

# 金融建模与 投资管理中的数学

The Mathematics of  
Financial Modeling and  
Investment Management

塞尔焦·M·福卡尔迪

Sergio M. Focardi

[美]

弗兰克·J·法博齐

Frank J. Fabozzi

著

中国人民大学出版社

WILEY  
Publishers Since 1807



# 金融建模与 投资管理中的数学

The Mathematics of  
Financial Modeling and  
Investment Management

塞尔焦·M·福卡尔迪

Sergio M. Focardi

[美]

弗兰克·J·法博齐

Frank J. Fabozzi

著

龙永红 何宗炎 / 译



梁晶工作室  
LIANGJING PUBLISHING HOUSE

金融学译丛  
中国人民大学出版社  
· 北京 ·

图书在版编目 (CIP) 数据

金融建模与投资管理中的数学 / (美) 福卡尔迪, (美) 法博齐著; 龙永红, 何宗炎译. —北京: 中国人民大学出版社, 2010

(金融学译丛)

ISBN 978-7-300-12544-2

I. ①金… II. ①福…②法…③龙…④何… III. ①金融-经济数学-研究 IV. ①F830

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2010) 第 146951 号

金融学译丛

金融建模与投资管理中的数学

[美] 塞尔焦·M·福卡尔迪 著  
弗兰克·J·法博齐

龙永红 何宗炎 译

Jinrong Jianmo yu Touzi Guanlizhong de Shuxue

---

出版发行 中国人民大学出版社

社 址 北京中关村大街 31 号

邮政编码 100080

电 话 010-62511242 (总编室)

010-62511398 (质管部)

010-82501766 (邮购部)

010-62514148 (门市部)

010-62515195 (发行公司)

010-62515275 (盗版举报)

网 址 <http://www.crup.com.cn>

<http://www.ttrnet.com> (人大教研网)

经 销 新华书店

印 刷 涿州星河印刷有限公司

规 格 185mm×260mm 16 开本

版 次 2011 年 1 月第 1 版

印 张 44.25 插页 3

印 次 2011 年 1 月第 1 次印刷

字 数 807 000

定 价 78.00 元

---

版权所有 侵权必究 印装差错 负责调换

# 前 言

自从 20 世纪 50 年代哈里·马科维茨开创性的工作之后，越来越多的统计知识和数学知识应用到金融和投资管理中，有人可能会怀疑，当前经济学作为一门科学，利用这些数学是否合适。然而，一系列经济学定律和投资管理方面的金融理论可以利用经验数据很好地检验和科学地计量，这些知识只能用数学和统计学知识表述。这样，金融从业人员必须熟悉大量的统计和数学技能。

金融的不同领域对数学的要求不同，投资管理主要了解金融过程的事实，最终，投资管理要求了解风险和收益，这就要求从高度噪声甚至接近随机的时间序列中提取信息的能力。数学模型必须非常简单，但一定要有很深的经济意义。

在金融的其他领域，金融工具的复杂性是越来越多的数学应用到金融中的动因。有必要了解通过简单假设，用基本数量的概率行为来描述复杂的金融产品的概率行为，金融衍生品就是典型的例子。

本书可作为投资管理的从业人员、学生和研究人员工具书，在本书中包括了金融决策过程及其经济学基础，我们给出了金融模型和理论，包括 CAPM、APT、因素模型、利率期限结构模型和最优化方法。对于需要高深的金融计量和金融经济学的数学工具，我们予以重点强调。例如，估计和复

制分布尾部的方法、相关现象的分析、因子分析的降低维度和协整等金融经济学最新理论知识，我们都进行了很深的讲解。

本书重点强调概念和数学技巧，而略去冗长的证明，这些证明虽然在数学上是基础，但对金融从业者及学习经济和金融的学生却没有必要详尽掌握。对金融从业者，需要熟练掌握概念和数学技巧，这要求能解释模拟和分析的结果，模拟和分析是现代金融不可或缺的一部分。

阅读这本书并不需要特别的数学基础：本书对用到的所有数学概念都加以了解释，并且从基础的微积分和矩阵代数开始。在所涉及到的概念的深度和广度既定的条件下，它确实是一本好书。

在本书的写作过程中，我们注重将实际操作的直观感觉与学术性的数学分析联系起来。对于复杂而在数学细节上又比较晦涩的概念和方法，我们给出了简单而又令人信服的理由，尽可能地尝试给读者解释清楚这些概念背后的逻辑。本书给出了实践中很多量化分析的例子，这些例子可帮助读者理解量化分析与金融决策之间的联系。本书一个鲜明特征是将根植于投资管理实践中的概念与基于金融理论与统计分析的方法整合起来。

塞尔焦·M·福卡尔迪  
弗兰克·J·法博齐

# 《金融学译丛》 推荐委员会名单

(按姓氏笔画排名)

- |     |  |
|-----|--|
| 王江  | Professor of Finance, Sloan School of Management, Massachusetts Institute of Technology<br>麻省理工学院斯隆管理学院金融学教授                 |
| 许成钢 | Associate Professor of Economics, London School of Economics<br>伦敦经济学院经济学副教授   |
| 何华  | Professor of Finance, School of Management, Yale University<br>耶鲁大学管理学院金融学教授   |
| 张春  | Professor of Finance, Carlson School of Management, University of Minnesota<br>明尼苏达大学卡尔森管理学院金融学教授                            |
| 陈志武 | Professor of Finance, School of Management, Yale University<br>耶鲁大学管理学院金融学教授   |
| 周国富 | Associate Professor of Finance, John M. Olin School of Business, Washington University in St. Louis<br>圣路易斯·华盛顿大学奥林商学院金融学副教授 |
| 林毅夫 | Professor, China Center for Economic Research, Peking University<br>北京大学中国经济研究中心教授   |
| 钱颖一 | Professor of Economics, University of California, Berkeley<br>加利福尼亚州立大学伯克利分校经济学教授  |
| 曹全伟 | Associate Professor of Finance, Smeal College of Business, Pennsylvania State University<br>宾夕法尼亚州立大学斯米尔商学院金融学副教授            |
| 梅建平 | Associate Professor of Finance, Stern School of Business, New York University<br>纽约大学斯特恩商学院金融学副教授                            |
| 黄海洲 | Senior Economist, International Monetary Fund<br>国际货币基金组织高级经济学家  |

# 《金融学译丛》总序

金融学的核心问题是研究资本和资产的配置效率。在市场经济中，这种配置主要是通过金融市场来进行的。广义的金融市场包括证券市场、货币市场、各种形式的银行、储蓄机构、投资基金、养老基金、保险市场等等。市场的参与者包括个人、企业、政府和各种金融机构，他们在资本市场中的交易形成了资本和资产的供求关系，并决定其价格。而价格又指导着资本和资产的供求及其最终配置。资本作为经济活动和经济发展中的关键因素，其配置效率从根本上决定着一个经济的发展过程和前景。因此，一个国家或经济的金融市场的发达程度明确地标志着它的经济发展水平。

中国正处在创建和发展自己的金融市场的关键时期。在谋求经济健康而快速发展的过程中，如何充分地吸引资本、促进投资，进而达到最有效的资本资产配置，无疑是成功的关键。因此，建立一个有效的、现代化的金融体系是我们的当务之急。中国经济进一步开放和国际金融市场全球化的大趋势更增加了这个任务的紧迫性。在这一点上，现代金融理论及其在西方的应用是我们亟须了解和掌握的。

《金融学译丛》旨在把西方金融学的理论和实践方面最新、最权威和最有代表性的著作介绍给大家。我们希望这个系列能够涉及金融的各个主要领域，理论和实践并重，专业和一般兼顾。在我们所选择的书目中，既有反映最高学术水平的专著，也有西方著名商学院视作经典的教材，还有华尔街通用的金融手册。内容包括金融和证券、资产定价、投资、公司财务、风险管理和国际金融等等。但愿我们这个系列能为读者打开现代金融学知识、理论和技术宝库之窗，使它们成为发展中国金融市场的有力工具。

《金融学译丛》推荐委员会

2000年10月

# 关于作者

**塞尔焦·M·福卡尔迪** 总部在巴黎的咨询公司天祥集团的创始人之一。塞尔焦在热那亚大学的 CINEF（经济、金融跨学科研究中心）授课，是期刊《证券投资基金组合管理》的编委。他发表了诸多关于经济物理学的论文，并与他人合写了两部著作：《市场建模：新的理论和方法》和《风险管理：框架、方法和实践》。他的研究兴趣包括多重异质投资者之间的交互作用的建模以及基于协整和动态因素分析的大规模股票资产的经济计量学分析。塞尔焦在热那亚大学取得了电子工程的本科学位，在伽利略法拉利电工技术学院（都灵）取得了通讯学的研究生学位。

**弗兰克·J·法博齐** 博士、注册金融分析师、注册会计师，是耶鲁大学管理学院的 Frederick Frank 财务兼职教授。在加入耶鲁大学之前，他在麻省理工学院的斯隆商学院做金融访问教授。弗兰克是耶鲁大学国际金融中心的研究员，期刊《证券投资基金组合管理》的编辑，普林斯顿大学运营研究和金融工程系咨询委员会成员，是黑石复合封闭式基金和守护生命（Guardian Life）发起的开放式共同基金的信托人。他写了一些投资管理方面的著作，同时在 2002 年，他还被列入固定收益分析师协会的名人堂。弗兰克于 1972 年在纽约城市大学获得经济学博士学位。

# 致 谢

我们衷心地感谢罗格斯大学的陈任原教授，他和我们一起撰写了本书的第 22 章（“信用风险模型和信用违约互换”）。

本书第 16 章用到的关于资产配置的均值一方差分析来自弗兰克·法博齐、哈里·马科维茨和 Francis Gupta 的合作研究。第 18 章中的跟踪误差和风险分解的讨论来自弗兰克·法博齐、Frank Jones 和 Raman Vardharaj。

在写这样一本涵盖大量数学和金融学的技术性主题的书时，我们很荣幸地得到以下个人的帮助：

- 天祥集团的 Caroline Jonas 阅读并评论了本书的大部分章节；
- 高盛资产管理公司的 Petter Kolm 先生修订了第 4、6、7 和 20 章；
- 高盛资产管理公司的 Bernd Hanke 先生修订了第 14、15 和 16 章；
- 巴拉的 Lisa Goldberg 先生修订了第 13 章；
- 耶鲁大学的 Martijn Cremers 教授修订了金融计量学部分的初稿；
- 普林斯顿大学运营研究和金融工程系的 Hafize Gaye Erkan 博士修订了随机积分的章节（第 8 和 10 章）；
- 耶鲁大学的 Antti Petajisto 教授修订了第 14 章；
- 花旗集团的 Christopher Maloney 先生修订了第 5 章；

●热那亚大学的 Marco Raberto 先生修订了第 13 章并在实例的准备方面提供了有用的帮助；

●Istanbul Bilgi 大学的 Mehmet Gokcedag 先生修订了第 22 章，并在本书的组织和结构方面提供了帮助性的意见；

●热那亚大学的 Silvano Cincotti 教授在大部分主题方面提供了宝贵的建议；

●Lev Dynkin 先生和雷曼兄弟公司固定收益研究组的很多成员修订了第 21 章；

●国际结算银行的 Srichander Ramaswamy 先生准备了第 13 章的材料以阐述在信用风险管理中厚尾的重要性，这些材料基于他的书《公司债券组合中的信用风险管理：从业人员手册》。

●摩根士丹利的 Hemant Bhangale 修订了第 23 章。

最后，Megan Orem 对本书进行了排版，并提供了编辑方面的帮助，我们感谢她在多次复核本书的修订章节和重新组织图表内容过程中表现出的耐心和理解。

# 常用符号

$A(L)$	滞后算子 $L$ 的多项式
$\beta$	$k$ 维向量 $[\beta_1 \cdots \beta_k]'$
$\Delta$	差分算子
$\varepsilon_t$	误差, 通常指白噪声
$\cdot$	向量的笛卡尔积 $x \cdot y$ , 也记作 $xy$
$+$	向量或矩阵 $A+B$ 的和
$T$	一个向量或矩阵的转置 $A^T$
$adj$	一个矩阵的伴随矩阵
$ \mathbf{A} $	矩阵的行列式
$\mathfrak{B}$	波莱尔 $\sigma$ -代数
$\mathfrak{S}$	过滤算子
$\cup$	集合的并
$\cap$	集合的交
$\in$	属于
$\notin$	不属于
$\rightarrow$	趋于
$\sum$	对隐含范围求和
$\sum_{i=1}^N$	对给出范围求和
$\prod$	对隐含范围求积

$$\prod_{i=1}^N$$

$\Phi(x)$

$\Omega$

$E[X]$

$E[X|Z]$

对给出范围求积

标准正态分布的累积分布函数

样本空间

期望

条件期望

# 缩写与简写

ABS	asset-backed securities	资产担保证券
ADF	augmented Dickey-Fuller	增广的 DF
a. e.	almost everywhere	几乎处处
AIC	Akaike information criterion	赤池信息准则
APT	asset pricing theory	资产定价理论
AR	auto regressive	自回归
ARCH	autoregressive conditional heteroschedastic	条件异方差自回归
ARDL	auto regressive distributed lag	自回归分布滞后
ARIMA	auto regressive integrated moving average	自回归求和移动平均
ARMA	auto regressive moving average	自回归滑动平均
a. s.	almost surely	几乎必然
ASE	American Stock Exchange	美国证券交易所
BET	bond equivalent yield	债券等价收益
BGM	Brace-Gatarek-Musiela model	布雷斯-加塔瑞克-穆谢拉 模型

BIC	Bayesian information criterion	贝叶斯信息准则
CAPM	capital asset pricing model	资本资产定价模型
C(CAPM)	conditional capital asset pricing model	条件资本资产定价模型
CD	certificate of deposit	存单
CFM	cash flow matching	现金流匹配
CFTC	Commodity Futures Trading Commission	商品期货交易委员会
CLT	central limit theorem	中心极限定理
CML	capital market line	资本市场线
CrVaR	credit risk value-at-risk	信用风险在险价值
CvaR	conditional value-at-risk	条件在险价值
DAX	German stock index	德国股票指数
d. f.	(cumulative) distribution functions	(累积) 分布函数
DF	Dickey-Fuller	DF 统计量
DGP	data generation process	数据生成过程
DJIA	Dow Jones Industrial Average	道琼斯工业平均指数
EAFE Index	Europe, Australia, and Far East Index	EAFE 指数
EC	error correction	误差修正
ECM	error correction model	误差修正模型
ECN	electronic communication network	电子通信网络
EM	expectation maximization	期望最大化
ERISA	Employee Retirement Income Security Act	《雇员退休收入保障法案》
ES	expected shortfall	期望短缺
ESR	expected shortfall risk	预期不足风险
EVT	extreme value theory	极值理论
FLOPS	floating point operations per second	每秒浮点操作
GAAP	generally accepted accounting principles	公认会计原则
GARCH	generalized autoregressive	广义条件异方差自回归

	conditional heteroschedastic	
GET	general equilibrium theory	一般均衡理论
GEV	generalized extreme value	广义极值
GMM	generalized method of moments	广义矩方法
GNP	gross national product	国民生产总值
HFD	high frequency data	高频数据
HJM	Heath, Jarrow, Morton model	希思-贾若-莫顿模型
IC	information criteria	信息准则
IGARCH	integrated GARCH	广义 GARCH
IID	independent and identically distributed	独立同分布
IIN	independent identically normal	独立同正态分布
IN	independent normal	独立正态
IR	information ratio	信息比率
ISO	International Standards Organization	国际标准组织
L	lag operator	滞后算子
LIBOR	London Interbank Offered Rate	伦敦银行同业拆借利率
LLN	law of large numbers	大数定律
LP	linear program, linear programming	线性规划
MA	moving average	移动平均
MDA	maximum domain of attraction	最大值吸收域
MBS	mortgage-backed securities	抵押担保证券
MIP	mixed integer programming	混合整数规划
ML	maximum likelihood	最大似然
MLE	maximum likelihood estimator	最大似然估计量
MPT	modern portfolio theory	现代投资组合理论
MSCI-EM	Morgan Stanley Composite Index—Emerging Markets	摩根士丹利复合指数——新兴市场
MSCI-EME	Morgan Stanley Composite Index—Emerging Markets Equity	摩根士丹利复合指数——新兴市场股权
M-V analysis	mean-variance analysis	均值—方差分析
NASDAQ	National Association of Securities Dealers Automated Quotation System	全国证券商协会自动报价系统
NAV	net asset value	资产净值

NYSE	New York Stock Exchange	纽约证券交易所
ODE	ordinary differential equation	常微分方程
OLS	ordinary least squares	普通最小二乘估计
OTC	over-the-counter	场外交易
P/B	price-to-book ratio	市净率
P&C	property & casualty	产险业务
PCA	principal component analysis	主成分分析
PDE	partial differential equation	偏微分方程
pdf	probability density function	概率密度函数
QP	quadratic program, quadratic programming	二次规划问题
RAP	regulatory accounting principles	监管会计准则
RDF	resource description framework	资源描述框架
RMT	random matrix theory	随机矩阵理论
ROI	return on investment	投资回报率
SDE	stochastic differential equation	随机微分方程
S&L	savings & loan	储蓄和贷款
S&P 500	Standard & Poor's 500 Index	标准普尔 500 指数
SML	security market line	证券市场线
ss	self similar	自相似
SSB BIG Index	Salomon Smith Barney Broad Investment Grade Index	所罗门美邦广泛投资级债券指数
sssi	self similar with stationary increments	平稳增加自相似
UL	unexpected loss	非预期损失
VaR	value-at-risk	在险价值
VAR	vector auto regressive	向量自回归
VC theory	Vapnik-Chervonenkis theory	万普尼克-谢尔沃年科斯定理
VLCA	Value Line Composite Average	价值线综合指数
XML	eXtensible markup language	可扩展标识语言