

2004

硕士专业学位研究生入学资格考试

全国工程硕士专业学位教育指导委员会 组编

GCT

数 学

Graduate

考前辅导教程

Candidate

Test



清华大学出版社

硕士专业学位研究生入学资格考

# 数 学

## 考前辅导教程

全国工程硕士专业学位教育指导委员会 组编

刘庆华 主编

王飞燕 关 治 刘庆华 扈志明 编

清华大学出版社

北 京

## 内 容 简 介

本书是根据《硕士专业学位研究生入学资格考试指南(2004年版)》编写的数学辅导教材,以方便考生备考。

全书安排算术、初等代数、几何与三角、一元微积分以及线性代数5部分内容,共18章。在每章中,汇总了考试指南中所涉及到的重要知识点,并通过例题加以讲解,同时,按试卷中的试题方式组织了一些典型题目。书后配备了两套模拟试题,供读者使用。

版权所有,翻印必究。举报电话:010-62782989 13901104297 13801310933

本书扉页采用“清华大学出版社”防伪水印纸印刷,封面贴有清华大学出版社激光防伪标签,无标签者不得销售。

### 图书在版编目(CIP)数据

硕士专业学位研究生入学资格考试 数学考前辅导教程/刘庆华主编. —北京:清华大学出版社,2004  
ISBN 7-302-08880-2

I. 硕… II. 刘… III. 数学—研究生—入学考试—自学参考资料 IV. O13

中国版本图书馆CIP数据核字(2003)第045591号

出版者:清华大学出版社

<http://www.tup.com.cn>

社总机:010-62770175

地 址:北京清华大学学研大厦

邮 编:100084

客户服务:010-62776969

责任编辑:刘颖

印装者:北京鑫海金澳胶印有限公司

发行者:新华书店总店北京发行所

开 本:185×230 印张:22 字数:453千字

版 次:2004年7月第1版 2004年7月第1次印刷

书 号:ISBN 7-302-08880-2/O·368

印 数:1~35000

定 价:29.00元

本书如存在文字不清、漏印以及缺页、倒页、脱页等印装质量问题,请与清华大学出版社出版部联系调换。联系电话:(010)62770175-3103 或(010)62795704

# 出版

硕士专业学位研究生入学资格考试 考前辅导教程

## 说明

## Introduction

**硕**士专业学位研究生入学资格考试(Graduate Candidate Test, GCT)起始于 2003 年,当时名为工程硕士专业学位研究生入学资格考试(简称 GCT-ME)。为帮助广大考生高效率地准备考试,清华大学出版社于 2003 年出版了由全国工程硕士专业学位教育指导委员会组织编写的《全国工程硕士专业学位研究生入学资格考试考前辅导教程》丛书,包括语文、数学、英语、逻辑共 4 册,得到了广大考生的欢迎。2004 年,国务院学位办对考试大纲进行了修订,发布了《硕士专业学位研究生入学资格考试指南(2004 年版)》,适用范围除原来的报考工程硕士的考生外,增加了报考农业推广和兽医专业硕士的考生,考试名称也去掉了“工程”二字。相对于 2003 年大纲,新大纲保持了必要的连续性,未做实质性改动。为帮助考生根据新大纲备考,我们组织丛书作者对照新大纲对原书进行了认真审读,其中数学、逻辑、英语仅进行了个别内容的调整和更正了个别错漏之处,对语文进行了重新组织和编写,完成了这套《硕士专业学位研究生入学资格考试考前辅导教程》,供准备参加 GCT 考试的考生使用。由于实质内容变化不大,此前购买了本套丛书 2003 年版的考生可以不必再购买 2004 年版。

同时,为帮助广大考生更好地准备考试,我们特别邀请有关专家组织编写了全新的《硕士专业学位研究生入学资格考试模拟试题与解析》系列,作为考

前辅导教程的配套资料。该系列仍分为 4 个分册,供考生考前模拟训练之用,欢迎广大读者选用。

祝大家考试成功!

清华大学出版社

2004 年 6 月

# 总

硕士专业学位研究生入学资格考试 考前辅导教程

# 序

Preface

我国的工程硕士专业学位是与工程师职业背景密切相关的硕士学位，该专业学位的设置主要在于培养高层次的工程技术和工程管理人才。自1997年国务院学位委员会正式通过设置工程硕士专业学位以来，已批准180个培养单位，涉及到38个工程领域，共招收工程硕士研究生12万余人，累计授予工程硕士学位2万余人。随着工程硕士研究生教育的发展，按照党的“十六”大对教育工作提出的“坚持教育创新，深化教育改革”的总体要求，借鉴国外先进的考试办法，结合我国的实际情况，建立相适应的工程硕士研究生入学考试制度，不仅是创新人才培养的需要，是我国研究生教育规模发展的需要，是我国高等教育参与国际竞争的需要，而且还是坚持教育创新的一项重要举措，是一项具有重要意义的改革实践。因此，国务院学位委员会办公室决定，自2003年起报考在职攻读工程硕士专业学位研究生的考生，需参加全国统一组织的入学资格考试，接受综合素质的测试。

硕士专业学位研究生入学资格考试，英文名称为 Graduate Candidate Test，简称“GCT”。试卷由四部分构成：语言表达能力测试、数学基础能力测试、逻辑推理能力测试和外语运用能力测试。“GCT”试题知识面覆盖哲学、经济学、法学、教育学、文学、历史学、理学、工学、农学、医学、军事学、管理学等门类。试题重点考核考生综合能力水平和反应速度。

为配合入学考试办法的改革，全国工程硕士专业学位教育指导委员会特委托清华大学根据国务院学位委员会办公室组织制定的《硕士专业学位研究生入学资格考试指南(2004年版)》的要求和精神，组织编写了这套《硕士专业

学位研究生入学资格考试考前辅导教程》，以帮助考生在短时间内了解考试内容，提高应试水平。这套丛书考虑了应试人员的专业背景，侧重应试人员逻辑思维能力，阅读、表达及运用能力，抽象概括能力与基本运算能力等方面的提高。本丛书包含了大量的例题和习题，并附有模拟题和题解，帮助应试人员自我训练和自我检验。

清华大学继续教育学院为本丛书的出版做了大量的组织工作，清华大学出版社为本丛书的出版给予了大力的支持，各位编委付出了辛勤的劳动。在此，向所有为本书的编写、修改和出版做出过贡献的人士表示诚挚的感谢。

作为考试辅导教材，本丛书内容力求简明扼要，准确反映考试指南的要求。但由于组织者的经验和水平有限，本书难免有疏漏和不足之处，欢迎大家提出宝贵意见，以便今后改进工作。

全国工程硕士专业学位教育指导委员会

2004年6月

# 前

硕士专业学位研究生入学资格考试 考前辅导教程

# 言

# Foreword

本书是根据《硕士专业学位研究生入学资格考试指南(2004年版)》编写的数学辅导教材,以方便考生备考。

考试指南中数学部分主要测试:考生所具有的数学方面的基础知识和基本思想方法,逻辑思维能力、数学运算能力、空间想像能力以及运用所掌握的数学知识和方法分析问题和解决问题的能力。指南中数学部分具有如下的特点:

1. 内容多,战线长:包括算术、初等代数、几何与三角、一元微积分以及线性代数的基础知识,其中既有小学、中学的数学知识,也有大学的数学知识。
2. 题量大,覆盖广:数学共25道题,包含算术题、初等代数题、几何与三角题、一元微积分题和线性代数题共5部分,每部分占20%。
3. 时间短,题型易:这部分的考试时间为45分钟,平均每题用时1分48秒,因此,所有题型都设计为4选1的单项选择题。

尽管题型均为单项选择题,但要在很短的时间内选出正确的答案,就要求考生不仅要扎实地掌握所考的基础知识,而且还要灵活地运用这些基础知识来尽快地分析问题和解决问题。

在内容的组织上,我们力求简明扼要,准确地反映考试指南的要求,尽可能地适合读者备考的需要。在具体编写过程中,通过下面3个方面来体现上面的指导思想:

1. 汇总考试指南中所涉及到的重要知识点,其中包括基本概念、基本理论以及基本方法,并结合例题加强对重要知识点的讲解和分析,以便为考生提

供备考的基本理论基础。

2. 通过典型问题的分析,细化所汇总的基本概念、基本理论和基本方法,以帮助读者突破难点,提高分析问题和解决问题的能力,并熟习考试题型。

3. 为了便于读者全面地检验复习的情况,最后配备了两套模拟试题,供全面复习后的读者使用。

本教材采用互动式的教学方式,读者可参照由本教材编写老师为主主讲的工程硕士“新大纲辅导网络课程”以及查询最新考试消息,详情请登录:“清华在线([www.qinghuaonline.com](http://www.qinghuaonline.com); [www.tsinghuaonline.com](http://www.tsinghuaonline.com); [www.tsinghua.com.cn](http://www.tsinghua.com.cn))”。

由于编者的经验和水平所限,书中难免有疏漏和不足之处。欢迎广大读者、辅导教师及各方面的专家批评指正。

编者

2004年6月

# 目

硕士专业学位研究生入学资格考试 考前辅导教程

# 录

Contents

## 第1部分 算 术

<b>第1章 算术</b> .....	1
1.1 数的概念、性质和运算 .....	1
1 数的概念 .....	1
2 数的整除 .....	1
3 数的四则运算 .....	2
4 比和比例 .....	2
1.2 应用问题举例 .....	3
1 整数和小数四则运算应用题 .....	3
2 分数与百分数应用题 .....	7
3 简单方程应用题 .....	9
4 比和比例应用题 .....	10
1.3 典型例题 .....	12

## 第2部分 初等代数

<b>第2章 数和代数式</b> .....	25
2.1 实数和复数 .....	25
1 实数、数轴 .....	25
2 实数的运算 .....	26
3 复数 .....	26

2.2	代数式及其运算 .....	27
1	整式及其加法与乘法 .....	27
2	因式分解 .....	28
3	整式的除法 .....	29
4	分式 .....	30
5	根式 .....	31
2.3	典型例题 .....	32
<b>第3章</b>	<b>集合、映射和函数 .....</b>	<b>35</b>
3.1	集合 .....	35
1	集合的概念 .....	35
2	集合的包含关系 .....	36
3	集合的基本运算 .....	36
3.2	映射和函数 .....	37
1	映射的概念 .....	37
2	函数 .....	37
3	反函数 .....	39
4	函数的单调性、奇偶性和周期性 .....	39
5	幂函数、指数函数和对数函数 .....	40
3.3	典型例题 .....	43
<b>第4章</b>	<b>代数方程和简单的超越方程 .....</b>	<b>46</b>
4.1	概念 .....	46
4.2	一元一次方程 .....	46
4.3	二元一次方程组 .....	46
4.4	一元二次方程 .....	47
1	分解因式法 .....	48
2	配方法 .....	48
3	公式法 .....	48
4	根和系数的关系 .....	48
5	二次函数的图像和一元二次方程的根 .....	49
4.5	一元高次方程 .....	50
1	性质 .....	50
2	分解因式方法 .....	51
3	化为低次方程 .....	51
4.6	简单的超越方程 .....	51

1	简单的指数方程和对数方程	51
2	用函数图像估计解的近似值	52
3	求根的二分法	52
4.7	典型例题	53
<b>第5章</b>	<b>不等式</b>	56
5.1	不等式的概念和性质	56
1	不等式的概念	56
2	不等式的基本性质	56
3	基本的不等式	56
4	解不等式	57
5.2	解含绝对值的不等式	57
5.3	解一元二次不等式	58
5.4	解简单的一元高次不等式	59
5.5	解分式不等式	60
5.6	解简单的无理不等式	61
5.7	解指数、对数不等式	62
5.8	典型例题	63
<b>第6章</b>	<b>数列、数学归纳法</b>	67
6.1	数列的基本概念	67
6.2	等差数列	69
6.3	等比数列	71
6.4	数学归纳法	73
6.5	典型例题	74
<b>第7章</b>	<b>排列、组合、二项式定理和古典概率</b>	78
7.1	排列和组合	78
1	基本概念	78
2	排列数和组合数公式	78
3	例	79
7.2	二项式定理	81
7.3	古典概率问题	82
1	基本概念	82
2	等可能事件的概率	84
3	互斥事件有一个发生的概率	85
4	相互独立事件同时发生的概率	86

5 独立重复试验 .....	87
7.4 典型例题 .....	87

### 第3部分 几何与三角

<b>第8章 常见几何图形</b> .....	91
8.1 常见平面几何图形 .....	91
1 三角形 .....	91
2 四边形 .....	92
3 圆和扇形 .....	92
4 平面图形的全等和相似关系 .....	93
8.2 常见空间几何图形 .....	94
1 长方体 .....	94
2 圆柱体 .....	95
3 正圆锥体 .....	95
4 球 .....	95
8.3 典型例题 .....	96
<b>第9章 三角学的基本知识</b> .....	103
9.1 三角函数 .....	103
1 角和三角函数 .....	103
2 同角三角函数的关系 .....	104
3 诱导公式 .....	104
4 三角函数的图像和性质 .....	105
5 例 .....	106
9.2 两角和与差的三角函数 .....	106
1 两角和与差公式 .....	106
2 倍角与半角公式 .....	107
3 例 .....	107
9.3 解斜三角形 .....	108
9.4 反三角函数 .....	109
9.5 解简单的三角方程 .....	111
9.6 典型例题 .....	112
<b>第10章 平面解析几何</b> .....	115
10.1 平面向量 .....	115
1 基本概念 .....	115

2	向量的加法与数乘	115
3	向量的内积	116
4	有向线段的定比分点	117
10.2	直线	118
1	直线的方向向量、倾斜角和斜率	118
2	直线的方程	118
3	两条直线的位置关系	119
10.3	圆	122
10.4	椭圆	122
10.5	双曲线	124
10.6	抛物线	125
10.7	例	125
10.8	典型例题	127

## 第4部分 一元函数微积分

<b>第11章</b>	<b>极限与连续</b>	131
11.1	函数及其特性	131
1	函数的定义	131
2	函数的特性	132
3	复合函数与初等函数	133
11.2	数列的极限	134
1	数列的极限	134
2	数列极限的性质	135
3	数列极限的四则运算	135
4	数列极限存在的准则	135
11.3	函数的极限	136
1	函数极限的定义	136
2	函数极限的性质	137
3	函数极限的运算法则	137
4	两个重要极限	137
11.4	无穷小量与无穷大量	140
1	无穷小量与无穷大量的定义	140
2	无穷小量与无穷大量的关系	140
3	无穷小量与函数极限的关系	141

4	无穷小量的性质 .....	141
5	无穷小量的比较 .....	141
6	等价无穷小量替换定理 .....	142
11.5	函数的连续性 .....	143
1	连续的定义 .....	143
2	函数间断点及分类 .....	144
3	连续函数的运算法则 .....	144
4	连续函数在闭区间上的性质 .....	145
11.6	典型例题 .....	146
<b>第 12 章</b>	<b>一元函数微分学</b> .....	<b>155</b>
12.1	导数的概念 .....	155
1	导数的定义 .....	155
2	导数的几何意义 .....	157
3	可导性与连续性的关系 .....	157
12.2	导数公式与求导法则 .....	158
1	导数公式 .....	158
2	四则运算的求导法则 .....	159
3	复合函数的求导法则 .....	160
4	反函数的导数 .....	162
5	隐函数的导数 .....	162
6	对数求导法 .....	163
12.3	由参数方程所确定的函数的导数 .....	164
12.4	高阶导数 .....	164
12.5	微分 .....	167
1	微分的定义 .....	167
2	微分与导数的关系 .....	167
3	微分的几何意义 .....	168
4	微分基本公式和四则运算法则 .....	168
5	一阶微分形式不变性 .....	169
12.6	中值定理与泰勒公式 .....	169
1	罗尔定理 .....	169
2	拉格朗日中值定理 .....	170
3	柯西中值定理 .....	170
4	泰勒公式 .....	171

12.7	洛必达法则 .....	172
12.8	函数的单调性与极值 .....	176
	1 函数单调性的判定法 .....	176
	2 函数的极值及判断 .....	176
12.9	函数的最大值、最小值问题 .....	179
12.10	曲线的凹凸、拐点及渐近线 .....	181
	1 曲线的凹凸、拐点 .....	181
	2 曲线的渐近线 .....	182
12.11	典型例题 .....	183
<b>第 13 章</b>	<b>一元函数积分学</b> .....	<b>195</b>
13.1	不定积分的概念和简单的计算 .....	195
	1 原函数、不定积分的概念 .....	195
	2 不定积分基本计算公式 .....	195
	3 不定积分的性质 .....	196
13.2	不定积分的计算方法 .....	197
	1 第一类换元法(凑微分法) .....	197
	2 第二类换元法 .....	200
	3 分部积分法 .....	203
13.3	定积分的概念及性质 .....	206
	1 定积分的概念 .....	206
	2 定积分的几何意义 .....	207
	3 定积分的性质 .....	207
13.4	微积分基本公式、定积分的计算 .....	209
	1 牛顿-莱布尼茨公式 .....	209
	2 变量替换法 .....	210
	3 分部积分法 .....	210
13.5	定积分的应用 .....	214
	1 平面图形的面积 .....	214
	2 旋转体体积 .....	214
	3 平行截面面积为已知的立体的体积 .....	215
	4 平面曲线的弧长 .....	215
13.6	典型例题 .....	217

## 第5部分 线性代数

<b>第14章 行列式</b> .....	231
14.1 行列式的概念与性质 .....	231
1 行列式的定义 .....	231
2 行列式的性质 .....	232
3 几个特殊的行列式 .....	234
14.2 行列式的计算 .....	235
14.3 典型例题 .....	239
<b>第15章 矩阵</b> .....	245
15.1 矩阵及其运算 .....	245
1 矩阵的概念 .....	245
2 矩阵的运算 .....	246
3 方阵的行列式 .....	250
4 特殊矩阵 .....	250
15.2 可逆矩阵 .....	252
1 可逆矩阵与逆矩阵的概念 .....	252
2 矩阵可逆的充要条件 .....	252
3 可逆矩阵的性质 .....	254
15.3 矩阵的初等变换 .....	256
1 初等变换 .....	256
2 用初等变换求可逆矩阵的逆矩阵 .....	257
15.4 矩阵的秩 .....	258
1 矩阵的秩的概念 .....	258
2 矩阵的秩的计算 .....	259
3 矩阵运算后秩的变化 .....	260
15.5 分块矩阵简介 .....	260
1 分块矩阵的概念 .....	260
2 分块矩阵的乘法 .....	261
15.6 典型例题 .....	262
<b>第16章 向量</b> .....	270
16.1 $n$ 维向量 .....	270
1 $n$ 维向量的定义 .....	270
2 $n$ 维向量的运算 .....	270