高等学校教学用書

理論力学教程

上　册

И. М. 伏龍科夫著

高等教育出版社

高等學校教學用書



理論力學教程

上册

И. М. 伏龍科夫著
哈爾濱工業大學理論力學教研室譯

高等教育出版社

本書係根據蘇聯國立技術理論書籍出版社（Государственное издательство технико-теоретической литературы）出版的伏龍科夫（И. М. Воронков）著的“理論力學教程”（Курс теоретической механики）第三版譯出。原書經蘇聯高等教育部審定爲高等工業學校用教科書。

本書分上下兩册出版。上册包括靜力學和運動力學部分，下册是動力學部分。

本書由哈爾濱工業大學理論力學教研室翻譯。參加翻譯和校對工作的有呂蔑烈、童秉綱、談開孚、黃文虎、陶城、吳瑤華、尹昌言、李國福等同志。

理論力学教程

上册

И. М. 伏龍科夫著

哈尔濱工業大学理論力学教研室譯

高等教育出版社出版

北京琉璃廠一七〇号

（北京市書刊出版業營業許可証出字第〇五四号）

京華印書局印刷　新華書店总經售

書号:13010·87　開本 850×1168 1/32　印張 9 13/16　字數 258,000

一九五五年一月北京新一版

一九五六年六月北京第五次印刷

印數 32,001—55,000　定價(7) 1.00

上冊目錄

緒論……1

靜力學

第一章 靜力學的基本概念以及公理……7

§1 剛體的概念 質點……7
§2 力的概念……8
§3 靜力學的基本定義以及公理……11
§4 約束以及約束反作用力……14

第二章 匯交力……17

§5 作用於一點之力的合成……17
§6 力之分解……21
§7 向量在軸上的投影……23
§8 向量和無向量的相乘 單位向量……27
§9 向量沿座標軸的分解……28
§10 力之合成的解析法……30
§11 匯交力系的平衡……34
§12 力對於點之矩 槓桿平衡的條件……40

第三章 平行力……45

§13 兩平行力的合成……45
§14 分解已知力爲和它平行的兩力……47
§15 若干平行力的合成 平行力系中心……50
§16 槓桿在平行力系作用下的平衡……56

第四章 力偶理論……60

§17 力偶矩……60
§18 力偶的互等 力偶矩是向量……61
§19 力偶的合成……66

第五章 平面力系……70
§20 力對於點之矩……70
§21 平面力系向已知點的簡化……71
§22 平面力系的合力 伐里囊定理……74
§23 平面力系簡化爲一力偶的情形……76
§24 平面力系平衡的條件……77
§25 作用於物體的力在同一平面內時靜力學題解舉例……77
§26 平面平行力系的平衡……85
§27 靜不定問題的概念……86
§28 幾個物體組成之系統的平衡……87
第六章 摩擦力……91
§29 滑動摩擦……91
§30 滾動摩擦……98
第七章 圖解靜力學基本知識……101
§31 同平面內諸力的合成 平面力系平衡的圖解條件……101
§32 分解已知力爲和它平行的兩力……107
§33 求平行力系中心的圖解法……109
§34 靜力學平面問題中求反作用力的圖解法……109
第八章 桁架……112
§35 桁架的概念 桁架計算問題……112
§36 節點截割法……115
§37 克林蒙那——馬克斯維爾法……118
§38 李特爾法……123
第九章 空間力系……128
§39 力對於軸之矩……128
§40 力對於座標軸之矩的公式……130
§41 力對於點之矩是向量……132
§42 力對於已知點之矩與對於通過此點的軸之矩間的關係……133
§43 兩向量的有向積……134
§44 以有向積表示力對於點之矩的公式……137
§45 向已知中心簡化空間力系 主向量和主矩……139

§ 46 空間力系的合力…… 143
§ 47 力系簡化成爲一力偶的情形…… 144
§ 48 力系簡化爲力螺旋 力系的不變量…… 144
§ 49 伐里囊定理…… 147
§ 50 空間力系平衡的條件…… 147
§ 51 非自由物體的平衡…… 149

第十章 重心…… 156

§ 52 重心座標的普遍公式…… 156
§ 53 對稱物體之重心的位置…… 158
§ 54 古里頓定理…… 159
§ 55 幾種簡單物體與圖形之重心…… 162
§ 56 複雜形狀物體和圖形之重心的求法…… 167
§ 57 平面圖形之重心的圖解求法…… 170

運 動 學

第十一章 點的直線運動…… 173

§ 58 導言…… 173
§ 59 運動方程式和運動圖…… 174
§ 60 點的等速運動…… 177
§ 61 變速運動的速度…… 181
§ 62 根據點速度變化的已知規律求該點所經路程…… 186
§ 63 直線運動的加速度 等變速運動…… 188

第十二章 點的曲線運動…… 193

§ 64 點的運動方程式…… 193
§ 65 變向量的微分 向量導數的性質…… 195
§ 66 曲線運動的速度…… 198
§ 67 曲線運動中的加速度…… 199
§ 68 根據以直角座標表示的點運動方程式求速度和加速度…… 201
§ 69 曲線的曲率和曲率半徑的概念 自然座標軸…… 206
§ 70 加速度在自然軸上的投影 切向加速度和法向加速度…… 208

第十三章 剛體運動的基本種類…… 218

§71 移動…… 218
§72 剛體繞固定軸的轉動…… 219
§73 角速度是向量 以有向積表示線速度切向加速度和法向加速度 227
第十四章 點的複合運動…… 232
§74 點的相對速度和牽連速度 點的相對運動方程式…… 232
§75 速度合成定理…… 234
§76 加速度的合成 哥黎奧利斯定理…… 238
第十五章 剛體的平面運動…… 248
§77 剛體平面運動的方程式…… 248
§78 平面運動分解爲移動和轉動…… 249
§79 圖形內各點速度的求法 瞬時轉動中心…… 251
§80 速度圖解…… 255
§81 布安索定理…… 259
§82 平面圖形內各點的加速度 瞬時加速度中心…… 264
§83 平面圖形運動的解析法研究…… 270
第十六章 剛體繞固定點的轉動
普遍情形下自由剛體的運動…… 275
§84 具有一固定點之剛體運動的方程式…… 275
§85 達朗培爾—歐拉定理 剛體的瞬時轉動軸…… 276
§86 繞一固定點轉動的剛體內速度和加速度的分佈…… 279
§87 在普遍情形下自由剛體的運動方程式 剛體運動分解爲移動和轉動…… 287
§88 在運動的普遍情形下剛體內速度和加速度的分佈…… 289
第十七章 剛體運動的合成…… 292
§89 移動的合成…… 292
§90 轉動和垂直於轉動軸之移動的合成…… 292
§91 螺旋運動…… 293
§92 轉動和不垂直於轉動軸之移動的合成…… 295
§93 兩個繞平行軸之轉動的合成…… 296
§94 兩個繞相交軸之轉動的合成…… 301

緒　論

理論力學是研究物體運動規律的科學㊀。根據恩格斯，如若運動按其廣義理解爲一般的變化時，它是物質不可分割的屬性，因此它包羅了發生在宇宙中的一切現象。

從這一觀點來看，被理解爲物質之運動的，不僅有**機械運動**——物質在空間的位變（剛體的運動、液體和氣態物質的運動）——而且還有熱（分子運動）、化學變化（原子與電子的運動）、電磁現象、以至我們的知覺與思維。當然，在物質運動的所有這些形態之間，存在着很大的本質上的區別。如若運動的一種形態比另一種形態愈是複雜，它們之間本質上的區別愈是顯著了，則運動的這些不同形態的描寫和研究方法的區別也愈大。

理論力學研究運動的最簡單形態——機械運動，即物體在空間的位變。但由於這種運動是我們隨時可以在周圍見到的，那末這門科學對整個自然科學起着怎樣巨大的作用，是可以想見的。

因此，研究理論力學首先有着很重要的普通常識的教育意義；研究運動的一般規律，使我們懂得在包圍着我們的宇宙裏所發生的許多現象。此外，因爲在各種建築工程中、在機械設計中、以及在其他方面，所有的工程設計都以理論力學的規律爲基礎，所以理論力學在工程技術中意義的重要，是無可置疑的。

㊀ 因爲當物體上所有各點的速度爲等於零時，物體的靜止（相對的）可認爲是運動的特殊情形。所以物體靜止條件的研究也包括在理論力學的問題內。

現在，在蘇聯社會主義建設的時代，在技術的高速發展中，在新生產的組織與掌握中，在伴隨而來的複雜的新技術問題需要得到解決時，對工程師來說，理論力學的意義和作用是隨之而日益增大了。理論力學的方法以及和它有關的高深的數學分析的方法在愈來愈多地貫澈到技術中去。沒有切實的和足够廣泛的理論力學知識就不可能成爲有學識的工程師。

力學發展的歷史過程說明了這門科學的發生和發展是有賴於技術的。在力學的歷史過程中，也許比在任何其他科學的歷史過程中更好地證明着恩格斯的話："科學之有賴於生產，更甚於生產之有賴於科學"。

力學是最古老的科學之一。我們現在稱爲"簡單機械"的那些機械裝置，在很古的時代人們就已經知道了。偉大工程的建設，如著名的古埃及金字塔，需要有着把巨大的重物（大石塊）提升得很高以及作長距離搬運的本領。而在那時，建築者們已經利用槓桿、滑車以及斜面。爲了把石塊從採地運到指定的地方，起初使用了小橇，後來還使用了滾子，由滾子的應用進一步到利用輪子製造"四輪車"。但從純粹的經驗知識、從某些簡單機械裝置的實際應用到力學普遍定律的建立，人類當然還需要經歷久而長的路程。根據古代著作家的記載，首先從事於滑車之理論研究的人是阿爾希德·塔連斯基（公元前五世紀），但他的著作到現在已經失傳。最先提出槓桿平衡問題的人也許就是著名的希臘哲學家阿里斯多德（公元前 384 年—322 年），但他沒有對這問題作出科學的解答。這問題是直到阿基米德（公元前 287 年—212 年）才正確地用普遍的形式來解決的。此外阿基米德還解決了力學的許多其他問題。理論力學，主要是靜力學，即關於力以及物體平衡問題的學問，它成爲一門嚴密的科學，可以認爲是由阿基米德奠基的。

中世紀時的特徵是：和其他的自然科學領域一樣，力學的發展，差不多也完全停頓了；這說明在封建制度下之社會關係的特性。然而也

需說明：在這時期，有名的“永動機”製造的嘗試（所謂永動機，即毋需消耗外界能量的原動機），在一定程度上也促成了關於機械之觀念的發展。

僅從文藝復興時代起（從十五世紀起），當商業資本開始發達的時候，商業與技術開始有了空前的繁榮，同時力學也隨之而有了空前的發展。隨着商業的迅速擴大，因而道路建築的發展、城市給水的水管建築、江船海船的建造、航海事業與軍事的發展都向科學提出了新的刻不容緩的任務。

著名的意大利藝術家、物理學家及工程師遼納多·達·芬奇（1452年—1519年）在機械理論方面做了一系列的研究，他又研究了機器中的摩擦和物體沿斜面的運動；他由滑車上力之平衡問題的研究而確定：由滑車固定點引向繩索的垂線的長度，在滑車中起了力臂的作用；又當作用於滑車上兩力各與其相應垂線長度的乘積彼此相等時，滑車就平衡。這樣，在力學中導入了力矩的概念，後來這概念由法國科學家伐里囊（1654年—1722年）更加以普遍化。荷蘭物理學家斯蒂芬（1548年—1620年）由研究物體在斜面上的平衡，得出力之合成與分解定律，即力的平行四邊形規則。所有這些結果都是在平衡學說領域內——即靜力學以內的。

遼·達·芬奇以後不久，大科學家尼古拉·哥白尼（1473年—1543年）創立了太陽中心說，它推翻了托勒密的地球中心說，在科學界引起了宇宙觀的大革命。由於哥白尼的發現，加上當時的天文學家們無數次的觀測，刻卜勒（1571年—1630年）得出著名的行星運行三大定律，這三定律後來又成爲牛頓的萬有引力的基礎。在哥白尼以後，伽利略（1564年—1642年）的發現奠立了動力學（即研究物體運動的學問）的基礎。在伽利略以前，一直是根據阿里斯多德的觀點，以爲落體速度與其重量成比例。伽利略觀察了落體運動以及物體沿斜面的運動，根據這些實驗和觀察 他第一個提出落體在眞空中運動的眞正定律，按照

這定律，物體所經路程與時間的平方成比例。此外，伽利略並引入加速度的概念、等加速運動的概念，並確定落體的加速度是一與落體重量無關的常數，因而發現了物體基本性質之一的慣性。伽利略動力學方面之研究的繼承者是荷蘭物理學家惠更斯（1629年—1695年）。惠更斯創立了擺的理論，這在時間的準確測量上有着頭等重要的意義，他又把伽利略所創立的加速度的概念加以普遍化，又在動力學中引入了離心力的概念。

在槍砲發明以後向前邁進了一大步的軍事問題，在動力學的發展史中起了極其重要的作用。砲彈眞正彈道及射程的決定、大砲的反座現象、空氣阻力對砲彈運動的影響等等——所有這些問題都已經需要動力學領域內的更豐富的知識。

伽利略認爲砲彈的運動，是由兩個運動——水平方向的等速運動和鉛垂向下的等加速運動——合成的，於是他發現砲彈的眞正軌跡（在眞空中）是拋物線。

奠立動力學基礎的工作，自伽利略開始以後，由偉大的英國科學家伊薩克·牛頓（1643年—1727年）所完成。在其有名的著作"自然哲學的數學原理"㊀（出版於1687年。在蘇聯有有阿·尼·克雷洛夫院士的俄文譯本。）一書中，牛頓已經建立了幾乎已成爲定型的**古典力學**的基本定律；而從這些定律出發，他給動力學做了有系統的和有層次的敍述，使它成爲一門建立在實驗和觀察的結果、以及這些結果的數學分析之上的嚴密的科學。除了建立了動力學的基本定律以外，牛頓還解決了力學和數學上許多新的問題，還有物理學領域內的重要發現，而他的萬有引力定律的發現，更創立了所謂天體力學，即天文學中研究行星運行的一部分；天體力學的發展反過來又給理論力學在其後的發展中以極大的影響。

自從萊伯尼茲和牛頓發明了數學分析的新方法（微積分方法）以

㊀ 這書有中文譯本：鄒太朴譯——本書譯者註。

後，在十八世紀，理論力學上出現了輝煌的成就。偉大的數學家、俄國科學院院士遼納多·歐拉（1707年—1783年）創立了解決力學問題的新的解析方法。法國科學家達朗培爾（1717年—1783年）在其"動力學論文"中，提出了解決動力學問題的新的普遍原理，即力學中著名的達朗培爾原理。力學中解析法的最巨大進展爲勒格朗日（1736年—1813年）的貢獻，他從一個普遍的原理——虛位移原理——出發，建立了整個力學的純解析的敍述㊀。虛位移原理在勒格朗日以前，約翰·柏努利就已提出來了，但勒格朗日則建立了這原理的普遍形式及其數學的推演與發揮。在此後，力學中解析法的發展，在十八世紀下半世紀和在十九世紀，有出色的法國科學家拉普拉斯和泊桑，以及偉大的德國數學家高斯和耶科比等等。

在十九世紀中葉，由於技術的飛速發展，適合實用需要的**工程力學**也開始發展了。二十世紀標誌着彈性力學和流體力學、氣體動力學方面的巨大成就，這發展一方面是由於現代航空的發展，另一方面則是由於工業建設的發展。在這一些科學領域內，應當提出我們的科學家們：不愧被譽稱爲"俄羅斯航空之父"的尼·葉·茹可夫斯基教授（1847年—1921年）、以及院士薛·阿·查普雷根、阿·尼·克雷洛夫和薄·格·伽遼爾金等人鉅大的成就。

由於十九世紀末葉和二十世紀初葉物理學的光輝成就，在本世紀二十年代，在愛耳潑脫·愛因斯坦的相對論原理基礎上，產生了新的所謂**相對論力學**。愛因斯坦的力學帶來了古典力學基本定律的根本變革，否定了古典力學中所採用的絕對空間、絕對時間的概念和運動物體的質量與其速度無關的概念。雖則愛因斯坦的力學在科學發展中是跨進了新的巨大的一步，然而必須強調指出，古典力學仍然沒有喪失它的意義，而直到今日，不僅在工程方面，如上所述，所有計算都以古典力學

㊀ 這書有俄文譯本：Лагранж，"Аналитин скаямеханика"，1938年印；勒格朗日："解析力學"。

的定律爲根據，而且，即使在天文學中和物理學中的某些部分也是這樣。計算證明，根據相對論力學定律和伽利略——牛頓力學定理所得的結果，祇有當運動速度極大，接近於光速（300000 公里/秒）時，彼此間方有顯著的差別。而在小於光速很多的通常速度下，這差別異常之小，在實用上完全可以略去不計，所以在這些情形下，應當應用更爲簡單的古典力學的定律和公式。

理論力學通常分爲三部分：靜力學、運動學和動力學。

靜力學是研究作用在機械系統上的，力之平衡的學問。

運動學研究機械系統的運動，但這運動祇是從幾何觀點來研究，而不考慮作用於系統上的力。

動力學的對象是在受力作用的關係上研究機械系統的運動。

此外，按照機械系統的性質，理論力學又區分爲：1）絕對剛體力學（或所謂不變形系統的力學）；2）變形固體力學（彈性力學、塑性力學）；3）流體——氣體力學，即液體與氣態物體的力學。

在本書前兩部分中（在靜力學和運動學中）祇研究絕對剛體的力學；在第三部分中（在動力學中）將研究變形的質點系統的運動，特別是研究不變形系統的運動，即絕對剛體的運動。

靜 力 學

第一章 靜力學的基本概念以及公理

§1 剛體的概念 質點

本理論力學教程的第一部分——剛體靜力學——是研究作用於剛體上力之平衡的學問。在靜力學中研究以下兩個主要問題：1）將作用於剛體上之已知力系代換爲另一與之互等的力系，及 2）剛體在外力作用下處於靜止狀態的一般條件的推導（作用於剛體上之力的平衡條件）。

因此，在研究靜力學時，經常所碰到的基本概念爲剛體的概念與力的概念。

在靜力學中，當講到物體之靜止時，係指**相對**的靜止，即：當所研究的物體與**周圍的物體相對地**保持靜止（例如相對於地球）時的情形。

必須指出：在靜力學中固體被視爲**絕對剛體**，如物體中各點間的距離在任何情形下都保持不變，則這種物體稱爲絕對剛體；換句話說，絕對剛體永遠保持它本身的幾何形狀（不變形）。而實際上，由經驗所知，絕對剛體並不存在。在任何剛體中，我們總是可以在相當的條件下看到或多或少的變形。例如，放在兩支座上的鋼樑在荷重作用下發生彎曲形變；又如取一金屬桿，以一端鉛垂地固定在天花板上，而另端懸掛一重物，則此時桿的長度將有少許增加；在這種情形下所見到的是伸長形變。

但是在以後的講述中，我們仍舊把物體看成絕對剛體。這點可用下面的理由來說明：1）如果和實際上常有的情形一樣，剛體的形變不大，則這形變在初步近似的情形下可以略去不計；2）把所研究的剛體

看成絕對剛體，會大大地簡化了力對物體之作用以及力所處的平衡條件這問題的研究。只有在研究過絕對剛體靜力學以後，才能進一步研究關於變形體平衡之更複雜的問題（在材料力學課程中）。

可是，爲了剛體靜力學的順利研究，這種簡化雖然是足够了，而在動力學中，甚至像絕對剛體這樣簡化了的模型之運動的研究還遠遠不是一個簡單的問題。因此動力學的研究必須從更簡單的客觀實體、即從所謂**質點**之運動的研究開始。

在理論力學中，質點這個名詞應理解爲**沿任何方向之度量均爲極小**的物體。但與此同時又假定質點的質量，也就是說它的重量，仍有一定的大小。

在理論力學中，有時甚至是有一定度量的物體也被看作質點；當在某一問題的條件中，物體的度量不起實際作用時，就可以這樣做。例如在關於行星繞太陽運動的問題中，行星被看作質點，因爲比起它們與太陽間的距離，它們的度量是太小了。

如若已知各質點間多少有些聯繫，使其中每一個點都不能離開其他的質點而單獨運動，則這些質點就組成了質點的**機械系統**，或簡稱爲系。如在已知系的運動中，各質點間之距離都保持不變，則這種系稱爲不變系。因此在理論力學中，絕對剛體常被看成爲不變質點系。

§2 力的概念

力的概念是力學基本概念之一。從日常的經驗與觀察中我們體會出這個概念。我們常常看到：周圍的物體在改變着它本身的運動狀態，即：看到的不僅是該物體在空間的位置在改變，並且還看到它的速度在改變。例如，物體起初處於靜止狀態，而在某一瞬時開始運動；物體在向地面落下時，它的速度逐漸增加；車廂制動時，它的速度逐漸減小，而當它停止時，速度變爲零；運動的物體的速度通常不僅在大小上改變，並且還在方向上改變。物體速度的這種改變，其原因究何在？觀察的結

果是:這些原因就在於其他物體對此物體的作用。

一物體對另一物體的作用,其結果使該物體發生運動狀態的改變,這種作用在力學中稱爲作用於此物體的力。例如,地球對每個物體的作用,其結果使物體向地面落下,這種作用稱爲地心引力或重力;蒸氣在膨脹時推動蒸氣機的活塞,此時在活塞上作用了蒸氣的壓力,等等。

力的概念最初是由於人在推動某一物體時,例如在舉起重物或拋擲石子時,由於筋肉緊張收縮的感覺而產生的。

恩格斯在分析力的概念時,強調在宇宙中力不是作爲物質以外、與物質的運動無連繫的特殊因素而存在的。他指出:力的概念是在人們觀察互相作用之物體的運動在改變時,在觀察"運動從一個物體傳遞到另一個物體"時得到的。

正如剛才所指出的,在我們周圍的現實環境中會碰到各種不同的力:重力、蒸氣壓力、帶電體的引力與斥力等等。在理論力學中力的物理的本源並不起重要的作用,因爲在這裏我們只研究作用於已知物體之力所產生的效果,這種效果與力的物理的本源無關。

由實驗所知:力對於已知物體的作用——由於它而引起該物體運動狀態的改變——完全決定於下面三個因素:1)力的作用點,2)力的方向以及3)力的大小或它的強度。

力的作用點是力所直接作用之物體的部分,是一個點(由於此力從另一物體直接傳遞運動)。力的方向應理解爲在這力作用下,靜止質點所獲得之運動的方向。力所順沿的線稱爲這力的作用線。

用靜力學方法測定力的大小,所指是將該力和某一被定爲單位力的比較。在工程單位制中力的單位定爲1公斤,因此每一力的數值的大小都用公斤計算。以靜力學方法測定力的大小所採用的特種儀器稱爲測力計。最簡單的一種測力計就是普通的彈簧秤,它的效用以彈簧伸縮的原理爲根據,因爲在相等大小的力的作用下,彈簧產生相等的伸

長或縮短⊖。

在圖 1 中表示賴堯氏測力計。測力計的 A 點固定不動；如在鈎子 B 上加一個大小需要求出的力，則這力的大小可從盤上指針的讀數求出，這指針用槓桿系與彈簧 CD 相連接。顯然，在此時應預先用重量爲 1、2、3 等公斤的物體分別懸掛於鈎子 B 處來定出盤面上的刻度。

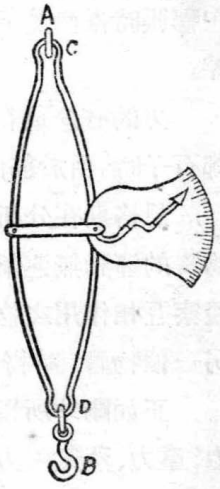


圖 1

在力學中要區別兩種量：**有向量和無向量**；如在確定某一量時，不僅要考慮它的數值，同時還要考慮它的方向，則這種量稱爲有向量，或簡稱爲向量。如在已知量的性質中，方向不起任何作用，則此量稱爲無向量，或簡稱爲數量。物體的體積、溫度等爲無向量的代表。有向量的數值的大小稱爲它的**模**。有向量的圖象表示是具有一定長度和一定方向的線段。線段的方向則用在它頭上的箭頭表示。如若兩向量有相等的模和相同的方向（即：互相平行且指向一方），則這兩向量被看作相等。

力是有向量，因爲力對物體的作用不僅是決定於它的強度，同時決定於它的方向。因此，力的圖象表示是有方向的線段。且線段的長度按任意選擇的比例尺表示該力的大小（模），線段所在的線和它的方向分別表示該力的作用線和方向，而線段的始端則決定力的作用點。

以下每個向量都是用一個黑體字母或上面帶有短線的兩個白體字母（代表此向量的始端和末端）來表示。向量的模則以一個同文的白體字母或上面沒有短線的兩個白體字母來表示。例如：向量 P 的模是 P，或向量 $\overline{AB}$ 的模是 AB。

⊖ 另一種動力學的測定力之大小和方向的方法將在動力學中敍述。