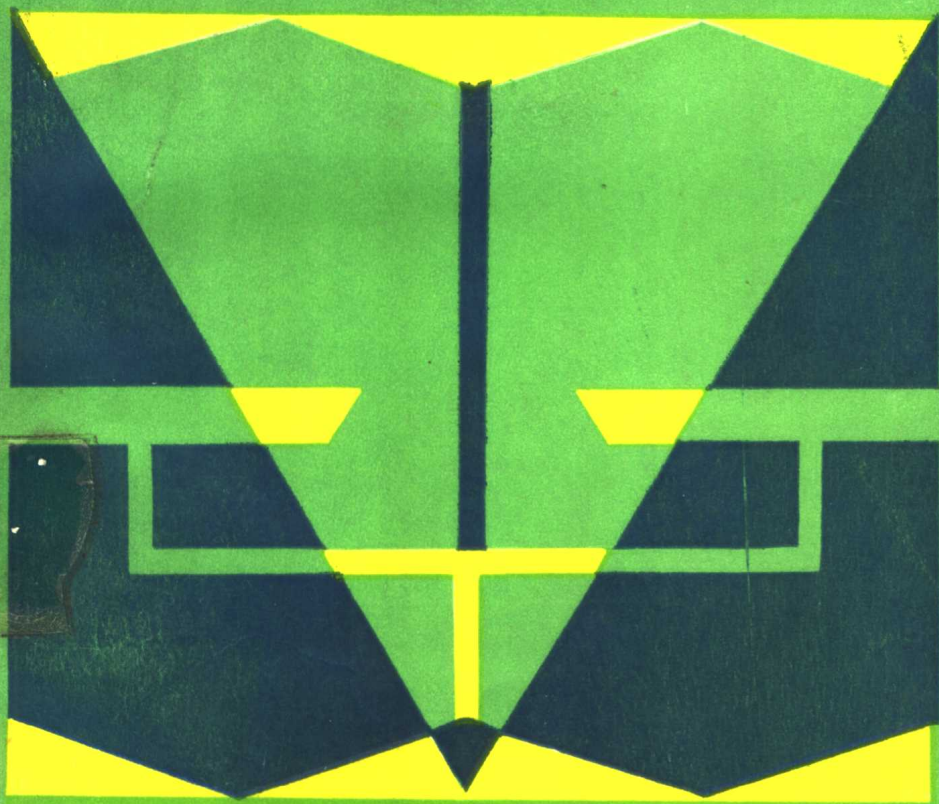


十友 主编

数理化基础 知识问答

河北科学技术出版社



数理化基础知识问答

丁 友 主编

河北科学技术出版社

本书编辑委员会

主编：丁 友

编辑委员：

丁继伦 崔秀夫 李 帆 王洁敏

穆义山 崔力元 张福波 孙时猛

胡立民 邢玉莲 沈瑞芝 刘梦媛

数理化基础知识问答

丁友 主编

河北科学技术出版社出版（石家庄市北马路45号）

唐山市印刷厂印刷 河北省新华书店发行

850×1168毫米 1/32 28.375印张 633,000字 印数：1—3250 1987年12月第1版
1987年12月第1次印刷 统一书号：13365·41 定价：6.80元

ISBN7-5375-0050-9/N·2

前言

中学数、理、化基础知识十分重要。作者通过多年教学实践体会到，学生在理解、消化、运用课本知识时，往往由于基础知识较差而出现错漏，如解题思路窄、分析不全面、基本概念囿于死记硬背等。

为了帮助中学生、青少年以及成人教育同等学历者更好地理解中学数、理、化基本概念，掌握和巩固所学的基础知识，我们编写了这本应用面较广的理工科参考书。编写中参照现行中学数学、物理、化学教学大纲和统编课本，系统地解答了中学阶段数、理、化基础知识、基本概念；这些概念、公式、法则、定理、定律的区别与联系；运用这些知识的基本方法和注意事项等等。对解题思路、技能和技巧诸方面也做了详尽阐述，无疑这对提高逻辑思维能力、增强分析能力、运算能力都是大有好处的。它不仅作为中学生、青少年、在职职工学习数、理、化的课外读物，也是有关中学教师的一本有益的教学参考书。

本书编写中，主要是选用自己多年积累的教学经验，同时也参阅了部分资料及范本的有关内容。张隽礼在审校工作中付出辛勤劳动，谨此一并致谢。

由于水平所限，书中难免出现一些缺点和不足之处，敬希读者批评指正。

作者

1987年

目 录

第一编 数 学

数与式..... (1)

代数与算术有什么区别? (1) 用字母表示数有什么作用? (1)
在用字母表示数的时候, 应该注意哪些问题? (2) 怎样理解代数
式的概念? (3) 代数式是怎样分类的? (3) 怎样正确地
读出一个代数式? (4) 什么叫多项式的项数和次数? (6) 去
括号和添括号应注意什么? (6) 乘法公式各有哪些特点? 怎样掌握
乘法公式? (7) 什么叫多项式的因式分解? (9) 多项式的因
式分解与因式中系数所在的数集有什么关系? (10) 因式分解与因数
分解有什么异同点? (10) 因式分解一般有哪几种方法? (11)
什么是恒等式? (15) 怎样证明恒等式? (16) 什么是条件等式?
(18) 怎样证明条件等式? (18) 怎样用“零值分段法”去掉式子中的绝
对值符号? (22) 根式与无理式有什么异同? (23) 为什么规定
算术根? (24) 化简根式时, 要注意哪些问题? (26) 常用的有
理化因式有哪些? (28) 指数的概念是怎样定义的? (28) 为什
么要推广指数概念? (29) 推广指数概念的原则是什么? (31)
 $(-8)^{\frac{1}{3}} = -2$ 对吗? (32) 对数概念与指数概念有什么联系? (33)
为什么规定对数的底数大于零并且不等于1? (33) 为什么利用对数
能简化运算? (34) 怎样把负对数化成负首数正尾数的形式? (35)
什么是对数换底公式? (36)

集合与函数..... (38)

怎样理解集合这个概念? (38) 集合有哪些表示法? (39)
 $a \in A$ 是什么意思? (40) 什么叫子集? (40) 什么叫空集?

为什么要规定空集？（40） 什么叫做真子集？（41） 对于集合A, B, C, 如果 $A \subseteq B$, $B \subseteq C$, 那么集合A, C间的关系如何？为什么？（41） 怎样判定两个集合相等？（42） $\{0\} = \phi$ 对吗？ $0 = \{0\}$ 呢？（42） $a \subset \{a\}$ 对吗？（42） 集合 $A = \{0, 1, 2\}$ 的所有真子集是 $\{0\}$, $\{1\}$, $\{2\}$, $\{0, 1\}$, $\{0, 2\}$ 对吗？（43） 什么叫做交集？（43） 如果 $A = \{x \mid x = 2k, k \in \mathbb{Z}\}$, $B = \{x \mid x = 2k + 1, k \in \mathbb{Z}\}$, $C = \{x \mid x = 2(k + 1), k \in \mathbb{Z}\}$, $D = \{x \mid x = 2k - 1, k \in \mathbb{Z}\}$, 那么, A, B, C, D中哪些集合相等？哪些集合的交集是空集？（43） 如果 $A = \{x \mid x = (2n + 1)\pi, n \in \mathbb{Z}\}$, $B = \{x \mid x = (4k \pm 1)\pi, k \in \mathbb{Z}\}$, 那么 $A \subset B$; $A \supset B$; $A = B$; $A \neq B$, 这四种情况哪一种是正确的？（43） 什么叫做并集？（44） 什么叫做补集？（44） 学习集合的交、并、补有什么用途？（45） 什么叫做映射？（46） 怎样理解映射这个概念？（46） 映象、象、原象是什么意思？（47） 什么叫做一一映射？它有什么特点？（48） 映射与一一映射有什么相同和不同？（48） 什么叫做逆映射？（49） 怎样判定一个映射有没有逆映射？（49） 函数的传统定义是怎样的？（50） 函数通常有哪几种表示法？（50） 函数的近代定义是怎样的？（51） 函数的传统定义和函数的近代定义有什么不同？（52） 学习函数概念要掌握哪几点？（52） 什么叫做区间？（53） 什么叫做函数的图象？（53） 怎样做函数 $y = f(x)$ 的图象？（53） 怎样求函数的定义域？（55） 函数有哪些基本性质？（55） 怎样判定函数的奇偶性？（56） 怎样判定函数的单调性？（57） $y = kx$ 是正比例函数吗？怎样判定正比例函数的单调性？（57） 反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$)的图象是什么曲线？怎样判定它的单调性？（58） 怎样判定一次函数 $y = kx + b$ ($k \neq 0$)的单调性？（58） 二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$)的图象是什么曲线？这条曲线的顶点坐标是什么？对称轴方程是什么？开口的方向是怎样的？（58） 怎样做二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$)的图象？（58） 二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$)有哪些性质？（59） 什么叫做幂函数？它有哪些性质？（60） 怎样用幂函数 $y = x^a$ 的性质来比较两个数值的大小？（60） 幂函数 $y = x^a$ 的图象是怎样分布的？（60） 什么叫做反函数？（61）

怎样求一个函数的反函数？（62） 互为反函数的函数其图象有什么关系？（62） 指数函数 $y = a^x$ （ $0 < a \neq 1, x \in R$ ）有哪些性质？（63） 怎样用指数函数的性质比较几个数值的大小？（64） 对数函数 $y = \log_a x$ （ $0 < a \neq 1, x > 0$ ）与指数函数 $y = a^x$ （ $0 < a \neq 1, x \in R$ ）有什么关系？它有哪些性质？（65） 什么叫做对数恒等式？（66） 怎样用对数函数的性质比较几个数值的大小？（66）

方程.....（67）

方程怎样分类？（67） 方程与函数有什么区别？（67） 方程（组）怎样变形才不破坏其同解性？（68） 什么叫做方程的增根？什么叫做方程的遗根？（69） 方程的增根或遗根是怎样产生的？（69） 解方程的基本思路是什么？（69） 方程 $ax = b$ 的解为 $x = \frac{b}{a}$ 对吗？（69） 一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0$ （ $a \neq 0$ ）有哪几种解法？（70） 怎样判定实系数一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0$ （ $a \neq 0$ ）根的情况？（70） 一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0$ （ $a \neq 0$ ）的根与系数有什么关系？（71） 怎样确定一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0$ （ $c \neq 0, a, b, c \in R$ ）根的符号？（71） 什么叫做分式方程？怎样求解？（71） 什么叫做无理方程？怎样求解？（72） 什么叫做指数方程？怎样求解？（72） 什么叫做对数方程？怎样求解？（72） 在什么情况下，方程 $f(x) = 0$ 的根一定是方程 $\frac{f(x)}{g(x)} = 0$ 的根？（73） 解方程 $\sqrt{f(x)} = \varphi(x)$ 时，将方程两边同时平方，如果得到增根，那么增根应该是什么方程的根？（73） 解方程 $f^2(x) = \varphi^2(x)$ 时，将方程变为 $f(x) = \varphi(x)$ ，就可能产生遗根，应怎样避免遗根的产生？（74） 解方程 $f(x)\varphi(x) = g(x)\varphi(x)$ 时，将方程两边的 $\varphi(x)$ 约去得方程 $f(x) = g(x)$ ，再解方程 $f(x) = g(x)$ 就可以了。对吗？（74） 二元一次方程组 $\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1, \\ a_2x + b_2y = c_2, \end{cases}$ 有哪几种解法？它的解有几种情况？（74） 二元二次方程组有哪几种类型？怎样求解？（75）

不等式.....（75）

什么叫做不等式？在什么数范围内研究不等式？（75） 什么叫做三

歧律？它有什么用处？（76）怎样用等式的观点和方法去处理不等式的问题？（76）不等式有哪些基本性质？（76）解不等式的基本思路是什么？（77）解不等式在什么地方容易出错？（77）解不等式组在什么地方容易出错？怎样避免？（78）不等式 $ax > b$ 的解为

$x > \frac{b}{a}$ 对吗？（78）若 $\Delta = b^2 - 4ac < 0$ ，那么不等式 $ax^2 + bx + c > 0$

（ $a \neq 0$ ）的解的情况如何？（78）如果 $\Delta = b^2 - 4ac = 0$ ，那么 $ax^2 + bx + c > 0$ （ $a \neq 0$ ）的解的情况如何？（79）如果 $\Delta = b^2 - 4ac > 0$ ，那么不等式 $ax^2 + bx + c > 0$ （ $a \neq 0$ ）的解的情况如何？（80）解不等式 $ax^2 + bx + c > 0$ （ $a \neq 0$ ）的步骤是怎样的？（80）含有绝对值的不等式有什么性质？（81）解不等式 $|f(x)| > a$ 时要注意什么？

（81）不等式 $|f(x)| < a$ 等价于 $-a < f(x) < a$ ，对吗？（81）

无理不等式 $\sqrt{g(x)} < f(x)$ 怎样求解？不等式 $\sqrt{g(x)} > f(x)$ 呢？（81）

指数不等式 $a^{f(x)} > a^{g(x)}$ （ $0 < a \neq 1$ ）怎样求解？（82）对数不等式 $\log_a f(x) > \log_a g(x)$ （ $0 < a \neq 1$ ）怎样求解？（83）证明不等式

经常要用到哪些知识？（84）证明不等式有些什么方法？（84）

怎样用综合法证明不等式？（84）怎样用分析法证明不等式？（85）

怎样用比较法证明不等式？（86）怎样用重要不等式证明不等式？

（87）怎样用反证法证明不等式？（88）怎样用放缩法证明不等式？（89）怎样用数学归纳法证明不等式？（90）怎样用判别式法证明不等式？（91）怎样构造函数并利用函数的性质证明不等式？

（92）

复数..... (93)

为什么要扩充实数集？是如何将实数集扩充为复数集的？（93）

复数集包括哪些数？（93）扩充数集时，一般应遵循哪些原则？

（93）虚数单位 i 的幂具有什么主要性质？（94）怎样的两个复数才叫做相等？（94）在复数集合里为什么不能规定大小关系？（95）

复数的加法与乘法是如何规定的？（95）根据复数加法、乘法运算的定义，如何理解符号 $a + bi$ 的形式？（96）方程 $x^2 = -1$ 在复数集有几个解？是什么？（96）

如何使用复数加法、乘法的定义进行复数的加法、乘法运算？（97）复数的减法与除法是如何规定的？（97）

如何掌握使用复数减法和除法的法则？（98）两个实数的乘积为零时，则这两个实数中至少有一个是零，反之如两个实数中至少有一个是零时，则它们的乘积为零。对两个复数来说，是否仍有上述结论？（99）在实数集中， $a^2 + b^2 = 0$ 的充分必要条件是 $a = 0$ ， $b = 0$ 。在复数集中，这个结论是否仍然成立？（99）在实数集 R 中，整数指数幂的运算律： $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$ ， $(a^m)^n = a^{m \cdot n}$ ， $(ab)^n = a^n b^n$ （ a, b 属于实数， m, n 为整数）在复数集 C 中，是否仍然成立？（99）对复数的四则运算可以象对二项式 $a + bi$ 一样进行，因此计算多个复数的积或复数的高次乘方都是很繁琐的，有哪些特殊情况可使计算简化？（99）如何求复数 $a + bi$ （ $b \neq 0$ ）的平方根？（101）一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0$ （ $a \neq 0$ ）的系数 a, b, c 不全是实数时，求根公式、韦达定理、根的判别式是否仍然可用？（101）在复数范围内常见的方程有哪些类型？它们的解法如何？（101）什么是复平面？（102）什么是复数的几何意义？（102）复数是如何用向量来表示的？（103）什么叫复数的模？（103）在实数集 R 中，若 $|a| = |b|$ ，则有 $a = \pm b$ ，在复数集 C 中，若 $|z_1| = |z_2|$ ，则 $z_1 = \pm z_2$ 是否仍然成立？（103）如何理解复数加法的几何意义？（104）如何理解复数减法的几何意义？（104）如何根据复数的几何意义，求复平面内任意两点间的距离？（104）在实数集中， $|a - b|^2 = (a - b)^2$ 是永远成立的，在复数集中 $|z_1 - z_2|^2$ 与 $(z_1 - z_2)^2$ 还能永远相等吗？（105）若复平面内的定点 P 与复数 $p = a + bi$ 对应，动点 Z 与复数 $Z = x + yi$ 对应， $r \in R^+$ ，满足等式 $|Z - p| = r$ 的点 Z 的集合是什么图形？（105）若 $Z \in C$ ，满足不等式 $R(Z) < 2$ 的复数 Z 在复平面内的区域图形是什么？（106）椭圆 $\frac{x^2}{5} + \frac{y^2}{9} = 1$ 怎样用复数形式表示？（106）什么叫复数的辐角？（106）什么叫复数的辐角的主值？它的取值范围是什么？（106）什么是复数的三角形式？（107）复数的三角形式必须满足哪些条件？（107）如何把复数的代数形式化为三角形式？（107）为什么不研究复数三角形式的加减运算？（108）复数三角形式的乘、除、乘方、开方运算有什么共同的特点？研究它们的意义何在？（109）复数乘法的几何意义是什么？（110）复数除法的几何意义是什么？（110）复数的 n 次方根如何用几何方法做出？（111）为什么对复数的开方不引进方根记号？（112）复数的模具

有哪些性质? (112) 复数的辐角具有哪些性质? (112) 共轭复数具有哪些性质? (113) 复数在代数、三角、平面几何、解析几何中有哪些应用? (113)

排列、组合、二项式定理……………(115)

什么叫加法原理, 什么叫乘法原理? (115) 加法原理和乘法原理有什么异同点? (116) 什么叫排列, 什么叫组合? (116) 排列与组合两个概念之间有什么区别和联系? (116) 怎样判断一个问题是排列问题还是组合问题? (117) 排列数与组合数的计算公式是什么? 它们之间有什么关系? (117) 怎样加深对组合数性质的理解? (118) 排列、组合应用问题的解题有几个步骤? (120) 什么是直接分类解法? 怎样应用直接分类解法解排列、组合的应用问题? (121) 什么叫做直接分步解法? 怎样应用直接分步解法来解排列、组合的应用问题? (122) 什么叫做间接解法? 怎样应用这种方法解排列、组合的应用问题? (123) 在解排列、组合的应用问题时, 怎样防止重复和遗漏现象? (124) 什么叫二项式定理? 二项展开式的通项公式是什么? (126) 二项展开式有哪些性质? (126) 如何求二项展开式中的特定项? (127) 怎样应用二项式定理证明组合等式? (130) 怎样应用二项式定理证明整除性问题? (131)

数列、数学归纳法和数列极限……………(132)

什么是数列? (132) 怎样表示一个数列? (132) 数列是怎样分类的? (133) 什么是等差数列和等比数列? (133) 一个数列能否既是等差数列又是等比数列? (134) 怎样求等差数列的前 n 项和? (134) 怎样求等比数列的前 n 项和? (135) 求数列的通项有哪些常用方法? (137) 求数列的前 n 项和有哪些常用方法? (139) 数学归纳法是怎么回事? (144) 怎样应用数学归纳法证题? (145) 归纳法与数学归纳法有什么不同? (148) 什么是第二数学归纳法? (149) 什么叫数列的极限? (149) 如何用数列极限的定义进行证明? (150) 怎样求数列的所有项和? (151) 怎样求 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n^2+1}-n}{\sqrt{4n^2+1}-2n}$?

(152)

三角函数.....(153)

学习三角有什么重要意义? (153) 平面几何中的角与三角中的角有什么不同? (154) 什么是象限角? (154) 坐标轴上的角怎样表示? (155) 有人说:“锐角, 小于 90° 的角, 第一象限的角, 都是相同的角。”这种说法对吗? (156) 有人认为:“第四象限角的一半, 一定是第二象限角。”这样认识正确吗? (156) 什么是弧度制? (157) 圆心角的弧度的大小与圆的半径是否有关? (157) 为什么可以用实数表示角? (157) 角度与弧度怎样换算? (158) 定义三角函数时, 所作比值为什么与角的终边位置有关? 而与角的终边上点的位置无关? (158) 怎样理解三角函数的定义? (159) 如何确定三角函数的符号? (160) 为什么三角函数线可以表示三角函数? (160) 求三角函数的定义域应注意些什么? (162) 为什么函数 $y = \sin x$ 的值不能大于1或小于-1呢? (163) 函数 $y = \operatorname{tg} x$ 的取值范围是怎样的? (163) 求以三角函数为中间变量的复合函数的值域需要注意些什么? (163) 直角三角形周长一定, 何时斜边最小? (164) 一角和对边一定的三角形中, 在什么情况下面积最大? (164) 什么是周期函数? (165) 为什么函数 $y = \sin x$ 的最小正周期是 2π ? (165) 怎样求函数 $y = \sin \omega x$ 的周期? (165) 如何判断一个函数是否周期函数? (166) 周期函数是否都有最小正周期? (166) 怎样判断函数 $y = \sin x$ 的单调性? (168) 如何比较两个角的同一三角函数值的大小? (169) 函数 $y = |\sin x|$ 与函数 $y = \sin |x|$ 的图象是否一样? (169) 有人说:“只要把函数 $y = \sin 2x$ 的图象向左平移 $\frac{\pi}{3}$ 个单位, 就可以得到函数 $y = \sin(2x + \frac{\pi}{3})$ 的图象。”这种说法正确吗? (170) 在函数 $y = A \sin(\omega x + \varphi)$ 中, $A > 0$, $\omega > 0$, 那么 A 、 ω 、 φ 各起什么作用? (170) 若给定正弦函数的图象, 如何确定它的表达式? (170)

三角恒等式.....(172)

怎样认识同角间三角函数的关系? (172) 怎样认识诱导公式?

(173) 和差倍半、和差化积、积化和差等三角公式间的关系如何?

(174) 余弦的倍角公式有什么重要应用? (175) 半角公式前面的

“ $\pm$ ”号怎样选取? (175) 正切的半角公式 $\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 - \cos \alpha}{1 + \cos \alpha}}$ 与

$\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} = \frac{\sin \alpha}{1 + \cos \alpha} = \frac{1 - \cos \alpha}{\sin \alpha}$ 是否等价? (175) 求半角正切时, 应当应

用哪一个正切公式? (176) 万能公式有什么特点? (177) 求三角

函数值时, 怎样选取它的符号? (178) 化简三角函数式应当遵循哪些

原则? (179) 怎样才算化简了一个三角函数式? (180) 怎样证明

三角恒等式? (181) 怎样求和? (1) $\sum_{i=0}^n \cos(\alpha + id)$; (2)

$\sum_{i=0}^n \sin(\alpha + id)$? (186) 怎样求 $\sin 18^\circ$ 的值? (192) 怎样求三

角形内角正弦和的最大值? (193) $\sin(x+y) = \sin x + \sin y$ 正确吗?

(194) 为什么 $a^2 + b^2 = 1$ 可用 $\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$ 代换? 这种代换有什么作用? (195)

反三角函数与三角方程.....(196)

正弦函数的自变量到函数值的映射, 不是一一映射。为什么还有反函数? (196) 如何确定函数 $y = \sin x$ 在任意单调区间上的反函数? (197)

反正弦函数有哪些性质? (198) 有人说: “函数 $y = \sin \arcsin x$ 与 $y = \arcsin \sin x$ 是一样的。”这种说法是否正确? (198) 怎样求

$\arcsin \sin 10$ 的值? (199) 为什么反余弦函数没有奇偶性? (200)

直线的斜率为 k , 那么这条直线的倾斜角 α 为 $\arctg k$ 对吗? (200) 怎

样求反三角函数的三角函数值? (200) 什么是最简三角方程? (201)

最简三角方程的解是怎样的? (201) 具有相同三角函数值的两个角有

什么关系? (203) 如何用换元法解三角方程? (203) 解三角方程

时, 在什么情况可能产生增根或遗根? (206) 如何判断三角方程解的

等价性? (211) 什么是反三角方程? 怎样求解? (213)

解三角形.....(214)

什么是解三角形? (214) 解三角形有哪些基本类型? (215)

解三角形的主要工具是什么? (215) 什么是海 伦公式? (218) 四
边形各边长一定时,在什么情况面积最大? (219) 仰角、俯角、方向
角、方位角、视角都是指怎样的角? (220)

曲线与方程.....(221)

平面解析几何研究的主要问题是什么? (221) 什么叫有向直线?
(221) 有向线段的方向是什么? (221) 有向线段的数量怎样判别
正负? (221) 有向线段的数量与点的坐标有什么关系? (222) 有向
线段的数量公式是什么? 是用什么方法证明的? (222) 平面解析几何里
建立了哪些坐标系? (222) 已知两点的坐标,怎样求两点之间的距离?
(222) 什么叫线段的定比分点? (222) 什么叫内分点? 什么叫外
分点? 定比 λ 的值何时为正? 何时为负? 与 l 的方向有无关系? (223)
 P_1P_2 的定比分点 P 的位置与点 P 分 P_1P_2 所成的比 λ 的值之间有什么关系?
(223) 怎样求定比分点的坐标? (223) 什么叫三角形的重心? 重
心有什么性质? 重心的坐标公式是什么? (224) 在有向线段 P_1P_2 所在直
线上,除去点 P_2 外其余点构成的点集与数集 $\left\{\lambda \mid \lambda = \frac{P_1P}{PP_2}, \lambda \in R \text{ 且 } \lambda \neq -1\right\}$
之间存在什么关系? (224) 直线上任一点的坐标与该直线上两个定点
的坐标之间有什么关系? (224) 已知点 $A(x, y)$, 和它关于 x 轴、
 y 轴、原点、直线 $y=x$ 对称的点的坐标各是什么? (224) 已知点
 $A(x_1, y_1)$ 、 $B(x_2, y_2)$, 那么点 A 关于点 B 对称的点 A' 的坐标 $(x',$
 $y')$ 是什么? (225) 点 $A(a, b)$ 关于直线 $l: Ax + By + C = 0$ 的
对称点 A' 的坐标 (x', y') 是什么? (225) 直线 $m: x - y - 2 = 0$ 关
于直线 $l: x + 2y + 1 = 0$ 对称的直线 m' 的方程是什么? (226) 圆 $C:$
 $x^2 + y^2 + 4x - 12y + 39 = 0$ 关于直线 $l: 3x - 4y + 5 = 0$ 对称的圆的方
程是什么? (226) 什么叫曲线的方程? 什么叫方程的曲线? (227)
“曲线和方程”的定义中的两个条件各说明了什么? (228) “曲线和
方程”定义中的两个条件缺一个行不行? (228) 以点 $(2, 0)$ 为圆
心, 1为半径的下半圆的方程是什么? (228) 方程 $y = -\sqrt{x^2 - 2x + 1}$
表示什么曲线? (229) 若集合 $A = \{(x, y) \mid x^2 + y^2 < 1\}$,
 $B = \{(x, y) \mid |x| + |y| < 1\}$, $C = \{(x, y) \mid x^2 < 1 \text{ 且 } y^2 < 1\}$, 那么集合 A 、 B 、 C 之间的关系是怎样的? (229) 怎样判

别曲线的对称性? (230) 在关于 x 轴、 y 轴、原点这三种对称中, 如果曲线具有其中任意两种对称性, 是否也一定具有其余的一种对称性? 为什么? (230) 方程 $(x+y)(x-y)=0$ 与 $x+y=0$, $x-y=0$ 的曲线之间有什么关系? (230) 方程 $(x^2+y^2-1)(x^2-y^2-4x-6y-5)=0$ 表示什么曲线? (230) 怎样求两曲线的交点? 为什么? (230) 当 m 为何值时, 曲线 $x-y+m=0$ 和 $4x^2+9y^2-36=0$, (1) 有两个交点? (2) 有一个交点? (3) 没有交点? (231) 过两曲线交点的曲线系方程是什么? (231) 如果把坐标原点平移到 $O'(h, k)$, 那么平面内任一点 M 的新坐标 (x', y') 与旧坐标 (x, y) 之间有什么关系? (232) 什么叫解析法? (232) 为什么要用解析法? (232) 怎样选择坐标系? (232) 怎样证明三角形的三条高所在的直线共点? (233) 用解析法怎样证切割线定理? (233)

直线和圆.....(234)

什么叫直线的倾斜角? (234) 什么叫直线的斜率? (234) 经过 $P_1(x_1, y_1)$ 、 $P_2(x_2, y_2)$ 两点的直线的斜率是什么? (235) 直线方程有哪些形式? (235) 什么叫直线系? 什么叫直线系方程? (235) 不论 m 为任何实数, 直线 $(2m-1)x-(m+3)y-(m-11)=0$ 必通过一定点, 为什么? 这个定点的坐标是什么? (236) 直线 $kx-y+k+1=0$ 必过哪个定点? (236) 两条都有斜率的直线平行、重合、垂直的充要条件各是什么? (236) 两条直线 l_1 到 l_2 的角与两条直线 l_1 和 l_2 所成角有何区别? 各是怎样求法? (237) 两条直线 $l_1: (a+2)x+(a+3)y=10$, $l_2: 6x+(2a-1)y=5$. (1) 若 $l_1 \parallel l_2$, 则 $a=?$ (2) 若 $l_1 \perp l_2$, 则 $a=?$ (237) 设直线 $l_1: Ax+2y+2=0$ 和 $l_2: 2x+6y+c=0$ 相交于点 $(1, m)$, 且 l_1 到 l_2 所成的角为 45° , 那么 A 、 c 、 m 各为何值? (237) 三角形的三个顶点是 $A(6, 3)$ 、 $B(9, 3)$ 、 $C(3, 6)$, 它的三个内角各是哪边所在直线到哪边所在直线的角? 各是多少度? (238) 怎样求点到直线的距离? (238) 怎样求两条平行直线间的距离? (238) 已知二次方程 $x^2+xy-6y^2-20x-20y+k=0$ 表示两条直线, 那么(1)这两条直线的方程各是什么? (2)这两条直线夹角及其邻补角的平分线方程是

什么? (239) 已知 $\triangle ABC$ 三顶点 $A(1, 2)$, $B(4, 1)$, $C(3, 4)$, 过 AB 边上哪一点作平行于 BC 的直线, 就可把此三角形分成面积相等的两部分? (239) 由方程 $|x-1| + |y-1| = 1$ 确定的曲线所围成的图形面积是多少? (240) 曲线 $(x+y+5)(2x-3y+5) = 0$ 和曲线 $(x+y+1)(3x+2y-12) = 0$ 有多少个交点? (240) 什么叫圆? (241) 圆的方程有哪些形式? (241) 几个独立条件决定一个圆? (241) 求经过 $A(2, 2)$ 、 $B(5, 3)$ 和 $C(3, -1)$ 三点的圆的方程时, 设哪种方程较方便? (242) 求圆的方程时, 在什么情况下采用圆的标准方程? (242) 怎样判断点与圆的位置关系? (243) 怎样判断直线与圆的位置关系? (243) 怎样判定两圆的位置关系? (243) 过圆 $x^2+y^2=r^2$ 的切点 $p_1(x_1, y_1)$ 的切线方程是什么? (244) 经过圆 $x^2+y^2=r^2$ 外一点 $p_0(x_0, y_0)$ 的线方程是什么? (244) 已知切线斜率为 $-\frac{2}{3}$, 怎样求圆 $x^2+y^2=13$ 的切线方程?

(245) 直线 $y=kx+m$ ($m \neq 0$) 与圆 $x^2+y^2=r^2$ 相切的充要条件是什么? (246) 圆 $x^2+y^2=r^2$ 的斜率为 k 的切线方程是什么? (246) 如果圆 $x^2+y^2+Dx+Ey+F=0$ 与 x 轴切于原点, 那么 D 、 E 、 F , 哪个是零? 哪个不是零? (246) 过两圆交点的圆系方程是什么? (246) 什么是两圆的根轴? (246) 怎样求过两圆交点的根轴方程? (247) 圆系 $(1+\lambda)x^2 + (1+\lambda)y^2 - 2\lambda x + 2\lambda y - 1 + \lambda = 0$, 当 $\lambda \neq -1$ 的实数时, 这些圆的公共弦所在的直线方程是什么? (247) 圆系 $x^2+y^2+2kx+(4k+10)y+10k+20=0$ ($k \in \mathbb{R}$, $k \neq -1$) 任意不同的两圆的位置关系是相交? 相离? 内切? 外切? 内切或外切? 为什么? (247)

二次曲线.....(248)

二次曲线(圆锥曲线)的统一定义是什么? (248) 椭圆定义的另一形式是什么? (248) 什么叫椭圆的标准方程? (248) 已知椭圆方程 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$), (1) a 、 b 、 c 之间有什么关系? (2) 焦点的坐标是什么? (3) 顶点的坐标是什么? (4) 离心率是什么?

(5) 准线方程是什么? (249) 将椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$) 的中

心平移到点 (x_0, y_0) , 它的方程是什么? (249) 方程 $Ax^2 + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0$ ($A \cdot C \neq 0$) 在什么条件下是椭圆型? (249) 直

线 $y = Kx + m$ 与椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ 的位置关系是什么? (250) 过椭圆

$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ 上一点 (x_1, y_1) 的切线方程是什么? (250) 椭圆

$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ 的斜率为 k 的切线方程是什么? (250) 椭圆 $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$ 上

哪个点与直线 $x - 3y - 33 = 0$ 的距离最短? 哪个点距离最长? (250)

怎样求椭圆 $c: \frac{(x+5)^2}{9} + \frac{(y-4)^2}{16} = 1$ 关于直线 $l: x - y + 3 = 0$

对称的椭圆 c' 的方程? (251) 双曲线定义的另一种形式是什么?

(251) 已知双曲线的标准方程为 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$, (1) 它的顶点坐标是什么?

(2) 焦点坐标是什么? (3) 离心率是什么? (4) 准线方程是什么?

(5) 渐近线方程是什么? (252) 实轴为 $2a$, 虚轴为 $2b$,

中心在点 (x_0, y_0) , 实轴平行于坐标轴的双曲线方程是什么? (252)

方程 $Ax^2 + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0$, 在什么情况下为双曲线型? (252)

什么叫等轴双曲线? (252) 什么叫共轭双曲线? (253) 互为共轭

的双曲线, 它们的渐近线是否相同? 它们的焦点是否共圆? 为什么?

(253) 直线 $y = kx + m$ ($m \neq 0$) 与双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ 相切的充要条

件是什么? (253) 双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$, (1) 过切点 (x_1, y_1) 的

切线方程是什么? (2) 斜率为 k 的切线方程是什么? (253) 抛物线

定义的另一种形式是什么? (254) 抛物线的标准方程是什么? (254)

方程 $Ax^2 + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0$, 在什么条件下是抛物线型? (254)

顶点在点 (x_0, y_0) , 对称轴平行于坐标轴的抛物线的方程是什么?

(254) 把坐标轴平移后, 二元二次方程中的系数哪些不变? 哪些

改变? (256) 怎样判别方程 $Ax^2 + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0$ (A, C 不

同时为零)的类型? (256) 利用平移化简 $Ax^2 + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0$ (A, C 不同时为零)的方法、步骤是什么? (256) 直线 $y = kx + m$ ($m \neq 0$) 与抛物线 $y^2 = 2Px$ ($P > 0$) 相切的充要条件是什么? (257) 怎样求抛物线 $y^2 = 2px$ 在切点 $P(x_0, y_0)$ 的切线方程? (257) 抛物线 $y^2 = 2px$ 的斜率为 k 的切线方程是什么? (258) 怎样求圆锥曲线在切点 $P(x_0, y_0)$ 的切线方程? (258) 求曲线方程的常用方法有哪些? (259) 求点的轨迹方程与求点的轨迹有何区别? (259) 什么叫求轨迹方程的定义法? (259) 什么叫求轨迹方程的公式法? (260) 什么叫求轨迹方程的直接法? (260) 什么叫求轨迹方程的代入法(又称转移法)? (261) 什么叫求轨迹方程的曲线系法? (262)

参数方程和极坐标方程.....(263)

什么叫曲线的参数方程? (263) 常用的直线参数方程是什么? (263) 前题直线参数方程中参数的含义是否相同? 有何联系? (263)

什么情况下可考虑选用直线的参数方程
$$\begin{cases} x = x_0 + t \cdot \cos \alpha \\ y = y_0 + t \cdot \sin \alpha \end{cases} \quad (t \text{ 为参数}) ?$$

(264) 常见的圆的参数方程是什么? (264) 常见的椭圆的参数方程是什么? (264) 常见的双曲线的参数方程是什么? (265) 常见的抛物线 $x^2 = 2py$ 的参数方程是什么? (265) 什么叫有心圆锥曲线? (265) 有心圆锥曲线参数方程的作用是什么? (265) 什么叫轨迹相交法? (265) 什么叫求轨迹方程的参数法? (266) 怎样选择参数? (267) 基圆直径是225mm的渐开线的参数方程是什么? (271) 什么叫极坐标系?

(271) 给定极坐标 $(3, \frac{\pi}{6})$, 平面上有几个点与之对应? (271)

在极坐标平面上给出点 M , 它对应的极坐标有多少? 应该怎样表示?

(272) 什么情况下平面上的点(除极点外)和极坐标可以建立一一对应关系? (272) 同一点的极坐标和直角坐标之间有什么关系?

(272) 极坐标系中两点距离公式是什么? (272) 什么叫曲线的极坐标方程? (273) 在极坐标系下, 如何判断曲线的对称性? (273)

直线的极坐标方程是什么? (273) 圆的极坐标方程是什么? (274) 圆锥曲线的统一方程是什么? (274) 涉及圆锥曲线的焦点弦问题, 最好选用圆锥曲线的什么方程? (275) 什么是等速螺线? 它的极坐标方