:高等教学题占78%;线性代数题占22%。

每一部分在选择题、填空题、解答题三种题目类型的设置上同样参考了真题比例,旨在让考生对考研真题的试题比例有一个清晰的认识。

同时,本书在试题涵盖的知识点上也有所侧重,例如:数学二真题中的线性代数部分的选择题多为初等变换、向量组的相关性、线性方程组的解等,而极少出现行列式的题目。为此,我们在题目的设置上对重点考查的知识点出题较多,而对于极少考到的知识点则出题较少,旨在让考生抓住重点,了解考研试题的动向。

二、题目精良,名师讲解

主编胡金德、谭泽光和梁恒均为在清华大学从事了几十年数学教学以及十几年考研辅导的名师。三位老师均参与过考研大纲的制定、考研数学的命题及阅卷,对考研数学的命题规律和趋势有较准确的把握,对试题的讲解细致,抓住了考生的心理特点,使考生易于接受。

本套书,从全书体例的设定到具体题目的选取均由胡金德、谭泽光和梁恒亲自主持,多人参与,并最终由三位主编定稿。所选题目在题型、难度上紧扣大纲要求。

题目讲解部分均出自三位名师之手,解题精细,步骤严密。另外,在重点的题型和题目后,三位老师结合自身多年的从教经验,给出独到精辟的总结。

本书附赠《考研数学公式小宝典(数学二)》,以帮助考生熟知公式及其适用范围与条件。

由于时间有限,书中难免有疏漏之处,诚望广大考生批评指正。

祝愿每位考生复习顺利,梦圆考场!

编　者

2017年3月

目录

CONTENTS

习题精选

习题精选答案与解析

习题精选

第一部分　高等数学

一、选择题

【1】设 $y=f(x)$ 在区间 I 上有反函数 $\varphi(x)$，下列说法正确的是　(　　)

(A) 若 $f(x)$ 是具有单调性的奇函数，则 $\varphi(x)$ 也具有同样的性质.

(B) 若 $f(x)$ 是具有周期性的奇函数，则 $\varphi(x)$ 也具有同样的性质.

(C) 若 $f(x)$ 具有有界性或单调性，则 $\varphi(x)$ 也具有同样的性质.

(D) 若 $f(x)$ 具有有界性或奇偶性，则 $\varphi(x)$ 也具有同样的性质.

【2】条件"对任意给定的 $\varepsilon>0$，在 $x=a$ 点的 ε 邻域 $(a-\varepsilon,a+\varepsilon)$ 内，总有无穷多个属于数列 $\{x_n\}$ 的点"是极限 $\lim\limits_{n\to\infty}x_n$ 存在的　(　　)

(A) 充分但非必要的条件.　　(B) 必要但非充分的条件.

(C) 必要且充分的条件.　　(D) 非必要又非充分的条件.

【3】当 $x\in(-\infty,+\infty)$ 时，定义函数 $f(x)=\lim\limits_{n\to\infty}[\lim\limits_{m\to\infty}\cos^{2m}(xn!\pi)]$，则　(　　)

(A) $f(x)$ 定义域为空集.　　(B) $f(x)=0$.

(C) $f(x)=1$.　　(D) $f(2)=1,f(\sqrt{2})=0$.

【4】若 $\lim\limits_{x\to x_0}f(x)$ 存在，则下列极限一定存在的是　(　　)

(A) $\lim\limits_{x\to x_0}[f(x)]^{\alpha}$（$\alpha$ 为实数）.　　(B) $\lim\limits_{x\to x_0}|f(x)|$.

(C) $\lim\limits_{x\to x_0}\ln f(x)$.　　(D) $\lim\limits_{x\to x_0}\arcsin f(x)$.

【5】把 $x\to0^+$ 时的无穷小 $\alpha=\int_0^x\cos t^2\,\mathrm{d}t,\beta=\int_0^{x^2}\tan\sqrt{t}\,\mathrm{d}t,\gamma=\int_0^{\sqrt{x}}\sin t^3\,\mathrm{d}t$ 排列起来，使排在后面的是前一个的高阶无穷小，则正确的排列次序是　(　　)

(A) α,β,γ.　　(B) α,γ,β.　　(C) β,α,γ.　　(D) β,γ,α.

【6】下列函数中在 $[1,+\infty)$ 内无界的是　(　　)

(A) $f(x)=x^2\sin\dfrac{1}{x^2}$.　　(B) $f(x)=\sin x^2+\dfrac{\ln^2x}{\sqrt{x}}$.

(C) $f(x)=x\cos\sqrt{x}+x^2\mathrm{e}^{-x}$.　　(D) $f(x)=\dfrac{\arctan\dfrac{1}{x}}{x^2}$.

【7】已知 $x_{n+1}=\sqrt{x_n y_n}, y_{n+1}=\dfrac{x_n+y_n}{2}(n=1,2,\cdots), x_1=a>0, y_1=b>0(a<b)$,则数列 $\{x_n\}$ 和 $\{y_n\}$ ( )

(A) 都收敛于同一值.　　(B) 都收敛,但不一定收敛于同一值.

(C) 都发散.　　(D) 无法判断敛散性.

【8】若当 $x\to 0$ 时,$F(x)=\int_0^x (x^2-t^2)f''(t)\mathrm{d}t$ 的导数与 x^2 是等价无穷小(其中 f 有二阶连续导数),则必有 ( )

(A) $f''(0)=1$.　　(B) $f''(0)=\dfrac{1}{2}$.

(C) $f''(0)=0$.　　(D) $f''(0)$ 不存在.

【9】设 $f(x)=\dfrac{a\tan x+b(1-\cos x)}{c\ln(1-2x)+d(1-\mathrm{e}^{-x^2})}$,其中 $a^2+b^2\neq 0$,且 $\lim\limits_{x\to 0}f(x)=2$,则 ( )

(A) $b=4d$.　　(B) $b=-4d$.

(C) $a=4c$.　　(D) $a=-4c$.

【10】若函数 $f(x)$ 在 x_0 点处连续,且在 x_0 的某去心邻域中 $f(x)>0$,则 ( )

(A) $f(x_0)>0$.　　(B) $f(x_0)\geqslant 0$.

(C) $f(x_0)=0$.　　(D) 存在点列 $x_i\to x_0$, $\lim\limits_{i\to+\infty}f(x_i)>0$.

【11】设函数 $f(x)=\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1+x}{1+x^{2n}}$,则下列结论成立的是 ( )

(A) $f(x)$ 无间断点.　　(B) $f(x)$ 有间断点 $x=1$.

(C) $f(x)$ 有间断点 $x=0$.　　(D) $f(x)$ 有间断点 $x=-1$.

【12】设 $f(x)=\dfrac{1+\mathrm{e}^{\frac{1}{x}}}{2+3\mathrm{e}^{\frac{2}{x}}}$, $f(0)=0$, 则在 x_0 点的某去心邻域中 ( )

(A) $f(x)$ 有界,且 $x=0$ 是 $f(x)$ 的可去间断点.

(B) $f(x)$ 有界,且 $x=0$ 是 $f(x)$ 的跳跃间断点.

(C) $f(x)$ 有界,且 $x=0$ 是 $f(x)$ 的第二类间断点.

(D) $f(x)$ 无界.

【13】设 $f(x)=(1+x)^{\frac{x}{\tan\left(x-\frac{\pi}{4}\right)}}$,则 $f(x)$ 在区间 $(0,2\pi)$ 内 ( )

(A) 有 1 个第二类间断点,没有可去间断点.

(B) 有 1 个第二类间断点,1 个可去间断点.

(C) 有 2 个第二类间断点,1 个可去间断点.

(D) 有 2 个第二类间断点,2 个可去间断点.

【14】设函数 $y=f(x)$ 在点 x_0 处可导，$\Delta y=f(x_0+h)-f(x_0)$，则当 $h\to 0$ 时 ( )

(A) $\mathrm{d}y$ 与 Δy 是等价无穷小量.

(B) Δy 是 h 的同阶无穷小量.

(C) $\Delta y-\mathrm{d}y$ 是比 Δy 高阶的无穷小量.

(D) $\Delta y-\mathrm{d}y$ 是比 h 高阶的无穷小量.

【15】设 $f(x)$ 在 $x=x_0$ 处连续，且 $f(x_0)\neq 0$，则 $f(x)$ 在 $x=x_0$ 处可导是 $|f(x)|$ 在 $x=x_0$ 处可导的 ( )

(A) 充分非必要条件. (B) 充分必要条件.

(C) 必要但非充分条件. (D) 既不充分也不必要条件.

【16】设函数 $f(x)$ 在 $(-1,1)$ 内有定义，且对 $x\neq 0$ 满足 $|f(x)|\leqslant x^2$，则 ( )

(A) $f(0)=0$. (B) $f(x)$ 在 $x=0$ 点处连续但不可导.

(C) 当 $x\to 0$ 时，$f(x)=o(x)$. (D) $f(x)$ 在 $x=0$ 点处可导，且 $f'(0)=0$.

【17】关于初等函数不成立的性质是 ( )

(A) 初等函数在其定义区间内都可积(黎曼可积).

(B) 初等函数在其定义区间内都连续.

(C) 初等函数在其定义区间内都可导.

(D) 初等函数的导函数仍是初等函数.

【18】设 $f(x)$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 内可导，则 ( )

(A) 当 $\lim\limits_{x\to+\infty}f'(x)=+\infty$ 时，必有 $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=+\infty$.

(B) 当 $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=+\infty$ 时，必有 $\lim\limits_{x\to+\infty}f'(x)=+\infty$.

(C) 当 $\lim\limits_{x\to-\infty}f'(x)=-\infty$ 时，必有 $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=-\infty$.

(D) 当 $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=-\infty$ 时，必有 $\lim\limits_{x\to-\infty}f'(x)=-\infty$.

【19】设 $f(x)$ 是二阶常系数非齐次线性微分方程 $y''+py'+qy=\sin 2x+2e^x$ 的满足初始条件 $f(0)=f'(0)=0$ 的特解，则当 $x\to 0$ 时，$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln[1+f(x)]}{x^2}$ ( )

(A) 不存在. (B) 等于 0. (C) 等于 1. (D) 等于 2.

【20】已知 $f(x)$ 在 $x=0$ 处可导，且 $f(0)=0$，则 $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x^2f(x)-2f(x^3)}{x^3}=$ ( )

(A) $-2f'(0)$. (B) $-f'(0)$.

(C) $f'(0)$. (D) 0.

【21】设 $g(x)$ 二阶连续可导，$g(0)=1, g'(0)=-1$，若 $f(x)=\begin{cases} g(x)-e^x, & x\neq 0, \\ 0, & x=0, \end{cases}$ 则 ( )

(A) $f(x)$ 在 $x=0$ 处连续，但不可导.

(B) $f'(0)$ 存在但 $f'(x)$ 在 $x=0$ 处不连续.

(C) $f'(0)$ 存在且 $f'(x)$ 在 $x=0$ 处连续.

(D) $f(x)$ 在 $x=0$ 处不连续.

【22】设 $f(x)=\begin{cases} \dfrac{\ln(1+\sqrt{x})(e^{x^2}-\cos x)}{\sqrt[3]{x}}, & x>0, \\ 0, & x=0, \\ x^2\cos\dfrac{1}{x^2}, & x<0, \end{cases}$ 则 $f(x)$ 在 $x=0$ 处 ( )

(A) 不连续.　　(B) 连续,但不可导.

(C) 可导,但导函数不连续.　　(D) 导函数连续.

【23】函数 $f(x)=(x^2-2x-3)|x^2-3x|\sin|x|$ 不可导点的个数是 ( )

(A)0.　　(B)1.　　(C)2.　　(D)3.

【24】设 $f(x)$ 是二阶可导的奇函数，$y(x)=f(\cos x)\cdot\cos[f(x)]$，且当 $x_0=\dfrac{\pi}{2}$ 时，$f(x_0)=x_0, f'(0)=f'(x_0)=1$，则 $y''(x_0)=$ ( )

(A)1.　　(B)2.　　(C) -1.　　(D) -2.

【25】设函数 $f(x)$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 内存在二阶导数，且 $f(x)=f(-x)$，当 $x<0$ 时有 $f'(x)<0, f''(x)>0$，则当 $x>0$ 时，有 ( )

(A) $f'(x)<0, f''(x)>0$.　　(B) $f'(x)>0, f''(x)<0$.

(C) $f'(x)>0, f''(x)>0$.　　(D) $f'(x)<0, f''(x)<0$.

【26】设 $y=\sin^4 x+\cos^4 x$，则 ( )

(A) $y^{(n)}=4^{n-1}\cos\left(4x+\dfrac{n\pi}{2}\right), n\geqslant 1$.

(B) $y^{(n)}=4^{n}\cos\left(4x+\dfrac{n\pi}{2}\right), n\geqslant 1$.

(C) $y^{(n)}=4^{n-1}\sin\left(4x+\dfrac{n\pi}{2}\right), n\geqslant 1$.

(D) $y^{(n)}=4^{n}\sin\left(4x+\dfrac{n\pi}{2}\right), n\geqslant 1$.

【27】设 $f(x)=\sin x(\sin x-1)(\sin x-2)\cdots(\sin x-n+1)(\sin x-n)$，则 $f'(0)=$ ( )

(A)n. (B)$n!$. (C)$(-1)^n n$. (D)$(-1)^n n!$.

【28】设 $f(x)$ 是 $(0,+\infty)$ 上二阶可导的上凸函数，且 $f(0)=0$. 若 $0<a<b$，则对任何 $x\in(a,b)$ ( )

(A)$af(x)>xf(a)$. (B)$bf(x)>xf(b)$.

(C)$xf(x)>bf(b)$. (D)$xf(x)>af(a)$.

【29】设 $f(x)$ 在 $[a,b]$ 上连续，在 (a,b) 内二阶可导，$f(a)=f(b)$，$f'_-(b)>0$，则 ( )

(A) 存在 $\xi\in(a,b)$，使得 $f''(\xi)<0$.

(B) 存在 $\xi\in(a,b)$，使得 $f''(\xi)=0$.

(C) 存在 $\xi\in(a,b)$，使得 $f''(\xi)>0$.

(D) 存在 $\xi,\zeta\in(a,b)$，$\xi\neq\zeta$，使得 $f'(\xi)=f'(\zeta)=0$.

【30】正确运用洛必达法则求极限的运算过程是 ( )

(A) $\lim\limits_{n\to\infty}\sqrt[n]{n}=e^{\lim\limits_{n\to\infty}\frac{\ln n}{n}}=e^{\lim\limits_{n\to\infty}\frac{\frac{1}{n}}{1}}=1$.

(B) $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{x+\sin x}{x-\sin x}=\lim\limits_{x\to0}\dfrac{1+\cos x}{1-\cos x}=\infty$.

(C) $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{x^2\sin\frac{1}{x}}{\sin x}=\lim\limits_{x\to0}\dfrac{2x\sin\frac{1}{x}-\cos\frac{1}{x}}{\cos x}$ 不存在.

(D) $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{x}{e^x}=\lim\limits_{x\to0}\dfrac{1}{e^x}=1$.

【31】设 $f(x)$ 在 $[a,b]$ 上连续，在 (a,b) 内可导，$f(a)=f(b)=0$，$f'_+(a)\cdot f'_-(b)>0$. 则 ( )

(A)$f(x)$ 在 (a,b) 内恰有一个零点.

(B)$f(x)$ 在 (a,b) 内至少有一个零点.

(C)$f'(x)$ 在 (a,b) 内只有一个零点.

(D)$f'(x)$ 在 (a,b) 内恰有两个零点.

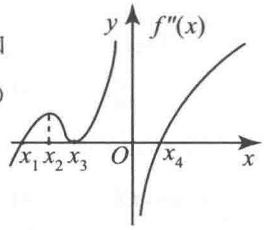
【32】设 $f(x)$ 具有二阶连续导数，且 $f'(1)=0$，$\lim\limits_{x\to1}\dfrac{f''(x)}{(x-1)^2}=\dfrac{1}{2}$，则 ( )

(A)$f(1)$ 是 $f(x)$ 的极大值.

(B)$f(1)$ 是 $f(x)$ 的极小值.

(C)$(1,f(1))$ 是曲线 $f(x)$ 的拐点坐标.

(D)$f(1)$ 不是 $f(x)$ 的极值，$(1,f(1))$ 也不是曲线 $f(x)$ 的拐点坐标.



【33】函数 $y=f(x)$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 内连续,其二阶导函数的图形如右图所示,则 $y=f(x)$ 的拐点的个数是 ( )

(A)1. (B)2.

(C)3. (D)4.

【34】设 $f(x)$ 在点 $x=0$ 处满足 $f'(0)=f''(0)=\cdots=f^{(n)}(0)=0,f^{(n+1)}(0)>0$,则 ( )

(A) 当 n 为偶数时,$x=0$ 是 $f(x)$ 的极大值点.

(B) 当 n 为偶数时,$x=0$ 是 $f(x)$ 的极小值点.

(C) 当 n 为奇数时,$x=0$ 是 $f(x)$ 的极大值点.

(D) 当 n 为奇数时,$x=0$ 是 $f(x)$ 的极小值点.

【35】设 $f(x)$ 在 $x=0$ 处存在二阶导数,且 $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\ln[f'(x)+e^x]}{1-\sqrt{1+2x}}=0$,则点 $x=0$ ( )

(A) 不是 $f(x)$ 的驻点. (B) 是 $f(x)$ 的驻点但不是极值点.

(C) 是 $f(x)$ 的驻点且是极大值点. (D) 是 $f(x)$ 的驻点且是极小值点.

【36】设两函数 $f(x)$ 及 $g(x)$ 都在 $x=a$ 处取得极大值,则 $F(x)=f(x)g(x)$ 在 $x=a$ 处 ( )

(A) 必取极大值. (B) 必取极小值.

(C) 不可能取极值. (D) 是否取得极值不能确定.

【37】设函数 $f(x)$ 有连续导数,且 $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{f(x)+f'(x)}{1-e^{-x}}=1$,则当 $f(0)=0$ 时 ( )

(A)$f(0)$ 是 $f(x)$ 的极大值. (B)$f(0)$ 是 $f(x)$ 的极小值.

(C)$f(0)$ 不是 $f(x)$ 的极值. (D) 不能判定 $f(0)$ 是否为极值.

【38】若 $f(x)$ 在区间 $[a,+\infty)$ 上二阶可导,且 $f(a)=A>0,f'(a)<0,f''(x)<0$ $(x>a)$,则方程 $f(x)=0$ 在 $(a,+\infty)$ 内 ( ).

(A) 没有实根. (B) 有两个实根.

(C) 有无穷多个实根. (D) 有且仅有一个实根.

【39】设 $f(x)$ 可导,且导函数 $f'(x)=x(x-1)^2(x-3)^3$,则 $f(x)$ 的全部极小值点是 ( )

(A)$x_1=0,x_2=1,x_3=3$. (B)$x_2=1,x_3=3$.

(C)$x_2=1$. (D)$x_3=3$.

【40】设函数 $f(x)$ 可导. 若在 $(0,f(0))$ 点,曲线 $y=f(x)$ 的切线与曲线 $y=e^{\arctan e^x}$ 的切线垂直,则 $df(0)=$ ( )

(A) $-\dfrac{\pi}{\sqrt{e}}\Delta x$.　(B) $\dfrac{\pi}{\sqrt{e}}\Delta x$.　(C) $-\dfrac{\sqrt{e}}{\pi}\Delta x$.　(D) $\dfrac{\sqrt{e}}{\pi}\Delta x$.

【41】假设雨滴为球状体，且在雨滴形成过程中保持球状. 如果雨滴聚集水量的速率与其表面积成正比，比例系数为常数 C，则雨滴半径 $r(t)$ 的增加速率　(　　)

(A) 与雨滴体积的立方根成正比.　(B) 与雨滴表面积的平方根成正比.

(C) 与雨滴球体的半径成正比.　(D) 是常数 C.

【42】下列函数中在区间 $[-a,a]$ $(a>0)$ 上，有原函数的函数是　(　　)

(A) $f(x)=\begin{cases}\cos x, & x\leqslant 0,\\ \sqrt{x}, & x>0.\end{cases}$　(B) $f(x)=\begin{cases}\sin x, & x\leqslant 0,\\ \sqrt{x}-1, & x>0.\end{cases}$

(C) $f(x)=\begin{cases}\cos x, & x\leqslant 0,\\ \sqrt{x}+1, & x>0.\end{cases}$　(D) $f(x)=\begin{cases}e^x, & x\leqslant 0,\\ \sqrt{x}, & x>0.\end{cases}$

【43】若 $\int f(x^2)\mathrm{d}x = e^{x^2}+c$，则 $\int_0^{\ln 2}\dfrac{f(x)}{\sqrt{x}}\mathrm{d}x=$　(　　)

(A) 1.　(B) 2.　(C) 3.　(D) 4.

【44】设在区间 $[a,b]$ 上 $f(x)>0$，$f'(x)<0$，$f''(x)>0$，令 $S_1=\int_a^b f(x)\mathrm{d}x$，$S_2=f(b)(b-a)$，$S_3=\dfrac{b-a}{2}[f(a)+f(b)]$，则　(　　)

(A) $S_1<S_2<S_3$.　(B) $S_2<S_1<S_3$.

(C) $S_3<S_1<S_2$.　(D) $S_2<S_3<S_1$.

【45】设 $D_t=\{(x,y)\in\mathbf{R}^2 \mid x^2+y^2\leqslant t^2, t>0\}$，$f(x)$ 为满足 $\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x=1$ 的连续函数，$F(t)=\iint\limits_{D_t} f(t-\sqrt{x^2+y^2})\mathrm{d}x\mathrm{d}y$，则 $F'(1)=$　(　　)

(A) π.　(B) 2π.　(C) -2π.　(D) $-\pi$.

【46】设 $I_1=\iint\limits_D \dfrac{x+y}{4}\mathrm{d}x\mathrm{d}y$，$I_2=\iint\limits_D \sqrt{\dfrac{x+y}{4}}\mathrm{d}x\mathrm{d}y$，$I_3=\iint\limits_D \sqrt[3]{\dfrac{x+y}{4}}\mathrm{d}x\mathrm{d}y$，其中 D 由不等式 $(x-1)^2+(y-1)^2\leqslant 2$ 所确定，则　(　　)

(A) $I_2<I_3<I_1$.　(B) $I_1<I_2<I_3$.

(C) $I_3<I_1<I_2$.　(D) $I_3<I_2<I_1$.

【47】设 $f'(x)=\dfrac{1}{\sqrt{x}}(\cos^2\sqrt{x})(\sin\sqrt{x})e^{\cos^3\sqrt{x}}$，则 $f\left(\dfrac{\pi^2}{4}\right)-f(0)=$　(　　)

(A) $\dfrac{2}{3}e$.　(B) $\dfrac{2}{3}$.　(C) $\dfrac{2}{3}(e-1)$.　(D) $\dfrac{2}{3}(1-e)$.

【48】设 $f'(x)=\dfrac{1}{x^2+x+1}$,则 $\lim\limits_{x\to+\infty}[f(x)-f(-x)]=$ ( )

(A) $\dfrac{2}{\sqrt{3}}\pi$. (B) $\dfrac{1}{\sqrt{3}}\pi$. (C)0. (D)π.

【49】$\displaystyle\int\frac{\ln\sin x}{\sin^2 x}\mathrm{d}x=$ ( )

(A)$\cot x\ln\sin x-\cot x-x+c$.

(B)$-\cot x\ln\sin x+\cot x-x+c$.

(C)$-\cot x\ln\sin x-\cot x+x+c$.

(D)$-\cot x\ln\sin x-\cot x-x+c$.

【50】$\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{\sqrt[n]{n!}}{n}=$ ( )

(A)-1. (B)1. (C)e. (D)e^{-1}.

【51】设 $f(x)$ 定义在区间$[a,b]$上.以下错误命题是 ( )

(A) 若 $f(x)$ 可积,则在$[a,b]$上$\int_a^x f(t)\mathrm{d}t$ 连续.

(B) 若 $f(x)$ 连续,则在$[a,b]$上$\int_a^x f(t)\mathrm{d}t$ 可导.

(C) 若 $f(x)$ 连续,则在$[a,b]$上$\left(\int_a^x f(t)\mathrm{d}t\right)'=f(x)$.

(D) 若 $f(x)$ 可导,则在$[a,b]$上$\left(\int_a^x f'(t)\mathrm{d}t\right)'=f'(x)$.

【52】设$\int_a^b f(x)\mathrm{d}x=0$,且在$[a,b]$上 $f(x)\geqslant 0$,则在$[a,b]$上 ( )

(A)$f(x)\equiv 0$. (B)$f(x)$ 存在唯一零点.

(C)$f(x)$ 存在有限多个零点. (D)$f(x)$ 存在无限多个零点.

【53】若 $G(x)=\int_x^{x+\pi}\ln(1+\cos^2 x)\cos 2x\mathrm{d}x$,则 ( )

(A)$G(x)=0$. (B)$G(x)>0$.

(C)$G(x)<0$. (D)$G(x)$ 可正可负.

【54】若 $I=\int_0^{\sqrt{\pi}}\cos x^2\mathrm{d}x$,则 ( )

(A)$I<-\dfrac{\sqrt{\pi}}{2}$. (B)$-\dfrac{\sqrt{\pi}}{2}\leqslant I<0$.

(C)$0<I\leqslant(\sqrt{2}-1)\sqrt{\pi}$. (D)$(\sqrt{2}-1)\sqrt{\pi}<I\leqslant\sqrt{\pi}$.

【55】假设区域 D 由曲线 $y=px^3(x>0,p>0)$ 及其过点$(1,p)$的切线与 x 轴围成,设

此区域的形心为$(\bar{x},\bar{y})$，则$\bar{x}$的值为 ( )

(A) $\frac{28}{45}$. (B) $\frac{64}{135}$. (C) $\frac{4}{45}$. (D) $\frac{82}{135}$.

【56】若 $f(1)=g(1)=0, f(2)=g(2)=m>0$，且 $f''(x)>0, g''(x)<0$，则 $I_1=\int_1^2 f(x)\mathrm{d}x, I_2=\int_1^2 g(x)\mathrm{d}x, I_3=\int_1^2 (mx-m)\mathrm{d}x$ 的大小关系为 ( )

(A) $I_1 \geqslant I_2 \geqslant I_3$. (B) $I_3 \geqslant I_2 \geqslant I_1$.

(C) $I_2 \geqslant I_3 \geqslant I_1$. (D) $I_2 \geqslant I_1 \geqslant I_3$.

【57】函数 $F(x)=\int_x^{x+2\pi} \mathrm{e}^{\cos t}\cos t\mathrm{d}t$ ( ).

(A) 为正数. (B) 为负数. (C) 恒为零. (D) 不是常数.

【58】设非负可微函数 $f(x)$ 满足条件 $f'(x)\leqslant 0, \int_0^{+\infty} f(x)\mathrm{d}x$ 收敛，则 ( )

(A) $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=0, \lim\limits_{x\to+\infty} xf(x)=0$.

(B) $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=0, \lim\limits_{x\to+\infty} xf(x)=A\neq 0$.

(C) $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=a\neq 0, \lim\limits_{x\to+\infty} xf(x)=A\neq 0$.

(D) $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=a\neq 0, \lim\limits_{x\to+\infty} xf(x)=+\infty$.

【59】已知 $f(\pi)=2, \int_0^{\pi}[f(x)+f''(x)]\sin x\mathrm{d}x=5$，则 $f(0)$ 等于 ( )

(A)2. (B)3. (C)5. (D) 不确定.

【60】已知 $\lim\limits_{x\to 0}\int_0^x \frac{t^2}{(bx-\sin x)\sqrt{a+t^2}}\mathrm{d}t=1$，则 ( )

(A) $a=0, b=1$. (B) $a>0, b=1$.

(C) $a>0, b=0$. (D) $a=0, b>0$.

【61】函数 f 在 $[a,b]$ 上非负连续，则极限 $\lim\limits_{n\to+\infty}\left[\int_a^b f^n(x)\mathrm{d}x\right]^{\frac{1}{n}}=$ ( )

(A)1. (B)0. (C) $\max\limits_{a\leqslant x\leqslant b} f(x)$. (D) $\min\limits_{a\leqslant x\leqslant b} f(x)$.

【62】设函数 f 在 $[a,b]$ 上可积，则极限 $\lim\limits_{n\to+\infty}\int_0^{\pi} f(x)|\sin nx|\mathrm{d}x=$ ( )

(A) $2\int_0^{\pi} f(x)\mathrm{d}x$. (B) $\frac{2}{\pi}\int_0^{\pi} f(x)\mathrm{d}x$.

(C) $\frac{\pi}{2}\int_0^{\pi} f(x)\mathrm{d}x$. (D) 不存在.

【63】广义积分 $\int_0^{+\infty}\frac{\ln x}{1+x^2}\mathrm{d}x$ ( )

(A) 发散. (B) 收敛,且其值为$\frac{\pi}{2}$.

(C) 收敛,且其值为 0. (D) 收敛,且其值为 $-\frac{\pi}{2}$.

【64】下列广义积分发散的是 ( )

(A) $\int_{-1}^{1}\frac{1}{\sin x}dx$. (B) $\int_{-1}^{1}\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}dx$.

(C) $\int_{0}^{+\infty}e^{-x^2}dx$. (D) $\int_{2}^{+\infty}\frac{dx}{x\ln^2 x}$.

【65】下列关于反常积分$\int_{-\infty}^{+\infty}f(x)dx$ 的命题:

① 设 $f(x)$ 是$(-\infty,+\infty)$内连续的奇函数,则$\int_{-\infty}^{+\infty}f(x)dx$ 必收敛,且$\int_{-\infty}^{+\infty}f(x)dx=0$.

② 设 $f(x)$ 是$(-\infty,+\infty)$内连续的奇函数,且 $\lim\limits_{k\to+\infty}\int_{-k}^{k}f(x)dx$ 存在,则$\int_{-\infty}^{+\infty}f(x)dx$ 必收敛,且$\int_{-\infty}^{+\infty}f(x)dx=\lim\limits_{k\to+\infty}\int_{-k}^{k}f(x)dx$.

③ 若$\int_{-\infty}^{+\infty}f(x)dx$ 与$\int_{-\infty}^{+\infty}g(x)dx$ 都发散,则$\int_{-\infty}^{+\infty}[f(x)+g(x)]dx$ 未必发散.

④ 若$\int_{-\infty}^{0}f(x)dx$ 与$\int_{0}^{+\infty}f(x)dx$ 都发散,则$\int_{-\infty}^{+\infty}f(x)dx$ 未必发散.

其中真命题的个数是 ( )

(A)1 个. (B)2 个. (C)3 个. (D)4 个.

【66】设 $f(x)$ 一阶可导,$f(x)>0,f'(x)>0$,则当 $\Delta x>0$ 时 ( )

(A) $\int_{x}^{x+\Delta x}f(t)dt>f(x)\Delta x>0$. (B) $\int_{x}^{x+\Delta x}f(t)dt<f(x)\Delta x<0$.

(C) $f(x)\Delta x>\int_{x}^{x+\Delta x}f(t)dt>0$. (D) $f(x)\Delta x<\int_{x}^{x+\Delta x}f(t)dt<0$.

【67】旋轮线的一支 $x=a(t-\sin t),y=a(1-\cos t)(0\leqslant t\leqslant 2\pi)$ 的质心是 ( )

(A) $\left(\pi a,\frac{4}{3}a\right)$. (B) $\left(\pi a,\frac{2}{3}a\right)$.

(C) $\left(\pi a,\frac{5}{4}a\right)$. (D) $\left(\pi a,\frac{7}{4}a\right)$.

【68】方程$\int_{0}^{x}\sqrt{1+t^4}dt+\int_{\cos x}^{0}e^{-t^2}dt=0$ 在$(-\infty,+\infty)$内有 n 个根,则 $n=$ ( )

(A)0. (B)1. (C)2. (D)3.

【69】设 k 为常数,则极限 $\lim\limits_{(x,y)\to(0,0)}\frac{xy^2\sin ky}{x^2+y^4}$ ( )