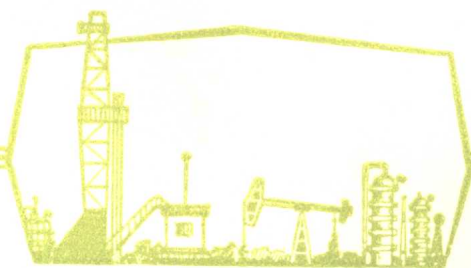


石油
化工
压力
容器
设计

高等学校教学用书

石油化工压力容器设计

赵正修 编



石油工业出版社

0051.3

石油化工压力容器设计

赵正修 主编

石油工业出版社

内 容 提 要

本书是为高等院校石油化工机械专业编写的教材。

全书共九章，前四章主要讲述轴对称旋转壳体和圆板的基本理论，以及压力容器元件的强度设计；第五~七章分别讲述了外压壳体的稳定性设计、卧式容器鞍座处的局部应力分析以及高塔的振动问题；最后两章简要介绍了压力容器的应力分类和失效问题。

本书亦可供从事石油化工机械设计、科研和维修管理的工程技术人员参考。

石油化工压力容器设计

赵正修 主编

石油工业部教材编译室编辑（北京902信箱）

石油工业出版社出版

（北京安定门外大街东后街甲36号）

地质印刷厂排版

北京顺义燕华营印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行

787×1092毫米 16开本 20¹/₁₆印张 487千字 印1—9,700

1985年7月北京第1版 1985年7月北京第1次印刷

书号：15037·2438 定价：3.15元

编者的话

本书主要是按弹-塑性理论的分析方法进行编写的。为便于学习和理解，对主要的理论公式均进行了推导，并尽量做到由浅入深，简明扼要。在前七章每章之后都附有习题。

参加本教材编写的有：华东石油学院赵正修（绪论、第一、八章）、时铭显（第七、九章）、娄绍乙（第五章）、闫国超（第二章）、杨振文（第三章），以及大庆石油学院金国梁（第六章）和朱瑞东（第四章）。全书由赵正修修改定稿。

本书经主审人抚顺石油学院张振华副教授，审稿人大庆石油学院王惠德副教授和华东石油学院陈建存副教授审阅，提出了不少宝贵意见，特此致谢。

目 录

| | |
|--------------------------|-----|
| 绪论 | 1 |
| 一、石油化工压力容器的应用及其分类 | 1 |
| 二、压力容器设计的基本要求 | 2 |
| 第一章 内压薄壁容器设计 | 4 |
| § 1.1 旋转薄壳的几何特征 | 4 |
| § 1.2 旋转薄壳的平衡方程 | 6 |
| § 1.3 旋转薄壳的无力矩理论 | 10 |
| § 1.4 旋转薄壳的变形和物理方程 | 16 |
| § 1.5 壳体中的边缘问题 | 26 |
| § 1.6 薄壁容器的工程设计 | 41 |
| 第二章 厚壁圆筒设计 | 59 |
| § 2.1 厚壁圆筒的结构型式 | 59 |
| § 2.2 单层厚壁圆筒设计 | 62 |
| § 2.3 单层厚壁圆筒的自增强 | 78 |
| § 2.4 组合式厚壁圆筒设计 | 85 |
| 第三章 薄板理论及设计 | 95 |
| § 3.1 概述 | 95 |
| § 3.2 圆形薄板的轴对称弯曲 | 96 |
| § 3.3 圆形薄板的计算 | 101 |
| § 3.4 矩形薄板计算简介 | 111 |
| § 3.5 平盖的工程设计 | 113 |
| 第四章 压力容器的零、部件设计 | 121 |
| § 4.1 法兰联接设计 | 121 |
| § 4.2 高压容器密封设计 | 144 |
| § 4.3 管板的强度计算 | 154 |
| § 4.4 波形膨胀节的计算 | 175 |
| § 4.5 开孔补强设计 | 179 |
| 第五章 外压薄壁容器设计 | 193 |
| § 5.1 外压容器的稳定性 | 193 |
| § 5.2 临界压力公式 | 194 |
| § 5.3 外压圆筒的图算法 | 201 |
| § 5.4 外压球形容器及封头设计 | 204 |
| § 5.5 加强圈设计 | 206 |
| 第六章 卧式容器设计 | 212 |
| § 6.1 载荷分析 | 212 |
| § 6.2 轴向应力校核 | 213 |
| § 6.3 切向剪应力校核 | 216 |
| § 6.4 鞍座处筒体的周向应力校核 | 223 |

| | |
|------------------------|------------|
| § 6.5 鞍座承受水平推力的校核 | 229 |
| 第七章 直立设备设计 | 232 |
| § 7.1 概述 | 232 |
| § 7.2 地震载荷 | 234 |
| § 7.3 风载荷 | 242 |
| § 7.4 直立设备应力合成与核算 | 245 |
| § 7.5 直立设备的受风诱导振动* | 252 |
| 第八章 以应力分析为基础的设计 | 259 |
| § 8.1 概述 | 259 |
| § 8.2 应力分类 | 260 |
| § 8.3 各类应力的限制条件 | 263 |
| 第九章 压力容器的失效问题 | 270 |
| § 9.1 高温下的蠕变破坏 | 270 |
| § 9.2 压力容器的脆性断裂 | 278 |
| § 9.3 压力容器的疲劳破坏 | 288 |
| § 9.4 压力容器的腐蚀破坏 | 295 |
| 附录 | 303 |
| 附录 A 钢材高温机械性能参考值 | 303 |
| 附录 B 钢材的许用应力值 | 310 |
| 附录 C 常用标准或技术条件 | 320 |

绪 论

一、石油化工压力容器的应用及其分类

石油、化学生产过程是用化学或物理方法将物料转变成所需产品的过程。为了实现这些工艺过程，需要各种类型的石油化工设备，例如：

换热设备 即主要用于实现介质的热量交换的设备，如热交换器、冷却器、蒸发器和废热锅炉等；

反应设备 即主要用来完成介质的化学反应的设备，如反应器、变换炉、聚合釜和合成塔等；

分离设备 即主要用于对混合物料进行分离的设备，如分馏塔、吸收塔、稳定塔和分离器等；

贮运设备 即盛装物料的容器，常用的有卧式圆筒形容器、球形贮罐以及槽车等。

从几何形状和受力特点来看，上述设备都是含有压力介质的容器，所以又统称为压力容器。而所有压力容器都是在一定的压力、温度和不同特性的介质等条件下进行工作的。

按容器内压力 p 的大小可将压力容器分为：

1. 内压力容器 它又分为：

- (1) 低压容器 $1 \leq p < 16 \text{ kg/cm}^2$ ；
- (2) 中压容器 $16 \leq p < 100 \text{ kg/cm}^2$ ；
- (3) 高压容器 $100 \leq p < 1000 \text{ kg/cm}^2$ ；
- (4) 超高压容器 $p \geq 1000 \text{ kg/cm}^2$ 。

2. 外压力容器 包括减压塔和真空容器等，对于带有夹套加热的设备，当夹套内的介质压力高于容器内的压力时，也构成一外压力容器。

对于内压力容器，主要是保证其壳体具有足够的强度；而对于外压力容器，由于壳体中存在的是压应力，故保持壳体的稳定性（即不被压瘪）是保证其正常工作的必要条件。

中、低压容器通常为薄壁容器，高压与超高压容器则一般称之为厚壁容器。区分厚壁与薄壁的指标是径比，即 $K = \frac{D_o}{D_i}$ （它实质上相当于器壁厚度对直径的比值）， D_o 和 D_i 分别表示容器的外直径和内直径。当 $K > 1.2$ 时为厚壁筒， $K \leq 1.2$ 者为薄壁筒。对于承受内压的薄壁容器，可只考虑其径向应力和周向应力，故为两向应力状态。至于径向应力一般相对较小，可忽略不计。而厚壁容器的径向应力则不能忽略，故为三向应力状态。另外，厚壁容器为高压设备，在设计和制造上也都有着较高的要求。

对于压力容器还必须考虑温度的影响。高温时材料的机械强度会显著降低，其它机械性能以及物理、化学性能如弹性模量、延伸率、线膨胀系数和抗腐蚀性能等，也会发生明显的变化。压力容器元件在高温下的热变形、温差应力以及蠕变变形和断裂，在设计中也必须予以充分考虑。对于低温设备（ $t \leq -20^\circ\text{C}$ ），则要特别注意由于材料的冲击韧性降低而

引起的低应力脆断破坏。

在设计石油化工容器时，还必须考虑其内部介质的特性。很多介质往往具有不同的腐蚀性，这对选材、结构设计以及设备使用寿命的确定都将有很大的影响，必须给予认真考虑。此外，还应注意很多介质是易燃的，有些可能是有毒的，甚至是剧毒的。

易燃介质是指与空气混合的爆炸下限 $<10\%$ ，或爆炸上限和下限之差值 $>20\%$ 的气体，如：一甲胺、乙烷、乙烯、氯甲烷、环氧乙烷、环丙烷、氢、丁烷、三甲胺、丁二烯、丁烯、丙烷、丙烯、甲烷等。

有毒介质是指进入人体量 ≥ 50 克即会引起人体正常功能损伤的介质，如：二氧化硫、氨、一氧化碳、氯乙烯、甲醇、氧化乙烯、硫化乙烯、二硫化碳、乙炔、硫化氢等。

剧毒介质是指进入人体量 >50 克即会引起肌体严重损伤或致死的介质，如：氟、氢氟酸、氢氰酸、光气、氟化氢、碳酰氟等。

我国原国家劳动总局颁发的《压力容器安全监察规程》根据容器的压力高低、介质的危害程度以及在生产过程中的重要作用，将压力容器（不包括受辐射作用的核能容器、船舶上的专用容器和直接受火焰加热的容器）分为以下三类。

1. 属于下列情况之一者为一类容器：

- (1) 非易燃或无毒介质的低压容器；
- (2) 易燃或有毒介质的低压分离容器和换热容器。

2. 属于下列情况之一者为二类容器：

- (1) 中压容器；
- (2) 剧毒介质的低压容器；
- (3) 易燃或有毒介质的低压反应容器和贮运容器；
- (4) 内径小于 $1m$ 的低压废热锅炉。

3. 属于下列情况之一者为三类容器：

- (1) 高压、超高压容器；
- (2) 剧毒介质且 $p \cdot V \geq 2000 l \cdot kg/cm^2$ 的低压容器或剧毒介质的中压容器（ V 表示体积）；
- (3) 易燃或有毒介质且 $p \cdot V \geq 5000 l \cdot kg/cm^2$ 的中压反应容器，或 $p \cdot V \geq 50000 l \cdot kg/cm^2$ 的中压贮运容器；
- (4) 中压废热锅炉或内径大于 $1m$ 的低压废热锅炉。

在上述监察规程中，对于不同类别的压力容器，在选材、设计、制造和检验、使用和管理、安全附件等方面都有着不同的要求和明确的规定，必须严格遵照执行。

二、压力容器设计的基本要求

容器的设计就是根据给定的工艺尺寸和工作条件，并考虑到制造和安装检修要求，对容器的各个元件正确地选择材料，全面地进行载荷分析和应力分析，选择合适的结构型式，并确定合适的强度尺寸。

石油化工容器通常是在苛刻的操作条件下长期连续工作的。一个零件的破坏往往导致整个装置的停工，甚至造成国家财产的严重损失。因而，保证压力容器的长期安全运转对石油化工生产有着非常重要的意义。

随着科学技术的迅速发展，压力容器的尺寸越来越大，操作条件日益苛刻，选用材料的强度级别越来越高，对设计者和化机制造厂也就提出了更高的要求。

对压力容器设计的基本要求是既保证其安全可靠，又要尽量做到经济合理。这就要求对设备的操作条件和作用的载荷（例如压力、自重、风载和地震载荷等）进行正确的估计；对容器元件的总体应力、局部应力以及温差应力等进行全面的分析和评价，并采用合适的安全系数。同时，对设备材料的选择和结构设计等，还要考虑我国的有关标准和制造条件，并进行全面的技术经济分析。

在设计压力容器时，还应考虑到其可能产生的失效形式。所谓“失效”是指容器在一定操作条件下丧失其正常工作的能力。多数压力容器的失效形式是发生过量的弹塑性变形，甚至发生断裂破坏，即强度失效。外压容器在达到临界载荷时，则会发生稳定失效。有些设备还可能发生高温蠕变或低温脆断、腐蚀与应力腐蚀，以及当温度压力波动时在高的应力集中处产生的高应变低周疲劳失效等。这就不仅要求对压力容器元件进行强度和稳定性设计，而对某些重要容器还需进行疲劳分析、断裂分析和蠕变分析。

石油化工容器的密封性是关系到安全生产、环境保护和节能的一个十分重要的问题。特别是在高温条件下，当处理易燃的、有毒的介质时，保持容器密封的长期可靠性是保证安全生产的重要措施之一。

一般石油化工设备的设计使用年限为12年左右，高压设备约为20~25年。设备的使用寿命主要决定于腐蚀情况，在某些情况下还决定于设备的蠕变和疲劳等。在设备使用过程中，定期进行设备检查并预测其使用寿命，对设备的安全使用也是非常重要的。

石油化工压力容器的设计必须以我国石油工业部、化学工业部和机械工业部共同制订的《钢制石油化工压力容器设计规定》为主要依据，并接受《压力容器安全监察规程》的监察。所用材料应符合上述设计规定的要求以及相应的国家标准或部颁标准的规定。压力容器的制造和检验则应遵守有关技术条件，如：JB741-80《钢制焊接压力容器技术条件》、JB754-80《多层压力容器技术条件》等。

可以看出，压力容器设计涉及的理论问题是非常广泛的。本教材不可能对所有这些问题都进行全面的阐述，而只是利用弹塑性力学的基本分析方法，主要讨论压力容器壳体及其主要零部件的变形和应力分析，以及强度和稳定设计的基本原理和设计方法。至于高温蠕变设计、疲劳分析以及断裂力学在压力容器中的应用等专门问题，本教材均未涉及，读者可参阅有关专著和文献。

第一章 内压薄壁容器设计

在石油化学工业中，钢制压力容器多数为薄壁容器(即壳体外径与内径的比 $K \leq 1.2$)，并通常为轴对称问题的旋转壳体。所谓轴对称问题，是指壳体的几何形状、所受的外部载荷，以及其约束条件均对称于旋转轴。

§ 1.1 旋转薄壳的几何特征

旋转壳体的中面是指与壳体内、外表面等距离的曲面，它是由一条平面曲线(母线)围绕同一平面内的轴线旋转一周而形成的。例如，圆柱壳的中面是由一条与轴线平行的直线绕轴线旋转而成的；球壳和椭球壳的中面则分别由半圆周线和半椭圆线绕轴线旋转而成。

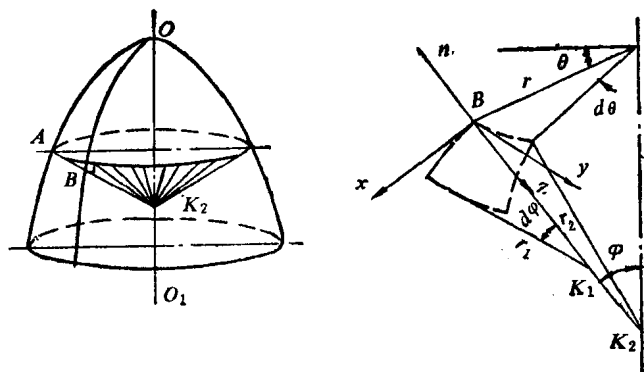


图 1-1 一般旋转壳体的中面

图1-1示出一般旋转壳体的中面。通过旋转轴 OO_1 作一纵向平面，它与壳体中面的交线 OB 称为经线。显然，经线与母线 OA 是一致的。纵向平面与旋转壳体的截面称为经线截面。经线上任一点 B 绕轴 OO_1 旋转一周的轨迹称为纬线或平行圆。在 B 点垂直于壳体中面的直线即法线 n ，法线 n 的延长线必与旋转轴相交，其交角为 φ 。

经线的位置由从母线平面量起的角度 θ 决定；平行圆的位置由角 φ 决定。所以，壳体中面上任一点的位置可由两个坐标 φ 和 θ 决定。这样，对于一般旋转壳体通常选用的坐标是经向坐标 φ 、周向坐标 θ ，以及沿中面法线方向的坐标 z ， z 的方向以指向壳体中面的曲率中心为正。

经线面和垂直于经线的面是壳体某点上的主曲率面，即具有最大和最小曲率半径的面。经线的曲率半径称为第一曲率半径 r_1 ，如图1-1所示的 BK_1 。沿同一个平行圆的各点作法线的延长线，即形成一与壳体中面正交的圆锥面，圆锥的顶点必在旋转轴上，见图1-1。此圆锥面与壳体的截面称为旋转法截面。此圆锥母线的长度 BK_2 即称为该点上壳体中面的第二曲率半径 r_2 ，其长度为

$$r_2 = \frac{r}{\sin \varphi} \quad (1-1)$$

式中 r ——平行圆半径。

正确地求出曲率半径 r_1 和 r_2 对于研究旋转薄壳的应力和变形是很重要的，下面举例说

明 r_1 和 r_2 的计算方法。

圆柱壳 设其中面半径为 R 。由于其经线为直线，故 $r_1 = \infty$ ；而垂直于经线的平面与平行圆相重合（即 $\varphi = \frac{\pi}{2}$ ），故 $r_2 = r = R$ 。

球壳 在球壳中面的任一点上，所有法向截面的曲率半径均相等，即等于球体的半径 R ，故 $r_1 = r_2 = R$ 。

椭球壳 其经线为半个椭圆，设椭圆的长半轴为 a ，短半轴为 b ，如图1—2所示。

当采用平面坐标 x 、 y 时，椭球的经线可表示为

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

从微分学可知曲线的曲率半径为

$$r_1 = \left| \frac{\left[1 + \left(\frac{dy}{dx} \right)^2 \right]^{3/2}}{\frac{d^2y}{dx^2}} \right|$$

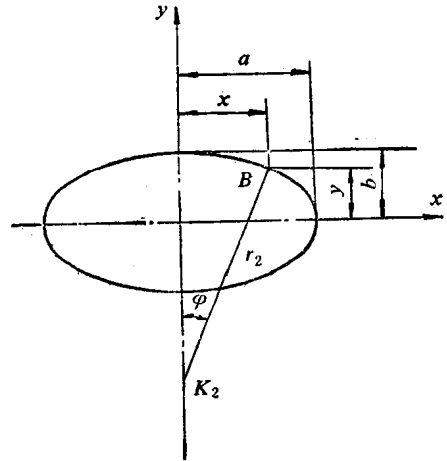


图 1—2 椭球壳

又从图1—2知

$$r_2 = \frac{x}{\sin\varphi} = \frac{x}{\text{tg}\varphi / \sqrt{1 + \text{tg}^2\varphi}} = \left| \frac{x \left[1 + \left(\frac{dy}{dx} \right)^2 \right]^{1/2}}{\frac{dy}{dx}} \right|$$

其中

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{b^2x}{a^2y}$$

$$\frac{d^2y}{dx^2} = -\frac{b^2(b^2x^2 + a^2y^2)}{a^4y^3} = -\frac{b^4}{a^2y^3}$$

代入前式，得

$$r_1 = \frac{1}{a^4b^4} (a^4y^2 + b^4x^2)^{3/2} = \frac{[a^4 - x^2(a^2 - b^2)]^{3/2}}{a^4b} \quad (a)$$

$$r_2 = \frac{1}{b^2} (a^4y^2 + b^4x^2)^{1/2} = \frac{[a^4 - x^2(a^2 - b^2)]^{1/2}}{b} \quad (b)$$

如以坐标 φ 表示，代入 $x = r_2 \sin\varphi$ （先代入式（b）中求得 r_2 ，再将 $x = r_2 \sin\varphi$ 及 r_2 之值代入式（a）），并令 $m = \frac{a}{b}$ ，则得

$$r_1 = \frac{a^2b^2}{(a^2\sin^2\varphi + b^2\cos^2\varphi)^{3/2}} = ma\varphi^3 \quad (c)$$

$$r_2 = \frac{a^2}{(a^2\sin^2\varphi + b^2\cos^2\varphi)^{1/2}} = ma\varphi \quad (d)$$

式中

$$\phi = \frac{1}{\sqrt{(m^2 - 1)\sin^2\varphi + 1}} \quad (e)$$

在椭球的顶点, $\varphi = 0$, 由此 $\phi = 1$, 故得

$$r_1 = r_2 = ma = \frac{a^2}{b}$$

在椭球赤道上, $\varphi = \frac{\pi}{2}$, $\phi = \frac{1}{m}$, 得

$$r_1 = \frac{a}{m^2} = \frac{b^2}{a}, \quad r_2 = a$$

§ 1.2 旋转薄壳的平衡方程

一、基本假设

对于旋转薄壳, 通常认为壳的厚度与壳的曲率半径相比为小量。这里所研究的范围是弹性小变形, 即壳体受力后其各点的位移都远小于壁厚。在上述前提下, 当讨论旋转壳体的受力和变形时, 为了简化计算, 可采用如下的基本假设。

(1) 直法线假设, 即变形前垂直于壳体中面的直线段, 在变形后仍保持为直线, 并垂直于变形后的中面。亦即认为剪应力 $\tau_{\varphi z}$ 引起的变形可以忽略不计。

(2) 互不挤压假设, 即平行于中面的各层纤维之间互不挤压。亦即认为与周向应力 σ_θ , 经向应力 σ_φ 相比, 法向应力 σ_z 可忽略不计。

(3) 假设在变形时薄壳厚度没有伸缩, 即法向应变 $\varepsilon_z = 0$ 。亦即认为截面上各点的法向位移, 可近似地看成与壳体中面上对应点的法向位移 w 相等。

实验证明, 采用上述基本假设所得的结果是足够精确的。

二、外力和内力

在旋转壳体上, 从相邻的两个旋转法截面和相邻的两个经线截面截取单元体, 并取坐标为 θ 、 φ 和 z , 如图1-3所示。

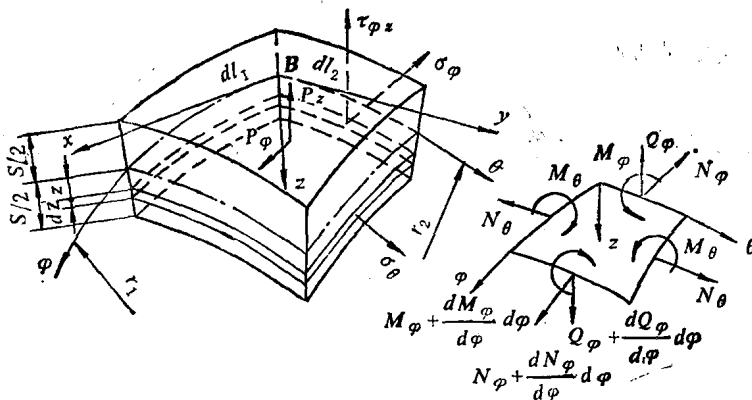


图 1-3 薄壳单元体的受力分析

作用于旋转薄壳的外力通常包括分布面力（气压、液压等）和体力（如重力、惯性力等）。对于薄壳，当沿整个壁厚截取单元体时，体力可以化作分布面力处理。若在单元体中面上B点取经线的切向为 x ，并向 φ 的增加方向指示；取平行圆的切向为 y ，并向 θ 的增加方向指示，则单位面积上的分布面力的分量有 P_x （指向 x 正向）、 P_y （指向 y 正向）和 P_z ，其单位为 kg/cm^2 。对于轴对称载荷， $P_y = 0$ 。 P_x 的方向以指向 x 的正向为正； P_z 的方向，为方便计，取坐标 z 的反向为正。

现在考察在轴对称外载作用下壳体中的应力和内力。根据基本假设（2），法向应力 $\sigma_z = 0$ 。又由于轴对称，在经线截面上不存在剪应力，在各截面上也无扭剪力。因而，在经线截面上只存在周向正应力 σ_θ ，在旋转法截面上则有经向正应力 σ_φ 和法向剪应力 $\tau_{\varphi z}$ ，见图1-3。

在薄壳受力变形时，其曲率也会发生变化，故在经线截面和旋转法截面上必分别存在着周向弯矩和经向弯矩。这样， σ_θ 和 σ_φ 沿壳壁厚度上即非均匀分布。根据直法线假设，可以认为它们沿壁厚是成线性分布的。至于 $\tau_{\varphi z}$ ，则和梁一样为抛物线分布，在壳体中面处达最大值。

由于轴对称， σ_θ 、 σ_φ 和 $\tau_{\varphi z}$ 与 θ 无关，而都是坐标 φ 和 z 的函数。

与上述应力相对应，在薄壳中存在的内力为：

N_φ ——垂直于旋转法截面的经向力， kg/cm ，拉为正，压力负；

N_θ ——垂直于经线截面的周向力， kg/cm ，拉为正，压力负；

M_φ ——旋转法截面上的经向弯矩， $\text{kg}\cdot\text{cm}/\text{cm}$ ，使截面向壳体外侧旋转为正，反之为负；

M_θ ——经线截面上的周向弯矩， $\text{kg}\cdot\text{cm}/\text{cm}$ ，正负号规定同 M_φ ；

Q_φ ——旋转法截面上的横剪力， kg/cm ，当截面的外法线沿着坐标 φ 的正向时， Q_φ 沿 Z 的正向为正，反之为负；当外法线沿 φ 的负向时， Q_φ 沿 Z 的负向为正，反之为负。

上述内力和弯矩是分别作用在经线和纬线的单位长度上的，和 z 无关，故它们都只是坐标 φ 的函数。因而，为简便计，在旋转薄壳的平衡方程中通常不采用应力，而都采用内力和弯矩来表示。

内力和弯矩与相应应力的关系可分别由该截面上相应应力的积分求得。由图1-1知，在单元体中面上，经线单元长度为

$$dl_1 = r_1 d\varphi$$

纬线单元长度为

$$dl_2 = r d\theta = r_2 \sin\varphi d\theta$$

由图1-3，距中面为 z 的相应线段长度分别为

$$dl_\varphi = (r_1 - z) d\varphi = \left(1 - \frac{z}{r_1}\right) dl_1$$

$$dl_\theta = (r_2 - z) \sin\varphi d\theta = \left(1 - \frac{z}{r_2}\right) dl_2$$

设薄壳厚度为 S ，在旋转法截面上的经向合力及经向合力矩分别为

$$N_{\varphi} dl_2 = \int_{-\frac{S}{2}}^{\frac{S}{2}} \sigma_{\varphi} dl_{\theta} dz = \int_{-\frac{S}{2}}^{\frac{S}{2}} \sigma_{\varphi} \left(1 - \frac{z}{r_2}\right) dz \cdot dl_2$$

$$M_{\varphi} dl_2 = \int_{-\frac{S}{2}}^{\frac{S}{2}} \sigma_{\varphi} dl_{\theta} z dz = \int_{-\frac{S}{2}}^{\frac{S}{2}} \sigma_{\varphi} \left(1 - \frac{z}{r_2}\right) z dz \cdot dl_2$$

消去 dl_2 ，即得纬线单位长度上的合力公式，同理也可求得经线单位长度上的合力公式，这些公式为

$$\left. \begin{aligned} N_{\varphi} &= \int_{-\frac{S}{2}}^{\frac{S}{2}} \sigma_{\varphi} \left(1 - \frac{z}{r_2}\right) dz, & N_{\theta} &= \int_{-\frac{S}{2}}^{\frac{S}{2}} \sigma_{\theta} \left(1 - \frac{z}{r_1}\right) dz \\ M_{\varphi} &= \int_{-\frac{S}{2}}^{\frac{S}{2}} \sigma_{\varphi} \left(1 - \frac{z}{r_2}\right) z dz, & M_{\theta} &= \int_{-\frac{S}{2}}^{\frac{S}{2}} \sigma_{\theta} \left(1 - \frac{z}{r_1}\right) z dz \\ Q_{\varphi} &= \int_{-\frac{S}{2}}^{\frac{S}{2}} \tau_{\varphi z} \left(1 - \frac{z}{r_2}\right) dz \end{aligned} \right\} \quad (1-2)$$

由于薄壳厚度 S 与曲率半径相比为小量，则 $\frac{z}{r_1}$ 和 $\frac{z}{r_2}$ 较之于1可忽略不计，故式(1-2)可写为

$$\left. \begin{aligned} N_{\varphi} &= \int_{-\frac{S}{2}}^{\frac{S}{2}} \sigma_{\varphi} dz, & N_{\theta} &= \int_{-\frac{S}{2}}^{\frac{S}{2}} \sigma_{\theta} dz \\ M_{\varphi} &= \int_{-\frac{S}{2}}^{\frac{S}{2}} \sigma_{\varphi} z dz, & M_{\theta} &= \int_{-\frac{S}{2}}^{\frac{S}{2}} \sigma_{\theta} z dz \\ Q_{\varphi} &= \int_{-\frac{S}{2}}^{\frac{S}{2}} \tau_{\varphi z} dz \end{aligned} \right\} \quad (1-3)$$

三、平衡方程

如图1-4(a)所示，取以壳体中面为代表的单元体，其表面面积为 $rr_1 d\varphi d\theta$ 。

1. 沿 x 方向力的平衡 见图1-4(b)

经向力的合力分量 略去高阶小量，并考虑到 $\cos d\varphi \approx 1$ ，求得在 x 方向的分量为

$$\begin{aligned} & \left(N_{\varphi} + \frac{dN_{\varphi}}{d\varphi} d\varphi \right) \left(r + \frac{dr}{d\varphi} d\varphi \right) d\theta \cos d\varphi - N_{\varphi} r d\theta \\ &= N_{\varphi} \frac{dr}{d\varphi} d\varphi d\theta + \frac{dN_{\varphi}}{d\varphi} r d\varphi d\theta = \frac{d}{d\varphi} (rN_{\varphi}) d\varphi d\theta \end{aligned}$$

周向力的合力分量 作用在单元体经线截面上的力等于 $N_{\theta} r_1 d\varphi$ ，其合力在平行圆的半

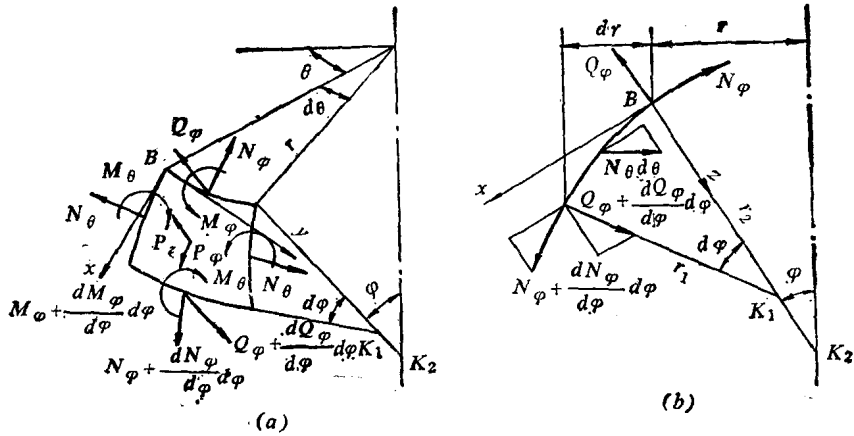


图 1-4 单元体的内力和力的平衡

径方向内等于 $2N_\theta r_1 d\varphi \sin \frac{d\theta}{2} \approx N_\theta r_1 d\varphi d\theta$, 它在 x 方向的分量为

$$-N_\theta r_1 d\varphi d\theta \cdot \cos\varphi$$

横剪力的合力分量 作用在单元体上部旋转法截面的横剪力在 x 方向无分量, 下部截面的横剪力在 x 方向的分量为

$$-\left(Q_\varphi + \frac{dQ_\varphi}{d\varphi} d\varphi\right) \left(r + \frac{dr}{d\varphi} d\varphi\right) d\theta \cdot \sin d\varphi = -rQ_\varphi d\theta d\varphi$$

外力在 x 方向的合力分量为

$$P_\varphi dA = P_\varphi r r_1 d\varphi d\theta$$

由力的平衡条件 $\Sigma F_x = 0$, 并消去 $d\varphi d\theta$, 得 x 方向的平衡方程为

$$\frac{d}{d\varphi}(rN_\theta) - r_1 N_\theta \cos\varphi - rQ_\varphi + r r_1 P_\varphi = 0 \quad (1-4a)$$

2. 沿 z 方向力的平衡 见图 1-4 (b)

横剪力在 z 方向的合力分量为

$$\begin{aligned} & \left(Q_\varphi + \frac{dQ_\varphi}{d\varphi} d\varphi\right) \left(r + \frac{dr}{d\varphi} d\varphi\right) d\theta \cos d\varphi - Q_\varphi r d\theta \\ &= \frac{d}{d\varphi}(rQ_\varphi) d\varphi d\theta \end{aligned}$$

作用在单元体下部旋转法截面的径向力在 z 方向的分量为

$$\left(N_\theta + \frac{dN_\theta}{d\varphi} d\varphi\right) \left(r + \frac{dr}{d\varphi} d\varphi\right) d\theta \cdot \sin d\varphi = rN_\theta d\varphi d\theta$$

如前所述, 周向力的合力在平行圆的半径方向内等于 $N_\theta r_1 d\varphi d\theta$, 它在 z 方向的分量为

$$r_1 N_\theta d\varphi d\theta \cdot \sin\varphi$$

注意到 P_z 的方向沿 z 的反向为正, 故外力在 z 方向的合力分量为

$$-P_z r r_1 d\varphi d\theta$$

由 $\Sigma F_z = 0$, 并消去 $d\varphi d\theta$, 得 z 方向的平衡方程为

$$\frac{d}{d\varphi}(rQ_\varphi) + r_1 N_\theta \sin\varphi + rN_\varphi - rr_1 P_z = 0 \quad (1-4b)$$

3. 沿y方向力矩矢量的平衡 见图1—5, 图中弯矩以双箭头的矢量表示

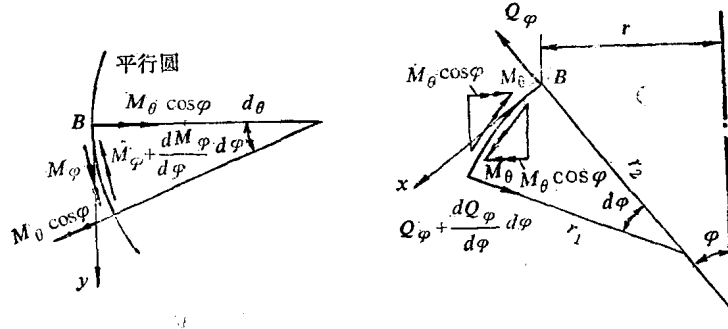


图 1—5 力矩平衡

作用在两个旋转法截面上的经向弯矩的矢量方向相反, 它们与y轴均有一交角为 $\frac{d\theta}{2}$ 。所以经向合力矩矢量在y轴的分量为

$$\begin{aligned} M_\varphi r d\theta \cos \frac{d\theta}{2} - \left(M_\varphi + \frac{dM_\varphi}{d\varphi} d\varphi \right) \left(r + \frac{dr}{d\varphi} d\varphi \right) d\theta \cos \frac{d\theta}{2} \\ = - \frac{d}{d\varphi} (rM_\varphi) d\varphi d\theta \end{aligned}$$

作用在左侧经线截面上的周向弯矩矢量在y轴上无分量, 而右侧截面上的周向弯矩矢量在平行圆半径方向内为 $M_\theta r_1 d\varphi \cos\varphi$, 它在y方向的分量为

$$M_\theta r_1 d\varphi \cos\varphi \cdot \sin d\theta = r_1 M_\theta \cos\varphi d\varphi d\theta$$

横剪力对y轴产生的力矩为

$$\left(Q_\varphi + \frac{dQ_\varphi}{d\varphi} d\varphi \right) \left(r + \frac{dr}{d\varphi} d\varphi \right) d\theta \cdot r_1 d\varphi = rr_1 Q_\varphi d\varphi d\theta$$

另外, 外力对y轴产生的合力矩为高阶小量, 可以略去不计。由 $\Sigma M_y = 0$, 并消去 $d\varphi d\theta$, 即得

$$\frac{d}{d\varphi}(rM_\varphi) - rM_\theta \cos\varphi - rr_1 Q_\varphi = 0 \quad (1-4c)$$

上述三个方程 (1—4a)、(1—4b)、(1—4c) 是轴对称载荷作用下旋转薄壳的一般平衡方程式, 它有五个内力未知量 N_φ 、 N_θ 、 M_φ 、 M_θ 和 Q_φ , 故为静不定问题。

§ 1.3 旋转薄壳的无力矩理论

在很多实际情况中, 薄壁壳体中弯矩的影响是可以忽略不计的 (理论证明, 弯曲应力与薄膜应力的比值, 其数量级为 $\frac{S}{R}$, 是很小的)。不考虑弯矩影响, 而近似地求得薄壳中的应力, 称为薄膜应力, 此种理论称为无力矩理论或薄膜理论。无力矩理论在工程实际

中有着广泛的应用。

一、无力矩理论的一般方程

无力矩理论认为弯矩 $M_r = 0$, $M_\theta = 0$, 由平衡方程式 (1-4c) 即得 $Q_\varphi = 0$ 。此时, 平衡方程式 (1-4a) 和 (1-4b) 成为

$$\frac{d}{d\varphi}(rN_\varphi) - r_1 N_\theta \cos\varphi + rr_1 P_\varphi = 0 \quad (a)$$

$$rN_r + r_1 N_\theta \sin\varphi - rr_1 P_z = 0 \quad (b)$$

两个方程中含有两个未知量 N_φ 和 N_θ , 故为静定问题。

将式 (b) 除以 rr_1 , 并考虑到 $r = r_2 \sin\varphi$, 得

$$\frac{N_\varphi}{r_1} + \frac{N_\theta}{r_2} = P_z \quad (1-5)$$

此式称为单元体平衡方程式, 它示出旋转薄壳上任一点两向内力的关系。

将式 (a) 乘以 $\sin\varphi$, 式 (b) 乘以 $\cos\varphi$, 并将两式相加, 得

$$\frac{d}{d\varphi}(rN_\varphi)\sin\varphi + rN_\theta\cos\varphi = rr_1(P_z\cos\varphi - P_\varphi\sin\varphi)$$

即

$$\frac{d}{d\varphi}(rN_\varphi\sin\varphi) = rr_1(P_z\cos\varphi - P_\varphi\sin\varphi)$$

积分得

$$rN_\varphi\sin\varphi = \int rr_1(P_z\cos\varphi - P_\varphi\sin\varphi)d\varphi + c$$

令
得

$$J(\varphi) = \int rr_1(P_z\cos\varphi - P_\varphi\sin\varphi)d\varphi + c \quad (c)$$

$$N_\varphi = \frac{J(\varphi)}{r_2\sin^2\varphi} \quad (1-6)$$

式 (1-6) 也可直接求得, 参见图 1-6, 设作用在壳体单位面积上的分布面力分量为 P_z 和 P_φ , 沿平行圆取微圆环的面积为 $dA = 2\pi r \cdot r_1 d\varphi$, 则轴向总载荷为

$$\int_0^\varphi (P_z\cos\varphi - P_\varphi\sin\varphi)dA = 2\pi \int_0^\varphi (P_z\cos\varphi - P_\varphi\sin\varphi)rr_1d\varphi = 2\pi J(\varphi)$$

由壳体截取区域的平衡条件, 即得

$$2\pi r N_\varphi \sin\varphi = 2\pi J(\varphi)$$

由此即得公式 (1-6)。

如以 Q 表示轴向总载荷, 即 $Q = 2\pi J(\varphi)$, 则有

$$Q = 2\pi r N_\varphi \sin\varphi \quad (1-6')$$

式 (1-6) 或式 (1-6') 称为薄壳的区域平衡方程式。由它求得 N_φ 后, 即可由式 (1-5) 求得 N_θ 。

由推导过程可知, $2\pi J(\varphi)$ 表示旋转薄壳在平行圆以上 (或以下) 的区域内所承受的轴向总载荷。在应用式 (c) 计算 $J(\varphi)$ 时, 积分常数 C 可由壳体的边界条件 (边界轴向力) 确定。在图 1-6 中, 壳体顶部是连续的, 可以看作是在边界 $\varphi = 0$ 处, $C = 0$, 并以定积分