金榜图书

全国各大考研辅导机构**通用教材**

2019 李永乐·王式安

考研数学系列

数学基础过关660题

数学二

主编

李永乐　王式安　武忠祥

编委

王式安（北京理工大学）　刘西垣（北京大学）
李正元（北京大学）　李永乐（清华大学）
武忠祥（西安交通大学）　胡金德（清华大学）
章纪民（清华大学）　蔡燧林（浙江大学）

※按姓氏笔画排序

西安交通大学出版社
XI'AN JIAOTONG UNIVERSITY PRESS

金榜考研数学系列及使用说明

考研数学满分 150 分，数学在考研科目中的比重明显，同时又因数学学科本身的特点，考生的数学成绩历年来总是差别很大，因此有得数学者得考研之说。既然数学对考研成绩的意义如此重要，就有必要探讨一下影响数学成绩的主要因素。

本书编写老师们根据多年的命题经验和阅卷经验总结，发现考研数学命题的灵活性非常大，反映在命题中，不仅仅表现在一个知识点与多个知识点的考查难度不同，更多的是表现在考查多个知识点的综合上，这些题目在表达上多一个字或多一句话，难度都会千差万别。正是这些综合型题目拉开了考试成绩的距离，而构成这些难点的主要因素，实际上是最基础的基本概念、定理和公式的综合。同时，从阅卷反映的问题来看，考生答错题目的主要原因也是对基本概念、定理和公式记忆和掌握得不够熟练所致。总结为一句话，那就是：要想数学拿高分，就必须熟练掌握、灵活运用基本概念、定理和公式。

基于此，李永乐、王式安考研数学辅导团队结合多年来的考研辅导和研究，精心编写了本系列图书，目的就在于帮助考生有计划有步骤的完成数学复习，从基本概念、定理和公式的记忆，到对其的熟练运用，循序渐进。

一、本系列重点图书和复习建议

每年硕士研究生入学数学考试的时间一般都安排在上午，考生们可将数学的复习时间安排在每天上午。基础、强化阶段，每天至少应安排 2 小时来复习数学，对于数学基础较差的同学建议提早复习基础知识，每天再多花点时间来做做习题。

重点图书	复习建议
《考研数学复习全书》	重视基础积累，纵向学习，夯实知识点 由于全书的编写起点是学完大学数学课程，所以建议基础薄弱的同学，先花点时间整体的看看书中的理论知识，然后再看例题。以章或节为单位，学习新内容前要复习前面的内容，按照规律来复习，经过必要的重复会起到事半功倍的效果。系统复习，打好基础，特别是对大纲中要求的基本概念、理论、方法要系统理解和掌握。完成基础准备。另外按章节顺序完成相应的配套练习题，通过练习检验你是否真正地掌握了。
《数学基础过关660题》	在完成基础知识的学习后，有针对的做一些练习。熟练掌握定理公式和解题技巧，加强知识点的前后联系，体系化，系统化，分清重难点，让复习周期尽量缩短。 虽说书中都是选择题和填空题，同学们不要轻视，也不要一开始就盲目做题。看到一道题，要能分辨出是哪个知识点，考什么，然后做题过程中看看自己是否掌握了，应用的定理、公式的条件是否熟悉。这样才是真正做一道题。
《数学历年真题权威解析》	通过真题，进一步提高解题能力和技巧，达到实际考试的要求 第一阶段，看看各年真题，熟悉题型和常考点。 第二阶段，进行专项复习。 书中将真题按考点进行分类。对重点题型和自己薄弱的内容进行突破，达到全面掌握，不留考点空白。 第三阶段，按年份，逐年练习。

重点图书	复习建议
《数学历年真题权威解析·试卷版》	考前真题真练,提高应考技巧 仿照真实试卷,独立试卷,答题卡,答题纸。模拟考场真实环境。按照考试的要求在规定时间去做一套真题,调动所有知识储备,调整心态,快速进入考试状态。做过的真题,自己要整理,总结的自己的薄弱环节,针对性复习,加深记忆。
《高等数学辅导讲义》	单科强化 武忠祥老师的高数教学讲稿改编而成,系统阐述了高等数学的基础知识。例题都是经过严格筛选、归纳。多年经验总结,对同学们的重点、难点的把握更准确、更有针对性。认真研读,做到举一反三。
《线性代数辅导讲义》	单科强化 李永乐老师的代数教学讲稿改编而成,系统阐述了线性代数的基础知识。例题都是经过严格筛选、归纳。多年经验总结,对同学们的重点、难点的把握更准确、更有针对性。认真研读,做到举一反三。
《概率论与数理统计辅导讲义》	单科强化 王式安老师的概率教学讲稿改编而成,系统阐述了概率论与数理统计的基础知识。例题都是经过严格筛选、归纳。多年经验总结,对同学们的重点、难点的把握更准确、更有针对性。认真研读,做到举一反三。
《李永乐数学决胜冲刺6+2》	冲刺模拟题 通过整套题的训练,进行总结和梳理。不同于重点题型的练习,需要全面的知识,要综合应用。必要时复习一下基本概念、公式、定理,准确记忆。

备注:以上内容仅供参考。各位同学可以根据自身的能力和学习习惯进行调整。

二、本书使用说明

本书精选精编选择题与填空题,可以应用于考研的各个阶段,着重训练考生对基本概念、基本理论的理解和运用,培养学生的解题技巧和应试能力。

同时本书的重点题型还配有视频讲解,凡是蓝色字印刷的题目,解析都配有二维码,扫码就能观看,帮助同学更好地理解解题方法,掌握做题技巧。视频扫码详细使用方法见封二。

同时,建议考生在使用本书时不要就题论题,而是要多思考,要对做什么题目、做多少道题目、如何做才能获得满分有所思考和研究,不但要研究考研数学复习必须注意的考点和题型,还要思考和研究,从一道题目中,你学到了多少知识、掌握了什么解题方法,发现了多少自身存在的问题,体会到了多少命题的思路和考点。使用本书的同时,也可以配合使用本书作者编写的《考研数学复习全书》、《数学历年真题权威解析》等,提高复习效率。

···前言

本书是为报考硕士研究生的考生编写的数学复习备考用书，从 2002 年至今，已出版 17 年了，十多年来，得到了广大考生的信任与好评，成为考生心目中基础复习必备题集。2019 版《660 题》在 2018 版的基础上，进行了修订和调整，精益求精，全新升级，力争给考生们的复习带来更大的益处。

本书内容包括高等数学、线性代数，题型为选择题和填空题。在题目的编制设计上，我们有两个基本构思：一是选择题与填空题的模拟题，二是为解答题铺路的基础板块。

从教育部考试中心公布的统计结果来看，最近六年数学二的选择题、填空题难度系数如下：

	2012 年	2013 年	2014 年	2015 年	2016 年	2017 年
选择题	0.676	0.650	0.575	0.569	0.608	0.649
填空题	0.587	0.449	0.401	0.557	0.405	0.587

是不是丢分丢得有点多了？对于往届考生的失误要引以为戒，应当重视选择题、填空题的复习吧。

针对大多数考生基础薄弱，很长时间没有复习数学的事实，加大数学复习的强度是有必要的，一定量的练习是必不可少的。本书从各科的难度和需要考生掌握的程度出发，对各科的题目相应的增加，总题目数增至 520 题，对一些旧、难题重新编写。是一本不可多得的复习用书。

硕士研究生入学考试的性质是“具有选拔功能的水平考试”，而“考查考生对基础知识的掌握程度，是数学考试的重要目标之一”，同时“由于数学学科本身的特点，考生的数学成绩历来相关较大，这说明数学学科的考试选拔性质更加突出”。近年来，一些考生的失误“并不是因为缺乏灵活的思维和敏锐的感觉，而恰恰是因对数学大纲中规定的基础知识和基本理论的掌握还存在某些欠缺，甚至有

所偏废所致”。因此，希望广大考生要按考试大纲踏实、认真、全面、系统地复习，心态要平和，戒浮躁，要循序渐进，不断积累，逐步提高。

另外，为了更好地帮助同学们进行复习，“李永乐考研数学辅导团队”特在新浪微博上开设答疑专区，同学们在考研数学复习中，如若遇到任何问题，即可在线留言，团队老师将尽心为你解答。请访问 weibo.com@清华李永乐考研数学辅导团队。

清华李永乐
考研数学辅导团队

微信公众号

希望本书的修订再版能对同学们的复习备考有更大的帮助。对书中不足和疏漏之处，恳请读者批评指正。

祝同学们复习顺利，心想事成，考研成功！

编　者

2017 年 12 月

目录

第 1 部分　选择题

第 2 部分　填空题

第Ⅰ部分

选择题

·高等数学·

·线性代数·

·参考答案·

高 等 数 学

1 有以下命题:设$\lim\limits_{x\to a}f(x)=A$,$\lim\limits_{x\to a}g(x)$不$\exists$,$\lim\limits_{x\to a}h(x)$不$\exists$,

① $\lim\limits_{x\to a}(f(x)\cdot g(x))$不$\exists$.　② $\lim\limits_{x\to a}(g(x)+h(x))$不$\exists$.

③ $\lim\limits_{x\to a}(h(x)\cdot g(x))$不$\exists$.　④ $\lim\limits_{x\to a}(g(x)+f(x))$不$\exists$.

则以上命题中正确的个数是

(A)0.　(B)1.　(C)2.　(D)3.

2 设$\lim\limits_{x\to x_0}f(x)=+\infty(-\infty)$,$\lim\limits_{x\to x_0}g(x)=+\infty(-\infty)$,$\lim\limits_{x\to x_0}h(x)=A$,则下列命题中不正确的是

(A) $\lim\limits_{x\to x_0}(f(x)+g(x))=+\infty(-\infty)$.　(B) $\lim\limits_{x\to x_0}(f(x)h(x))=\infty$.

(C) $\lim\limits_{x\to x_0}(f(x)+h(x))=+\infty(-\infty)$.　(D) $\lim\limits_{x\to x_0}(f(x)g(x))=+\infty$.

3 $f(x)=\dfrac{\sin\pi x}{x-1}e^{\frac{1}{(x-1)^3}}$,则当$x\to 1$时有

(A) $\lim\limits_{x\to 1}f(x)=-\pi$.　(B) $\lim\limits_{x\to 1}f(x)=0$.

(C) $\lim\limits_{x\to 1}f(x)=\infty$.　(D) $\lim\limits_{x\to 1}f(x)$不存在,且$\lim\limits_{x\to 2}f(x)\neq\infty$.

4 $I=\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\cos(xe^x)-e^{-\frac{x^2}{2}e^{2x}}}{x^4}=$

(A)0.　(B)$-\dfrac{1}{6}$.　(C)$-\dfrac{1}{8}$.　(D)$-\dfrac{1}{12}$.

5 已知$I=\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{ax^2+bx-\ln(1-2x+x^2)}{x^2}=5$,则

(A)$a=-4,b=2$.　(B)$a=4,b=-2$.

(C)$a=3,b=-2$.　(D)$a=-3,b=2$.

6 若$\lim\limits_{x\to 0}\left(\dfrac{\sin 3x^2+x^2f(x)}{x^6}\right)=0$,则$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{3+f(x)}{x^4}$为

(A)0.　(B)3.　(C)$\dfrac{9}{2}$.　(D)∞.

7 下列各题计算过程中正确无误的是

(A) 数列极限 $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{\ln n}{n}=\lim\limits_{n\to\infty}\frac{(\ln n)'}{n'}=\lim\limits_{n\to\infty}\frac{1}{n}=0$.

(B) $\lim\limits_{x\to1}\frac{\sin\pi x}{3x^2-2x-1}=\lim\limits_{x\to1}\frac{\pi\cos\pi x}{6x-2}=\lim\limits_{x\to1}\frac{-\pi^2\sin\pi x}{6}=0$.

(C) $\lim\limits_{x\to0}\frac{x^2\sin\frac{1}{x}}{\sin x}=\lim\limits_{x\to0}\frac{2x\sin\frac{1}{x}-\cos\frac{1}{x}}{\cos x}$ 不存在.

(D) $\lim\limits_{x\to0}\frac{x+\sin x}{x-\sin x}=\lim\limits_{x\to0}\frac{1+\cos x}{1-\cos x}=\infty$.

8 下列叙述正确的是

(A) 如果 $f(x)$ 在 x_0 的任意空心邻域内无界,则 $\lim\limits_{x\to x_0}f(x)=\infty$.

(B) 如果 $\lim\limits_{x\to x_0}f(x)=\infty$,则 $f(x)$ 在 x_0 的任意空心邻域内无界.

(C) $\lim\limits_{x\to x_0}f(x)$ 不存在,则 $\lim\limits_{x\to x_0}f(x)=\infty$.

(D) 如果 $\lim\limits_{x\to x_0}f(x)=0$,则 $\lim\limits_{x\to x_0}\frac{1}{f(x)}=\infty$.

9 设有下列命题

① 数列 $\{x_n\}$ 收敛(即 $\exists$ 极限 $\lim\limits_{n\to\infty}x_n$),则 x_n 有界.

② 数列极限 $\lim\limits_{n\to\infty}x_n=a\Leftrightarrow\lim\limits_{n\to\infty}x_{n+l}=a$. 其中 l 为某个确定的正整数.

③ 数列 $\lim\limits_{n\to\infty}x_n=a\Leftrightarrow\lim\limits_{n\to\infty}x_{2n-1}=\lim\limits_{n\to\infty}x_{2n}=a$.

④ 数列极限 $\lim\limits_{n\to\infty}x_n\ \exists\Leftrightarrow\lim\limits_{n\to\infty}\frac{x_{n+1}}{x_n}=1$.

则以上命题中正确的个数是

(A) 1.　　(B) 2.　　(C) 3.　　(D) 4.

10 设 $x_n\leqslant z_n\leqslant y_n$,且 $\lim\limits_{n\to\infty}(y_n-x_n)=0$,则 $\lim\limits_{n\to\infty}z_n$

(A) 存在且等于零.　　(B) 存在但不一定等于零.

(C) 不一定存在.　　(D) 一定不存在.

11 下列命题中正确的是

(A) 若 $\lim\limits_{x\to x_0}f(x)\geqslant\lim\limits_{x\to x_0}g(x)\Rightarrow\exists\,\delta>0$,当 $0<|x-x_0|<\delta$ 时 $f(x)\geqslant g(x)$.

(B) 若 $\exists\,\delta>0$ 使得当 $0<|x-x_0|<\delta$ 时有 $f(x)>g(x)$ 且 $\lim\limits_{x\to x_0}f(x)=A_0$, $\lim\limits_{x\to x_0}g(x)=B_0$ 均 $\exists$,则 $A_0>B_0$.

(C) 若 $\exists\,\delta>0$,当 $0<|x-x_0|<\delta$ 时 $f(x)>g(x)\Rightarrow\lim\limits_{x\to x_0}f(x)\geqslant\lim\limits_{x\to x_0}g(x)$.

(D) 若 $\lim\limits_{x\to x_0}f(x)>\lim\limits_{x\to x_0}g(x)\Rightarrow\exists\,\delta>0$,当 $0<|x-x_0|<\delta$ 时有 $f(x)>g(x)$.

12 设 $x\to 0$ 时 $ax^2+bx+c-\cos x$ 是比 x^2 高阶无穷小，其中 a,b,c 为常数，则

(A)$a=\frac{1}{2},b=0,c=1$.　　(B)$a=-\frac{1}{2},b=0,c=0$.

(C)$a=-\frac{1}{2},b=0,c=1$.　　(D)$a=\frac{1}{2},b=0,c=0$.

13 当 $x\to 0$ 时下列无穷小中阶数最高的是

(A)$(1+x)^{x^2}-1$.　　(B)$e^{x^4-2x}-1$.

(C)$\int_0^{x^2}\sin t^2\,dt$.　　(D) $\sqrt{1+2x}-\sqrt[3]{1+3x}$.

14 设 $x\to a$ 时 $f(x)$ 与 $g(x)$ 分别是 $x-a$ 的 n 阶与 m 阶无穷小，则下列命题

① $f(x)g(x)$ 是 $x-a$ 的 $n+m$ 阶无穷小.

② 若 $n>m$，则 $\frac{f(x)}{g(x)}$ 是 $x-a$ 的 $n-m$ 阶无穷小.

③ 若 $n\leqslant m$，则 $f(x)+g(x)$ 是 $x-a$ 的 n 阶无穷小.

④ 若 $f(x)$ 连续，则 $\int_a^x f(t)dt$ 是 $x-a$ 的 $n+1$ 阶无穷小.

中，正确的个数是

(A)1.　　(B)2.　　(C)3.　　(D)4.

15 以下极限等式(若右端极限存在，则左端极限存在且相等)成立的个数是

① 设 $\lim\limits_{x\to a}f_i(x)=0(i=1,2)$ 且 $f_1(x)\sim f_2(x)(x\to a)$，又 $\lim\limits_{x\to a}g(x)=\infty$，

则 $\lim\limits_{x\to a}(1+f_1(x))^{g(x)}=\lim\limits_{x\to a}(1+f_2(x))^{g(x)}$.

② 设 $\lim\limits_{x\to a}f_i(x)=\lim\limits_{x\to a}g_i(x)=0,f_i(x)>0,(0<|x-a|<\delta),i=1,2$，且 $f_1(x)\sim f_2(x)$，$g_1(x)\sim g_2(x)(x\to a)$，则 $\lim\limits_{x\to a}f_1(x)^{g_1(x)}=\lim\limits_{x\to a}f_2(x)^{g_2(x)}$.

③ 设 $\lim\limits_{x\to a}f_i(x)=\lim\limits_{x\to a}g_i(x)=0(i=1,2)$，$\lim\limits_{x\to a}h(x)=0$，$f_1(x)\sim f_2(x)$，$g_1(x)\sim g_2(x)(x\to a)$ 又 $\lim\limits_{x\to a}\frac{f_1(x)}{g_1(x)}=r\neq 1$，则 $\lim\limits_{x\to a}\frac{f_1(x)-g_1(x)}{h(x)}=\lim\limits_{x\to a}\frac{f_2(x)-g_2(x)}{h(x)}$.

(A)0.　　(B)1.　　(C)2.　　(D)3.

16 以下函数 $f(g(x))$ 以 $x=0$ 为第二类间断点的是

(A)$f(u)=\ln(1+u^2),g(x)=\begin{cases}\sin^2x+(x+1)^2 & (x\leqslant 0)\\ x^2+1 & (x>0).\end{cases}$

(B)$f(u)=\begin{cases}1-u & (u\leqslant 0)\\ u^2+1 & (u>0)\end{cases},g(x)=2\cos x-1$.

(C)$f(u)=\begin{cases}\frac{\ln(1-u^2)}{u}\sin\frac{1}{u} & (u<0)\\ 1-\cos\sqrt{u} & (u\geqslant 0)\end{cases},g(x)=\begin{cases}x & (x<0)\\ x+\frac{\pi^2}{4} & (x\geqslant 0).\end{cases}$

(D) $f(u) = e^{u^2} + 1, g(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{x} & (x < 0) \\ 0 & (x = 0) \\ \sin \dfrac{1}{x} & (x > 0) \end{cases}$

17 设 $f(x) = \dfrac{1}{\arctan \dfrac{x-1}{x}}$ 则

(A) $x = 0$ 与 $x = 1$ 都是 $f(x)$ 的第一类间断点.
(B) $x = 0$ 与 $x = 1$ 都是 $f(x)$ 的第二类间断点.
(C) $x = 0$ 是 $f(x)$ 的第一类间断点, $x = 1$ 是 $f(x)$ 的第二类间断点.
(D) $x = 0$ 是 $f(x)$ 的第二类间断点, $x = 1$ 是 $f(x)$ 的第一类间断点.

18 设数列极限函数 $f(x) = \lim\limits_{n \to \infty} \arctan\left(1 + \dfrac{x^{2n}}{1 + x^n}\right)$,则 $f(x)$ 的定义域 I 和 $f(x)$ 的连续区间 J 分别是

(A) $I = (-\infty, +\infty), J = (-\infty, +\infty)$.
(B) $I = (-1, +\infty), J = (-1, 1) \cup (1, +\infty)$.
(C) $I = (-1, +\infty), J = (-1, +\infty)$.
(D) $I = (-1, 1), J = (-1, 1)$.

19 设 $f(x)$ 在点 x_0 的某邻域内有定义,且 $f(x)$ 在 x_0 间断,则在点 x_0 处必定间断的函数是

(A) $f(x)\sin x$. (B) $f(x) + \sin x$. (C) $f^2(x)$. (D) $|f(x)|$.

20 “$f(x)$ 在 x_0 点连续”是 $|f(x)|$ 在 x_0 点连续的

(A) 充分条件,但不是必要条件. (B) 必要条件,但不是充分条件.
(C) 充分必要条件. (D) 既不是充分,也不是必要条件.

21 设 $f(x) = g(x)\varphi(x)$,其中 $g(x), \varphi(x)$ 在 $x = x_0$ 邻域 U 有定义, $g(x)$ 在 $x = x_0$ 连续, $\varphi(x)$ 在 $x = x_0$ 不连续,但在 U 有界,则 $g(x_0) = 0$ 是 $f(x)$ 在 $x = x_0$ 连续的

(A) 充要条件. (B) 充分非必要条件.
(C) 必要非充分条件. (D) 既非充分也非必要条件.

22 $f(x)$ 在 x_0 处存在左、右导数,则 $f(x)$ 在 x_0 点

(A) 可导. (B) 连续. (C) 不可导. (D) 不连续.

23 下列命题

①$\varphi(x)$ 在 $x = x_0$ 连续, $f(u)$ 在 $u = u_0 = \varphi(x_0)$ 连续,则 $f(\varphi(x))$ 在 $x = x_0$ 连续.
②$\varphi(x)$ 在 $x = x_0$ 连续, $f(u)$ 在 $u = u_0 = \varphi(x_0)$ 不连续,则 $f(\varphi(x))$ 在 $x = x_0$ 不连续.
③$\varphi(x)$ 在 $x = x_0$ 不连续, $f(u)$ 在 $u = u_0 = \varphi(x_0)$ 连续,则 $f(\varphi(x))$ 在 $x = x_0$ 不连续.

④$\varphi(x)$ 在 $x=x_0$ 不连续，$f(u)$ 在 $u=u_0=\varphi(x_0)$ 不连续，则 $f(\varphi(x))$ 在 $x=x_0$ 可能连续.
中正确的个数是

(A)1.　　(B)2.　　(C)3.　　(D)4.

24　设 $f(x)=e^{\frac{x^2}{2}}\int_x^{+\infty}e^{-\frac{t^2}{2}}dt\,(x\in(-\infty,+\infty))$，则

(A)$f(x)$ 在$(-\infty,0]$有界，在$[0,+\infty)$无界.

(B)$f(x)$ 在$(-\infty,0]$无界，在$[0,+\infty)$有界.

(C)$f(x)$ 在$(-\infty,0]$，$[0,+\infty)$均有界.

(D)$f(x)$ 在$(-\infty,0]$，$[0,+\infty)$均无界.

25　设 $f(x)$ 在$[a,+\infty)$连续，则"$\exists x_n\in[a,+\infty)$有$\lim\limits_{n\to\infty}x_n=+\infty$且$\lim\limits_{n\to\infty}f(x_n)=\infty$"是 $f(x)$ 在$[a,+\infty)$无界的________.

(A)充分非必要条件.　　(B)必要非充分条件.

(C)充要条件.　　(D)既非充分又非必要条件.

26　下列函数中在$[1,+\infty)$无界的是

(A)$f(x)=x^2\sin\frac{1}{x^2}$.　　(B)$f(x)=\sin x^2+\frac{\ln^2 x}{\sqrt{x}}$.

(C)$f(x)=x\cos\sqrt{x}+x^2e^{-x}$.　　(D)$f(x)=\dfrac{\arctan\frac{1}{x}}{x^2}$.

27　以下函数 $f(x)$ 在区间$[-1,2]$无界的是

(A)$f(x)=\begin{cases}(1+x)^{\frac{1}{x}} & (x\neq 0)\\ 1 & (x=0)\end{cases}$.　　(B)$f(x)=\begin{cases}\dfrac{e^{\frac{1}{x}}+1}{e^{\frac{1}{x}}-1} & (x\neq 0)\\ 1 & (x=0)\end{cases}$.

(C)$f(x)=\begin{cases}\left(1+\dfrac{1}{|x|}\right)^x & (x\neq 0)\\ 1 & (x=0)\end{cases}$.　　(D)$f(x)=\begin{cases}\left(1+\dfrac{1}{|x|}\right)^{\frac{1}{x}} & (x\neq 0)\\ 1 & (x=0)\end{cases}$

28　设 $f(x)=\begin{cases}\dfrac{1-\cos x^2}{x^3}, & x>0,\\ g(x)\arcsin^2 x, & x\leqslant 0,\end{cases}$其中 $g(x)$ 是有界函数，则 $f(x)$ 在 $x=0$ 处

(A)极限不存在.　　(B)极限存在，但不连续.

(C)连续，但不可导.　　(D)可导.

29　设存在常数 $K>0$ 使得 $|f(x_2)-f(x_1)|\leqslant K|x_2-x_1|^2\,(\forall x_1,x_2\in(a,b))$ 则

(A)$f(x)$ 在(a,b)有间断点.　　(B)$f(x)$ 在(a,b)连续，但有不可导点.

(C)$f(x)$ 在(a,b)可导，$f'(x)\neq 0$.　　(D)$f(x)$ 在(a,b)可导，$f'(x)\equiv 0$.

30 设 $f(0)=0$，则 $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{f(x^2)}{x^2}$ 存在是 $f(x)$ 在 $x=0$ 可导的

(A) 充分非必要条件.　　(B) 必要非充分条件.

(C) 充分必要条件.　　(D) 既非充分又非必要条件.

31 设 $y=f(x)$ 在 (a,b) 可微，则下列结论中正确的个数是

①$x_0\in(a,b)$，若 $f'(x_0)\neq 0$，则 $\Delta x\to 0$ 时 $\mathrm{d}y\Big|_{x=x_0}$ 与 Δx 是同阶无穷小.

②$\mathrm{d}f(x)$ 只与 $x\in(a,b)$ 有关.

③$\Delta y=f(x+\Delta x)-f(x)$，则 $\mathrm{d}y\neq\Delta y$.

④$\Delta x\to 0$ 时，$\mathrm{d}y-\Delta y$ 是 Δx 的高阶无穷小.

(A)1.　　(B)2.　　(C)3.　　(D)4.

32 设 $f(x)$ 在 $x=x_0$ 连续且满足

$$f(x)=2(x-x_0)+o((x-x_0))\quad(x\to x_0)$$

则 $y=f(x)$ 在 $x=x_0$ 处的微分 $\mathrm{d}y\Big|_{x=x_0}$ 当 $x\to x_0$ 时是 $(x-x_0)$ 的

(A) 同阶非等价无穷小.　　(B) 等价无穷小.

(C) 高阶无穷小.　　(D) 低阶无穷小.

33 如下四个函数中，在 $x=0$ 处可导的函数是

(A) $f(x)=\mathrm{e}^{|x|}$.　　(B) $f(x)=\arctan|x|$.

(C) $f(x)=\begin{cases}x^{\frac{4}{3}}\sin\dfrac{1}{x}, & (x\neq 0),\\ 0 & (x=0).\end{cases}$　　(D) $f(x)=\arcsin\sqrt{|x|}$.

34 设 $f(x)$ 在 $x=0$ 连续，又 $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{f(x)}{|x|}=1$，则

(A) $f(x)$ 在 $x=0$ 可导，$f'(0)=0$.

(B) $f(x)$ 在 $x=0$ 可导，$f'(0)\neq 0$.

(C) $f'_+(0)$，$f'_-(0)$ 均存在但 $f'_+(0)\neq f'_-(0)$.

(D) $f'_+(0)$ 与 $f'_-(0)$ 不存在.

35 设 $f(x)=\begin{cases}\arctan x, & x\leqslant 1\\ a(\mathrm{e}^{x^2-1}-x)+\dfrac{\pi}{4}, & x>1\end{cases}$ 在 $x=1$ 可导，则 $(a,f'(1))=$

(A)$(1,1)$.　　(B)$\left(1,\dfrac{1}{2}\right)$.　　(C)$\left(\dfrac{1}{2},\dfrac{1}{2}\right)$.　　(D)$\left(\dfrac{1}{2},1\right)$.

36 设 $f(x)=\begin{cases}\mathrm{e}^{\frac{1}{x^2-1}}, & |x|<1,\\ x^4-bx^2+c, & |x|\geqslant 1,\end{cases}$ 可导，则 $(b,c)=$

(A)$(2,1)$.　　(B)$(1,0)$.　　(C)$\left(\dfrac{1}{2},-\dfrac{1}{2}\right)$.　　(D)$(3,2)$.

37 设 α 是实数，$f(x)=\begin{cases}\dfrac{1}{(x-1)^{\alpha}}\cos\dfrac{1}{x-1}, & x>1,\\ 0, & x\leqslant 1.\end{cases}$

$f(x)$ 在 $x=1$ 处可导，则 α 的取值为

(A)$\alpha<-1$.　(B)$-1\leqslant\alpha<0$.　(C)$0\leqslant\alpha<1$.　(D)$\alpha\geqslant 1$.

38 设函数 $f(x)$ 与 $g(x)$ 在 (a,b) 上可导，考虑下列叙述：

① 若 $f(x)>g(x)$，则 $f'(x)>g'(x)$；② 若 $f'(x)>g'(x)$ 则 $f(x)>g(x)$

则

(A)①、② 都正确.　(B)①、② 都不正确.

(C)① 正确，但 ② 不正确.　(D)② 正确，但 ① 不正确.

39 设 $f(x)$ 是以 3 为周期的可导函数且 $f'(4)=1$，则 $\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{f(1+h)-f(1-3\tan h)}{h}$ 等于

(A)5.　(B)3.　(C)4.　(D)7.

40 设函数 $f(x)$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 存在二阶导数，且 $f(x)=f(-x)$，当 $x<0$ 时有 $f'(x)<0, f''(x)>0$，则当 $x>0$ 时，有

(A)$f'(x)<0, f''(x)>0$.　(B)$f'(x)>0, f''(x)<0$.

(C)$f'(x)>0, f''(x)>0$.　(D)$f'(x)<0, f''(x)<0$.

41 设 $\lim\limits_{x\to x_0^+}f'(x)=\lim\limits_{x\to x_0^-}f'(x)=a$，则

(A)$f(x)$ 在 $x=x_0$ 处必可导且 $f'(x_0)=a$.

(B)$f(x)$ 在 $x=x_0$ 处必连续，但未必可导.

(C)$f(x)$ 在 $x=x_0$ 处必有极限但未必连续.

(D) 以上结论都不对.

42 设 $f(x)$ 在点 $x=a$ 处可导，则函数 $|f(x)|$ 在点 $x=a$ 处不可导的充分必要条件是：

(A)$f(a)=0$，且 $f'(a)=0$.　(B)$f(a)=0$，且 $f'(a)\neq 0$.

(C)$f(a)>0$，且 $f'(a)>0$.　(D)$f(a)<0$，且 $f'(a)<0$.

43 设 $f(x)=|(x-1)(x-2)^2(x-3)^3|$，则 $f'(x)$ 不存在的点个数是

(A)0.　(B)1.　(C)2.　(D)3.

44 设连续函数 $F(x)=g(x)\varphi(x)$，$x=a$ 是 $\varphi(x)$ 的跳跃间断点，$g'(a)$ 存在，则 $g(a)=0, g'(a)=0$ 是 $F(x)$ 在 $x=a$ 处可导的

(A) 充分必要条件.　(B) 充分非必要条件.

(C) 必要非充分条件.　(D) 非充分非必要条件.

45 函数 $f(x)=(x^2+x-2)|\sin 2\pi x|$ 在 $\left(-\frac{1}{2},\frac{3}{2}\right)$ 区间上不可导点的个数是

(A)3. (B)2. (C)1. (D)0.

46 设 $x=y-\varepsilon\sin y$($0<\varepsilon<1$ 为常数),它的反函数是 $y=y(x)$,则 $\frac{\mathrm{d}^2y}{\mathrm{d}x^2}=$

(A) $\frac{\varepsilon\sin y}{(1-\varepsilon\cos y)^2}$. (B) $\frac{-\varepsilon\sin y}{(1-\varepsilon\cos y)^2}$.

(C) $\frac{-\varepsilon\sin y}{(1-\varepsilon\cos y)^3}$. (D) $\frac{\varepsilon\sin y}{(1-\varepsilon\cos y)^3}$.

47 下列函数 $f(x)$ 中,导函数 $f'(x)$ 在 $x=0$ 处不连续的是

(A) $f(x)=\begin{cases}x^{\frac{4}{3}}\sin\frac{1}{x}, & x\neq 0,\\ 0, & x=0.\end{cases}$ (B) $f(x)=\begin{cases}\frac{\sin x}{x}, & x\neq 0,\\ 1, & x=0.\end{cases}$

(C) $f(x)=\begin{cases}\frac{e^x-1}{x}, & x\neq 0,\\ 1, & x=0.\end{cases}$ (D) $f(x)=\begin{cases}\frac{\ln(1+x)}{x}, & x\neq 0,\\ 1, & x=0.\end{cases}$

48 设 $f(x)=|x|\sin^2x$,则使 $f^{(n)}(0)$ 存在的最高阶数 $n=$

(A)0. (B)1. (C)2. (D)3.

49 设直线 $y=ax+b$ 同时与曲线 $y=x^2$ 及 $y=\frac{1}{x}$ 相切,则常数 a,b

(A) $a=-4,b=-4$. (B) $a=-3,b=-4$.

(C) $a=-4,b=-3$. (D) $a=-3,b=-3$.

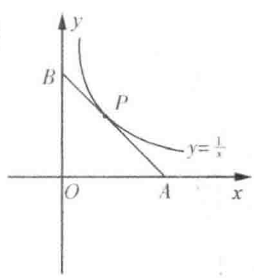
50 在曲线 $y=\frac{1}{x}(0<x<+\infty)$ 上任一点 $P(x,y)$ 处作切线,该切线分别交 x 轴与 y 轴于 A 和 B(如图所示),则

(A) $\overline{PA}<\overline{PB}$.

(B) $\overline{PA}=\overline{PB}$.

(C) $\overline{PA}>\overline{PB}$.

(D) $\overline{PA},\overline{PB}$ 的大小关系与 P 的位置有关.



51 设曲线 $y=\ln x$ 与曲线 $y=k\sqrt{x}$ 在点 (x_0,y_0) 处有公切线,则常数 k 与切点分别为

(A) $\frac{1}{\sqrt{e}},(e,1)$. (B) $\frac{4}{e^2},(e^4,4)$.

(C) $\frac{3}{e^{\frac{3}{2}}},(e^3,2)$. (D) $\frac{2}{e},(e^2,2)$.

52 曲线 $xy = a^2(a > 0)$ 在点 $\left(x_0, \dfrac{a^2}{x_0}\right)$ 处的切线与两坐标轴围成的三角形的面积等于

(A) a^2.　　(B) $2a^2$.　　(C) $\dfrac{1}{2}x_0a^2$.　　(D) x_0a^2.

53 设 $f(x)$ 在 x_0 可导，且 $f'(x_0) > 0$，则 $\exists\delta > 0$，使得

(A) $f(x)$ 在 $(x_0 - \delta, x_0 + \delta)$ 单调上升.

(B) $f(x) > f(x_0)$，$x \in (x_0 - \delta, x_0 + \delta)$，$x \neq x_0$.

(C) $f(x) > f(x_0)$，$x \in (x_0, x_0 + \delta)$.

(D) $f(x) < f(x_0)$，$x \in (x_0, x_0 + \delta)$.

54 以下四个结论中正确的是：

(A) 设 $f(x)$ 在 $[-a,a]$ 是偶函数，$f'_+(0)$ 存在，则 $f'(0)$ 存在.

(B) 设 $f(x)$ 在 $[-a,a]$ 是偶函数，则 $x = 0$ 是 $f(x)$ 的极值点.

(C) 设 $f(x)$ 在 $[-a,a]$ 是奇函数，$f'_+(0)$ 存在，则 $f'(0)$ 存在.

(D) 设 $f(x)$ 在 $x = x_0$ 可导，则曲线 $y = f(x)$ 在 $(x_0, f(x_0))$ 处存在切线，反之亦然.

55 设 $f(x)$ 对一切 $x \in (-\infty, +\infty)$ 满足方程 $(x-1)f''(x) + 2(x-1)[f'(x)]^3 = 1 - e^{1-x}$，且 $f(x)$ 在 $x = a(a \neq 1)$ 处 $f'(a) = 0$，则 $x = a$

(A) 是 $f(x)$ 的极小值点.　　(B) 是 $f(x)$ 的极大值点.

(C) 不是 $f(x)$ 的极值点.　　(D) 是 $f(x)$ 的拐点.

56 设函数 $f(x) = \begin{cases} \ln x - x, & (x \geqslant 1), \\ x^2 - 2x, & (x < 1), \end{cases}$ 则

(A) $x = 1$ 是 $f(x)$ 的极小值点.　　(B) $x = 1$ 是 $f(x)$ 的极大值点.

(C) $(1, f(1))$ 是 $y = f(x)$ 拐点.　　(D) $(1, f(1))$ 不是 $y = f(x)$ 拐点.

57 设 $f(x) = \begin{cases} 2 - \cos x, & x \leqslant 0 \\ \sqrt{x} + 1, & x > 0 \end{cases}$，则

(A) $x = 0$ 是 $f(x)$ 的极值点，但 $(0,1)$ 不是曲线 $y = f(x)$ 的拐点.

(B) $x = 0$ 不是 $f(x)$ 的极值点，但 $(0,1)$ 是曲线 $y = f(x)$ 的拐点.

(C) $x = 0$ 是 $f(x)$ 的极值点，且 $(0,1)$ 是曲线 $y = f(x)$ 的拐点.

(D) $x = 0$ 不是 $f(x)$ 的极值点，$(0,1)$ 也不是曲线 $y = f(x)$ 的拐点.

58 设 $f(x) = x\sin x + \cos x$，下列命题中正确的是

(A) $f(0)$ 是极大值，$f\left(\dfrac{\pi}{2}\right)$ 是极小值.　　(B) $f(0)$ 是极小值，$f\left(\dfrac{\pi}{2}\right)$ 是极大值.

(C) $f(0)$，$f\left(\dfrac{\pi}{2}\right)$ 均是极大值.　　(D) $f(0)$，$f\left(\dfrac{\pi}{2}\right)$ 均是极小值.