

北教版金牌彩色教辅

高考热点题库

GAOKAOREDIANTIKU

数学
SHUXUE

彩色图文版

全国高考试题研究组 编



北京教育出版社



前言



每年的高考会怎样出题,怎样考试,一直受到考生、家长和教师的广泛关注。

近年来,随着教育理念的不断更新,高考命题也在保持基本稳定的前提下,不断改革创新。为选拔既有创新思维,又有实践能力新型人才,试题形式在继承传统的成功经验的基础上,每年都有新变化。命题从“知识立意”向“能力立意”转变;重视考查思想方法的运用,理性思维的发展;坚持考查学生分析实际情景,灵活应用知识的能力;深入考查学生的学习潜能和其独立的阅读、理解、运用新信息的能力……

历届高考试题,都是由国家教育考试中心组织著名大学的教授、教材的编审者、经验丰富的教研人员和优秀中学教师集体精心设计。试题立意深邃,考查目标明确,创设背景新颖,解法灵活。从90年代中期全国每年1份考题起,到2003年全国一年就有8种不同类型的试题,高考试题内容更加丰富,题型更加新颖。这是一大批水平最高,针对性最强,最能够体现高考要求,最具有实战意义的候选例题和复习练习题。

为了给高考备考的学生和老师提供一个使用方便、内容翔实的试题“宝库”,我们汇编分册出版了90年代以来的语文、英语、数学、文科综合(包括政治、历史、地理)和理科综合(包括物理、化学、生物)5科的高考试题。这套书将试题或按知识点,或按能力要求分类编辑,使读者可以清楚地了解高考中重点、知识点的命题“轨迹”,通晓高考对这些知识点的要求尺度、命题思路和考查手段。为了使读者了解试题发展的历史风貌,丛书逐年精选了对当前仍有现实意义的题目,并注明年代、地区、试卷类别,并在书后给出解答。希望这套丛书能成为广大同学、老师和科研工作者的好顾问、好帮手、好工具。

本丛书黑白版本上市后,受到了广大师生的喜爱,并受到了权

威专家的一致好评。鉴于此,我们特策划推出了彩色版本。彩色版本用色彩突出重点,方便使用、方便记忆;彩色版本设计美观,便于欣赏阅读,将使紧张的学习生活变得轻松。

参加本丛书编写的有白家熹、赵志汉、金桂森、刘侠、王玲、张玉梅、朱怀非、马谨英、叶文媿、谢静茹、贺信淳等。由于编纂仓促,资料有待进一步完善,分类编辑或许有不够准确、缜密之处,恳请广大读者指正!

编者



目录

1

函数及其图像

- 一 集合与简易逻辑 1
- 二 函数、反函数的概念和用 $f(x)$ 表示的函数 3
- 三 函数的解析式、定义域、值域、图像 5
- 四 函数的奇偶性、单调性、周期性 8
- 五 幂、指、对函数的图像和性质 14
- 六 二次函数的图像和性质 18
- 七 函数的综合题 14

2

三角函数

- 一 任意角的三角函数 16
- 二 三角函数的图像和性质、反三角函数 16
- 三 三角式的恒等变形 24
- 四 三角函数的应用 26

3

不等式

- 一 不等式的性质和不等式的证明 28
- 二 解不等式 30
- 三 不等式的应用 38

4

复数、数列、极限

- 一 复数 34
- 二 数列 38
- 三 极限 42

5

排列、组合、二项式定理

- 一 排列、组合 46



二 二项式定理

48

6 空间图形

一 直线和平面

50

二 多面体

54

三 旋转体

65

四 立体几何综合题

69

7 直线与圆

一 直角坐标和极坐标

72

二 直线的方程和圆的方程

72

三 直线、圆的位置关系

76

8 抛物线、椭圆、双曲线

一 抛物线

78

二 椭圆

79

三 双曲线

83

四 综合题

86

9 参数方程和极坐标方程

一 参数方程

90

二 极坐标方程

91

10 综合题

一 判定型综合题

95

二 以函数为主体的综合题

99

三 以数列为基础的综合题

101

11 应用题

107

12 新课程新增内容

一 导数和微积分

115





二 概率

116

三 向量

118

四 其他

122

13

参考答案

105





一、集合与简易逻辑



1

填空题

1. 设集合 $A = \{x \mid |x| < 4\}$, $B = \{x \mid x^2 - 4x + 3 > 0\}$, 则集合 $\{x \mid x \in A \text{ 且 } x \in A \cap B\} =$ _____.
2. 已知集合 $A = \{x \mid |x| \leq 2, x \in \mathbf{R}\}$, $B = \{x \mid x \geq a\}$, 且 $A \subseteq B$, 则实数 a 的取值范围是 _____.
3. 若全集 $I = \mathbf{R}$, $f(x)$, $g(x)$ 均为 x 的二次函数, $P = \{x \mid f(x) < 0\}$, $Q = \{x \mid g(x) \geq 0\}$, 则不等式组 $\begin{cases} f(x) < 0 \\ g(x) < 0 \end{cases}$ 的解集可用 P, Q 表示为 _____.
4. 设集合 $A = \{x \mid 2 \lg x = \lg(8x - 15), x \in \mathbf{R}\}$, $B = \{x \mid \cos \frac{x}{2} > 0, x \in \mathbf{R}\}$, 则 $A \cap B$ 的元素个数为 _____ 个.
5. 集合 $A = \{(x, y) \mid x^2 + y^2 = 4\}$, $B = \{(x, y) \mid (x-3)^2 + (y-4)^2 = r^2\}$, 其中 $r > 0$. 若 $A \cap B$ 中有且仅有一个元素, 则 r 的值是 _____.
6. 设 I 是全集, 非空集合 P, Q 满足 $P \not\subseteq Q \not\subseteq I$. 若含 P, Q 的一个集合运算表达式, 使运算结果为空集 \emptyset , 则这个运算表达式可以是 _____ (只要写出一个表达式).

2

选择题

1. 设集合 $A = \{x \mid x^2 - 1 > 0\}$, $B = \{x \mid \log_2 x > 0\}$, 则 $A \cap B$ 等于()
- A. $\{x \mid x > 1\}$ B. $\{x \mid x > 0\}$ C. $\{x \mid x < -1\}$ D. $\{x \mid x < -1 \text{ 或 } x > 1\}$
2. 若集合 $M = \{y \mid y = 2^{-x}\}$, $P = \{y \mid y = \sqrt{x-1}\}$, 则 $M \cap P =$ ()
- A. $\{y \mid y > 1\}$ B. $\{y \mid y \geq 1\}$ C. $\{y \mid y > 0\}$ D. $\{y \mid y \geq 0\}$
3. 下列集合中表示空集的是()
- A. $\{0\}$ B. $\{x \mid \tan x = \frac{\pi}{2}\}$ C. $\{x \mid \cot x = 0\}$ D. $\{x \mid \sin x = \frac{\pi}{2}\}$
4. 已知集合 $A = \mathbf{R}$, $B = \mathbf{R}^+$, $f: A \rightarrow B$ 是从集合 A 到 B 的一个映射, 若 $f: x \rightarrow 2x-1$, 则 B 中的元素 3 的原象为()
- A. -1 B. 1 C. 2 D. 3
5. 已知集合 $A = \{x \mid a-1 \leq x \leq a+2\}$, $B = \{x \mid 3 < x < 5\}$, 则能使 $A \supseteq B$ 成立的实数 a 的取值范围是()
- A. $\{a \mid 3 < a \leq 4\}$ B. $\{a \mid 3 \leq a \leq 4\}$ C. $\{a \mid 3 < a < 4\}$ D. \emptyset
6. 满足条件 $M \cup \{1\} = \{1, 2, 3\}$ 的集合 M 的个数是()
- A. 4 B. 3 C. 2 D. 1
7. 设集合 $M = \{x \mid x = \frac{k}{2} + \frac{1}{4}, k \in \mathbf{Z}\}$, $N = \{x \mid x = \frac{k}{4} + \frac{1}{2}, k \in \mathbf{Z}\}$ 则()



- A. $M=N$ B. $M \subsetneq N$ C. $M \supsetneq N$ D. $M \cap N = \emptyset$

8. 已知集合 $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{-1, 0, 1\}$, 满足条件 $f(3) = f(1) + f(2)$ 的映射 $f: A \rightarrow B$ 的个数是()

- A. 2 B. 4 C. 6 D. 7

9. 集合 $M = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 的子集个数是()

- A. 32 B. 31 C. 16 D. 15

10. 若 a, b 为实数, 则 $a > b > 0$ 是 $a^2 > b^2$ 的()

- A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
C. 充要条件 D. 既非充分条件也非必要条件

11. 设 $A = \{x | x^2 - x = 0\}$, $B = \{x | x^2 + x = 0\}$, 则 $A \cap B$ 等于()

- A. 0 B. $\{0\}$ C. \emptyset D. $\{-1, 0, 1\}$

12. 设集合 $A = \{x | x \in \mathbf{Z} \text{ 且 } -10 \leq x \leq -1\}$, $B = \{x | x \in \mathbf{Z} \text{ 且 } |x| \leq 5\}$, 则 $A \cup B$ 中的元素个数是()

- A. 11 B. 10 C. 16 D. 15

13. 设集合 A 和 B 都是正整数集合 \mathbf{N}^* , 映射 $f: A \rightarrow B$ 把集合 A 中的元素 n 映射到集合 B 中的元素 $2^n + n$, 则在映射 f 下, 象 20 的原象是()

- A. 2 B. 3 C. 4 D. 5

14. 设集合 A 和 B 都是坐标平面上的点集 $\{(x, y) | x \in \mathbf{R}, y \in \mathbf{R}\}$, 映射 $f: A \rightarrow B$ 把集合 A 中的元素 (x, y) 映射成集合 B 中的元素 $(x+y, x-y)$, 则在映射 f 下, 象 $(2, 1)$ 的原象是()

- A. $(3, 1)$ B. $(\frac{3}{2}, \frac{1}{2})$ C. $(\frac{3}{2}, -\frac{1}{2})$ D. $(1, 3)$

15. 设全集 $I = \{a, b, c, d, e\}$, 集合 $M = \{a, c, d\}$, $N = \{b, d, e\}$, 那么 $\bar{M} \cap \bar{N}$ 是()

- A. \emptyset B. $\{d\}$ C. $\{a, e\}$ D. $\{b, e\}$

16. 已知集合 $A = \{1, 2, 3, 4\}$, 那么 A 的真子集的个数是()

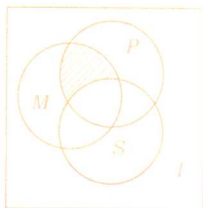
- A. 3 B. 16 C. 15 D. 4

17. 若集合 $S = \{y | y = 3^x, x \in \mathbf{R}\}$, $T = \{y | y = x^2 - 1, x \in \mathbf{R}\}$, 则 $S \cap T$ 是()

- A. S B. T
C. \emptyset D. 有限集

18. 如图, I 是全集, M, P, S 是 I 的 3 个子集, 则阴影部分所表示的集合是()

- A. $(M \cap P) \cap S$ B. $(M \cap P) \cup S$
C. $(M \cap P) \cap \bar{S}$ D. $(M \cap P) \cup \bar{S}$



● 第 18 题图

19. 已知映射 $f: A \rightarrow B$, 其中集合 $A = \{-3, -2, -1, 1,$





2,3,4}, 集合 B 中的元素都是 A 中元素在映射 f 下的象, 且对任意的 $a \in A$, 在 B 中和它对应的元素是 $|a|$, 则集合 B 中元素的个数是()

- A.4 B.5 C.6 D.7

20. 设集合 $M = \{x | 0 \leq x < 2\}$, 集合 $N = \{x | x^2 - 2x - 3 < 0\}$, 集合 $M \cap N =$ ()

- A. $\{x | 0 \leq x < 1\}$ B. $\{x | 0 \leq x < 2\}$ C. $\{x | 0 \leq x \leq 1\}$ D. $\{x | 0 \leq x \leq 2\}$

21. 已知全集 $I = \mathbf{N}^*$, 集合 $A = \{x | x = 2n, n \in \mathbf{N}^*\}$, $B = \{x | x = 4n, n \in \mathbf{N}^*\}$. 则()

- A. $I = A \cup B$ B. $I = \bar{A} \cup B$ C. $I = A \cup \bar{B}$ D. $I = \bar{A} \cup \bar{B}$

22. 设全集 $I = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$, 集合 $A = \{1, 3, 5, 7\}$, 集合 $B = \{3, 5\}$. 则()

- A. $I = A \cup B$ B. $I = \bar{A} \cup B$

- C. $I = A \cup \bar{B}$ D. $I = \bar{A} \cup \bar{B}$

23. 已知 I 为全集, 集合 $M, N \subseteq I$, 若 $M \cap N = N$, 则

()

- A. $\bar{M} \supseteq \bar{N}$ B. $M \subseteq \bar{N}$

- C. $M \subseteq N$ D. $M \supseteq \bar{N}$

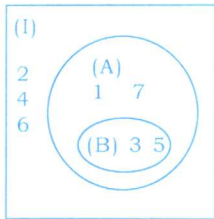
24. 已知全集 $I = \{0, -1, -2, -3, -4\}$, 集合 $M =$

$\{0, -1, -2\}$, $N = \{0, -3, -4\}$, 则 $\bar{M} \cap N =$ ()

- A. $\{0\}$ B. $\{-3, -4\}$ C. $\{-1, -2\}$ D. \emptyset

25. 设全集 $I = \{0, 1, 2, 3, 4\}$, 集合 $A = \{0, 1, 2, 3\}$, 集合 $B = \{2, 3, 4\}$, 则 $\bar{A} \cup \bar{B} =$ ()

- A. $\{0\}$ B. $\{0, 1\}$ C. $\{0, 1, 4\}$ D. $\{0, 1, 2, 3, 4\}$



● 第22题图



二、函数、反函数的概念和用 $f(x)$ 表示的函数



填空题

1. 已知函数 $f(x) = ax^2 + bx (ab \neq 0)$, 若 $f(x_1) = f(x_2)$, 且 $x_1 \neq x_2$, 那么 $f(x_1 + x_2)$ 的值是 _____.

2. 已知函数 $f(x) = \sqrt{x} + 1$, 则 $f^{-1}(3) =$ _____.

3. 已知函数 $y = f(x)$ (定义域为 D , 值域为 A) 有反函数 $y = f^{-1}(x)$. 则方程 $f(x) = 0$ 有解 $x = a$, 且 $f(x) > x (x \in D)$ 的充要条件是 $y = f^{-1}(x)$ 满足 _____.

4. 函数 $y = \frac{2x}{1+x} (x \in (-1, +\infty))$ 图像与其反函数图像的交点坐标为 _____.

5. 函数 $f(x) = x^2 + 1 (x \leq 0)$ 的反函数 $f^{-1}(x) =$ _____.

6. 已知 $f(x) = 2^x + b$ 的反函数为 $f^{-1}(x)$, 若 $y = f^{-1}(x)$ 的图像经过点 $Q(5, 2)$, 则 $b =$ _____.

7. 若函数 $f(x) = \frac{x}{x+2}$, 则 $f^{-1}(\frac{1}{3}) =$ _____.





8. 函数 $f(x) = \log_5 x + 1 (x \geq 4)$ 的反函数 $f^{-1}(x)$ 的定义域是 _____.

2

选择题

1. 若 $f(x) = \frac{x-1}{x}$, 则方程 $f(4x) = x$ 的根是 ()

A. $\frac{1}{2}$ B. $-\frac{1}{2}$ C. 2 D. -2

2. 已知 $f(x) = x^5 - a$, 且 $f(-1) = 0$, 那么 $f^{-1}(1)$ 的值是 ()

A. 0 B. 1 C. -1 D. $\sqrt[5]{2}$

3. 在 $P(1, 1)$ 、 $Q(1, 2)$ 、 $M(2, 3)$ 和 $N(\frac{1}{2}, \frac{1}{4})$ 四点中, 函数 $y = a^x$ 的图像与其反函数的图像的公共点只可能是点 ()

A. P B. Q C. M D. N

4. 函数 $y = \ln \frac{x+1}{x-1}, x \in (1, +\infty)$ 的反函数为 ()

A. $y = \frac{e^x - 1}{e^x + 1}, x \in (0, +\infty)$ B. $y = \frac{e^x + 1}{e^x - 1}, x \in (0, +\infty)$

C. $y = \frac{e^x - 1}{e^x + 1}, x \in (-\infty, 0)$ D. $y = \frac{e^x + 1}{e^x - 1}, x \in (-\infty, 0)$

5. 设 $a > 0, a \neq 1$, 函数 $y = \log_a x$ 的反函数和 $y = \log_a \frac{1}{x}$ 的反函数的图像关于 ()

A. x 轴对称 B. y 轴对称 C. y=x 对称 D. 原点对称

6. 函数 $y = 2^{x+1} (x > 0)$ 的反函数是 ()

A. $y = \log_2 \frac{1}{x-1}, x \in (1, 2)$ B. $y = -\log_2 \frac{1}{x-1}, x \in (1, 2)$

C. $y = \log_2 \frac{1}{x-1}, x \in (1, 2]$ D. $y = -\log_2 \frac{1}{x-1}, x \in (1, 2]$

7. 函数 $y = -\sqrt{1-x} (x \leq 1)$ 的反函数是 ()

A. $y = x^2 - 1 (-1 \leq x \leq 0)$ B. $y = x^2 - 1 (0 \leq x \leq 1)$

C. $y = 1 - x^2 (x \leq 0)$ D. $y = 1 - x^2 (0 \leq x \leq 1)$

8. 若函数 $y = f(x)$ 的反函数是 $y = g(x)$, $f(a) = b, ab \neq 0$, 则 $g(b)$ 等于 ()

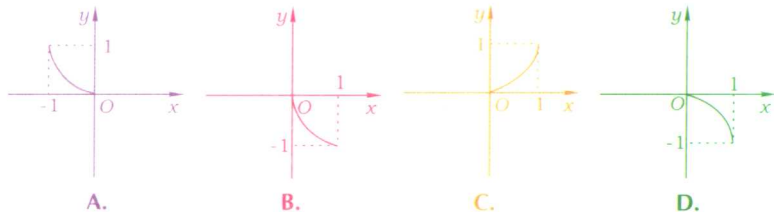
A. a B. a^{-1} C. b D. b^{-1}

9. 函数 $f(x) = \frac{1}{x} (x \neq 0)$ 的反函数 $f^{-1}(x) = ()$

A. $x (x \neq 0)$ B. $\frac{1}{x} (x \neq 0)$ C. $-x (x \neq 0)$ D. $-\frac{1}{x} (x \neq 0)$

10. 设函数 $f(x) = 1 - \sqrt{1-x^2} (-1 \leq x \leq 0)$, 则函数 $y = f^{-1}(x)$ 的图像是 ()





●第10题图



三、函数的解析式、定义域、值域、图像



填空题

1

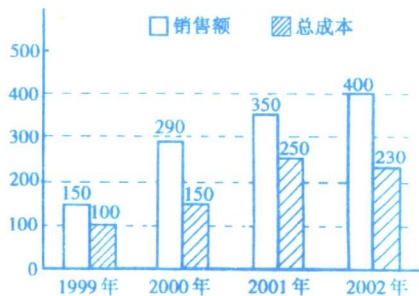
1.如图是某企业几年来关于生产销售的一张统计图表,关于该企业近几年的销售情况,有以下几种说法:

①这几年该企业的利润逐年提高;(注:利润=销售额-总成本);

②1999年至2000年是该企业销售额增长最快的一年;

③2000年至2001年是该企业销售额增长最慢的一年;

④2001年至2002年该企业销售额增长最慢,但由于总成本有所下降,因而2002年该企业的利润比上一年仍有所增长.



●第1题图

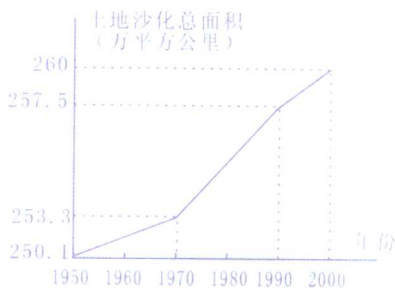
其中说法正确的是_____(注:把你认为是正确说法的序号都填上)

2.函数 $y = \frac{1}{\sqrt{3-2x-x^2}}$ 的定义域为_____.

3.设函数 $f(x) = \begin{cases} 2^x, & x \in (-\infty, 1] \\ \log_8 x, & x \in (1, +\infty) \end{cases}$

则满足 $f(x) = \frac{1}{4}$ 的 x 值为_____.

4.据报道,我国目前已成为世界上受荒漠化危害最严重的国家之一.下图表示我国土地沙化总面积的上个世纪五六十年代、七八十年代、九十年代的变化情况.由图中的相关信息,可将上述有关年代中,我国年平均土地沙化



●第4题图



面积在下图中图示为_____.

5. 函数 $y = \log_2 \frac{2x-1}{3-x}$ 的定义域为_____.

选择题

2

1. 已知 $f(x^5) = \lg x$, 则 $f(2) =$ ()

- A. $\lg 2$ B. $\lg 32$ C. $\lg \frac{1}{32}$ D. $\frac{1}{5} \lg 2$

2. 函数 $f(x) = |x|$ 和 $g(x) = x(2-x)$ 的递增区间依次是 ()

- A. $(-\infty, 0], (-\infty, 1]$ B. $(-\infty, 0], [1, +\infty)$
 C. $[0, +\infty), (-\infty, 1]$ D. $[0, +\infty), [1, +\infty)$

3. 函数 $f(x) = \log_3 x + 2 (x > 9)$, 则 $f(x)$ 的值域是 ()

- A. $(2, +\infty)$ B. $(3, +\infty)$ C. $(4, +\infty)$ D. $[4, +\infty)$

4. 函数 $y = x^2 - 2x$ 的定义域为 $\{0, 1, 2, 3\}$, 那么其值域为 ()

- A. $\{-1, 0, 3\}$ B. $\{0, 1, 2, 3\}$ C. $\{y \mid -1 \leq y \leq 3\}$ D. $\{y \mid 0 \leq y \leq 3\}$

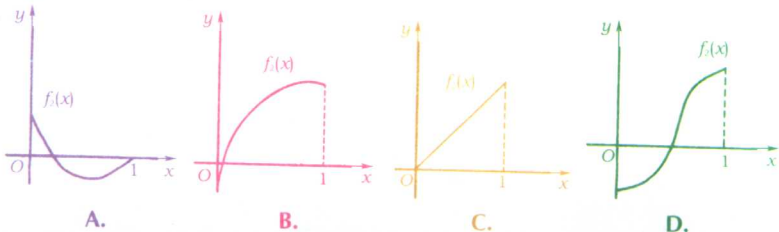
5. 将函数 $y = \frac{3}{x+a}$ 的图像 C 向左平移一个单位后, 得到 $y = f(x)$ 的图像 C_1 , 若曲线 C_1 关于原点对称, 那么实数 a 的值为 ()

- A. 1 B. -1 C. 0 D. -3

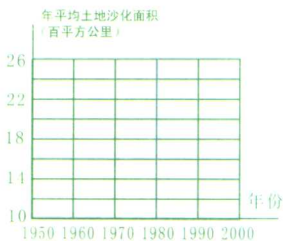
6. 函数 $y = \frac{2}{x-1}$ 的定义域是 $(-\infty, 1) \cup [2, 5)$, 则其值域是 ()

- A. $(-\infty, 0) \cup (\frac{1}{2}, 2]$ B. $(-\infty, 2]$
 C. $(-\infty, \frac{1}{2}) \cup [2, +\infty)$ D. $(0, +\infty)$

7. 如图所示, $f_i(x) (i=1, 2, 3, 4)$ 是定义在 $[0, 1]$ 上的四个函数, 其中满足性质“对 $[0, 1]$ 中任意的 x_1 和 x_2 , 任意 $\lambda \in [0, 1], f[\lambda x_1 + (1-\lambda)x_2] \leq \lambda f(x_1) + (1-\lambda)f(x_2)$ 恒成立”的只有 ()



● 第7题图

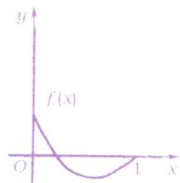


● 第4题图

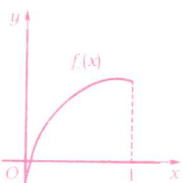


A. $f_1(x), f_3(x)$ B. $f_2(x)$ C. $f_2(x), f_3(x)$ D. $f_4(x)$

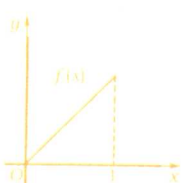
8. 如图所示, $f_1(x), f_2(x), f_3(x), f_4(x)$ 是定义在 $[0, 1]$ 上的四个函数, 其中满足性质“对 $[0, 1]$ 中任意的 x_1 和 $x_2, \sqrt{\frac{x_1+x_2}{2}} \leq \frac{1}{2} [f(x_1)+f(x_2)]$ 恒成立”的只有 ()



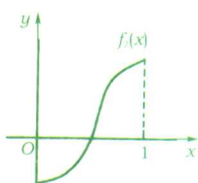
A.



B.



C.



D.

● 第 8 题图

A. $f_1(x), f_3(x)$ B. $f_2(x)$ C. $f_2(x), f_3(x)$ D. $f_4(x)$

9. 据 2002 年 3 月 5 日九届人大五次会议《政府工作报告》：“2001 年国内生产总值达到 95933 亿元, 比上年增长 7.3%.” 如果“十五”期间(2001 年—2005 年)每年的国内生产总值都按此年增长率增长, 那么到“十五”末我国国内生产总值约为 ()

A. 115000 亿元 B. 120000 亿元 C. 127000 亿元 D. 135000 亿元

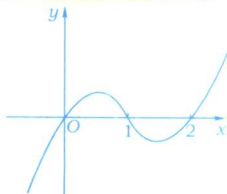
10. 《中华人民共和国个人所得税法》规定, 公民全月工资、薪金所得不超过 800 元的部分不必纳税, 超过 800 元的部分为全月应纳税所得额. 此项税款按下表分段累进计算:

全月应纳税所得额	税率
不超过 500 元的部分	5%
超过 500 元至 2000 元的部分	10%
超过 2000 元至 5000 元的部分	15%
.....	...

某人一月份应交纳此项税款 26.78 元, 则他的当月工资、薪金所得介于 ()

A. 800~900 元 B. 900~1200 元 C. 1200~1500 元 D. 1500~2800 元

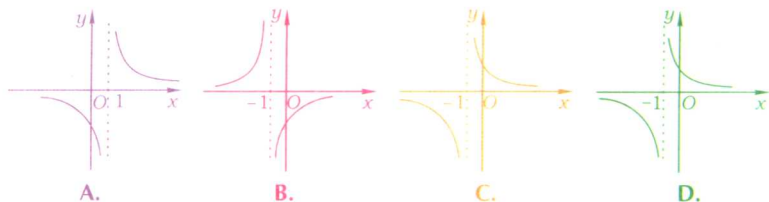
11. 已知函数 $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ 的图像如下图, 则 ()

A. $b \in (-\infty, 0)$ B. $b \in (0, 1)$ C. $b \in (1, 2)$ D. $b \in (2, +\infty)$ 

● 第 11 题图

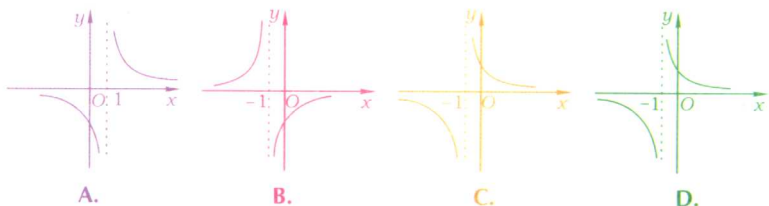
12. 函数 $y = -\frac{1}{x+1}$ 的图像是 ()





● 第 12 题图

13. 函数 $y = \frac{1}{x+1}$ 的图像是 ()



● 第 13 题图



四、函数的奇偶性、单调性、周期性



填空题

1

1. 函数 $f(x) = \lg(1+x^2)$, $g(x) = \begin{cases} x+2, & x < -1, \\ 0, & |x| \leq 1, \\ -x+2, & x > 1, \end{cases} h(x) = \tan 2x$ 中, _____ 是偶函数.

2. 函数 $f(x) = \lg(1+x^2)$, $g(x) = 2-|x|$, $h(x) = \tan 2x$ 中, _____ 是偶函数.

3. 若存在常数 $p > 0$, 使得函数 $f(x)$ 满足 $f(px) = f\left(px - \frac{p}{2}\right)$ ($x \in \mathbf{R}$), 则 $f(x)$ 的一个正周期为 _____.

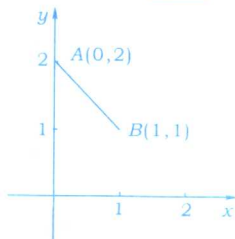
4. 若函数 $y = x^2 + (a+2)x + 3$, $x \in [a, b]$ 的图像关于直线 $x=1$ 对称, 则 $b =$ _____.

5. 设 $f(x)$ 是定义在 \mathbf{R} 上的奇函数. 若当 $x \geq 0$ 时, $f(x) = \log_2(1+x)$, 则 $f(-2) =$ _____.

6. 设函数 $f(x)$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 内有定义, 下列函数:

① $y = -|f(x)|$; ② $y = xf(x^2)$; ③ $y = -f(-x)$; ④ $y = f(x) - f(-x)$ 中必为奇函数的有 _____ . (要求填写正确答案的序号)

7. 设函数 $y = f(x)$ 是最小正周期为 2 的偶函数, 它



● 第 7 题图





在区间 $[0, 1]$ 上的图像为如图所示的线段 AB , 则在区间 $[1, 2]$ 上, $f(x) = \underline{\hspace{2cm}}$. ②

选择题

1. 函数 $f(x)$ 是定义域为 \mathbf{R} 的偶函数, 又是以 2 为周期的周期函数. 若 $f(x)$ 在 $[-1, 0]$ 上是减函数, 那么 $f(x)$ 在 $[2, 3]$ 上是 ()

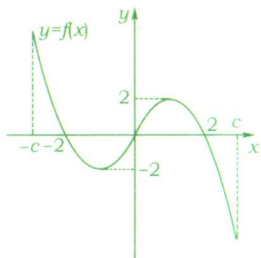
- A. 增函数 B. 减函数 C. 先增后减的函数 D. 先减后增的函数

2. 函数 $f(x) = \frac{1}{1-x(1-x)}$ 的最大值是 ()

- A. $\frac{4}{5}$ B. $\frac{4}{5}$ C. $\frac{3}{4}$ D. $\frac{4}{3}$

3. $f(x)$ 是定义在区间 $[-c, c]$ 上的奇函数. 其图像如图所示. 令 $g(x) = af(x) + b$, 则下列关于函数 $g(x)$ 的叙述正确的是 ()

- A. 若 $a < 0$, 则函数 $g(x)$ 的图像关于原点对称
 B. 若 $a = 1, 0 < b < 2$, 则方程 $g(x) = 0$ 有大于 2 的实根
 C. 若 $a = -2, b = 0$, 则函数 $g(x)$ 的图像关于 y 轴对称
 D. 若 $a \neq 0, b = 2$, 则方程 $g(x) = 0$ 有三个实根



● 第 3 题图

4. 与曲线 $y = \frac{1}{x-1}$ 关于原点对称的曲线为 ()

- A. $y = \frac{1}{1+x}$ B. $y = -\frac{1}{1+x}$
 C. $y = \frac{1}{1-x}$ D. $y = -\frac{1}{1-x}$

5. 函数 $f(x) = x|x+a| + b$ 是奇函数的充要条件是 ()

- A. $ab = 0$ B. $a^2 + b^2 = 0$ C. $a = b$ D. $a + b = 0$

6. 函数 $y = 1 - \frac{1}{x-1}$ ()

- A. 在 $(-1, +\infty)$ 内单调递增 B. 在 $(-1, +\infty)$ 内单调递减
 C. 在 $(1, +\infty)$ 内单调递增 D. 在 $(1, +\infty)$ 内单调递减

7. 已知奇函数 $f(x), g(x), f(x) > 0$ 的解集为 (a^2, b) , $g(x) > 0$ 的解集为 $(\frac{a^2}{2}, \frac{b}{2})$, 则 $f(x)g(x) > 0$ 的解集是 ()

- A. $(\frac{a^2}{2}, \frac{b}{2})$ B. $(-b^2, -a^2)$
 C. $(\frac{a^2}{2}, \frac{b}{2}) \cup (-\frac{b}{2}, -a^2)$ D. $(\frac{a^2}{2}, \frac{b}{2}) \cup (-b^2, -a^2)$

8. 设 $f(x), g(x)$ 都是单调函数, 有如下四个命题:

- ① 若 $f(x)$ 单调递增, $g(x)$ 单调递增, 则 $f(x) - g(x)$ 单调递增;
 ② 若 $f(x)$ 单调递增, $g(x)$ 单调递减, 则 $f(x) - g(x)$ 单调递增;



③ 若 $f(x)$ 单调递减, $g(x)$ 单调递增, 则 $f(x)-g(x)$ 单调递减;

④ 若 $f(x)$ 单调递减, $g(x)$ 单调递减, 则 $f(x)-g(x)$ 单调递减;

其中, 正确的命题是()

A. 1, 3

B. 1, 4

C. 2, 3

D. 2, 4

9. 定义在区间 $(-\infty, +\infty)$ 的奇函数 $f(x)$ 为增函数; 偶函数 $g(x)$ 在区间 $[0, +\infty]$ 的图像与 $f(x)$ 的图像重合. 设 $a > b > 0$, 给出下列不等式:

① $f(b)-f(-a) > g(a)-g(-b)$;

② $f(b)-f(-a) < g(a)-g(-b)$;

③ $f(a)-f(-b) > g(b)-g(-a)$;

④ $f(a)-f(-b) < g(b)-g(-a)$.

其中成立的是()

A. 1 与 4

B. 2 与 3

C. 1 与 3

D. 2 与 4

10. 设函数 $y=f(x)$ 定义在实数集上, 则函数 $y=f(x-1)$ 与 $y=f(1-x)$ 的图像关于()

A. 直线 $y=0$ 对称

B. 直线 $x=0$ 对称

C. 直线 $y=1$ 对称

D. 直线 $x=1$ 对称

11. 设 $f(x)$ 是 $(-\infty, +\infty)$ 上的奇函数, $f(x+2)=-f(x)$, 当 $0 \leq x \leq 1$ 时, $f(x)=x$, 则 $f(7.5)$ 等于()

A. 0.5

B. -0.5

C. 1.5

D. -1.5

12. 定义在 $(-\infty, +\infty)$ 上的任意函数 $f(x)$ 都可以表示成一个奇函数 $g(x)$ 和一个偶函数 $h(x)$ 之和. 如果 $f(x)=\lg(10^x+1)$, $x \in (-\infty, +\infty)$, 那么()

A. $g(x)=x, h(x)=\lg(10^x+10^{-x}+2)$

B. $g(x)=\frac{1}{2}[\lg(10^x+1)+x], h(x)=\frac{1}{2}[\lg(10^x+1)-x]$

C. $g(x)=\frac{x}{2}, h(x)=\lg(10^x+1)-\frac{x}{2}$

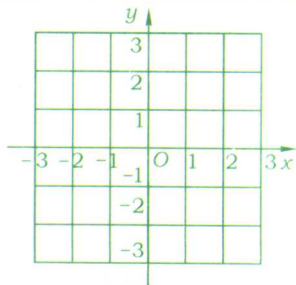
D. $g(x)=-\frac{x}{2}, h(x)=\lg(10^x+1)+\frac{x}{2}$

解答题

1. 设函数 $f(x)=\frac{x+a}{x+b}$ ($a > b > 0$), 求 $f(x)$ 的单调区间, 并证明 $f(x)$ 在其单调区间上的单调性.

2. 设 $f(x)$ 为定义在 \mathbf{R} 上的偶函数, 当 $x \leq -1$ 时, $y=f(x)$ 的图像是经过点 $(-2, 0)$, 斜率为 1 的射线. 又在 $y=f(x)$ 的图像中有一部分是顶点在 $(0, 2)$, 且过点 $(-1, 1)$ 的一段抛物线.

试写出函数 $f(x)$ 的表达式, 并作出其图像.



● 第 2 题图



