



中学生学习方法研究

集束 学习法



$E=mc^2$ 集!

NLIC2970647426

几何爆发!

八年级数学(上)

浙江教育版

集 方法技巧规律·分门别类
束 重点难点考点·集中梳理

主 编/薛金星

1687年

第一个



[启发人类对引力思考的苹果落地了]

北京出版集团公司
北京教育出版社

集束 学习法

$E=mc^2$ 集束能量 $N \Delta F - \Delta mc^2$ 几何爆发!



NLIC2970647426

八年级数学(上)

浙江教育版

总主编：薛金星

主 编：孙溪刚



诚邀全国名师加盟

金星国际教育集团专注于少儿、小学、中学和大学教育类图书的研发策划与出版发行工作,现诚邀天下名师加盟“全国名师俱乐部”:每县拟选老师1人,俱乐部会员将成为本公司长期签约作者,享受优惠稿酬,并获长期购书优惠、赠书和及时提供各类教学科研信息等优惠服务。联系地址:山东省潍坊市安顺路4399号金星大厦
邮政信箱:山东省潍坊市019755号信箱 邮编:261021

恳请各位名师对我们研发、出版的图书提出各类修订建议,并提供相应的文字材料。我们将根据建议采用情况及及时支付给您丰厚报酬。

诚征各位名师在教学过程中发现的好题、好方法、好教案、好学案等教学与考试研究成果,一旦采用,即付稿酬。

诚邀各位名师对我们的产品质量及营销建言献策。我们将根据贡献大小,分别给予不同形式的奖励。同时,我们也真诚欢迎广大一线师生来信、来函、来电、上网与我们交流沟通,为确保信息畅通,我们特设以下几个交流平台,供您选用:

图书邮购热线:(010)61743009 61767818

图书邮购地址:北京市天通苑邮局6503信箱 邮购部(收) 邮政编码:102218

第一教育书店:<http://www.firstedubook.com>

<http://www.第一教育书店.中国>

第一教育书店一淘宝店:<http://shop58402493.taobao.com>

电子邮箱:book@jxedue.net

质量监督热线:(0536)2223237 王老师

集团网站:<http://www.jxedue.net>

<http://www.金星教育.中国>

金星教学考试网:<http://www.jxjxks.com>

图书在版编目(CIP)数据

集束学习法:浙江教育版. 八年级数学 / 薛金星主编.

北京:北京教育出版社, 2007.4

ISBN 978-7-5303-5866-5

I. 集… II. 薛… III. 数学课—初中—教学参考资料 IV. G634

中国版本图书馆CIP数据核字(2007)第083406号

①

集束学习法·八年级数学(上)

JISHU XUEXIFA · BANIANJI SHUXUE (SHANG)

浙江教育版

主 编 薛金星

北京出版集团公司 出版

北京教育出版社

(北京北三环中路6号) 邮政编码:100120

质量监督电话:(010)61743009 58572750 58572393

网址:www.bph.com.cn 北京出版集团公司总发行

各地书店经销 北京市梦宇印务有限公司

890×1240 32开本 10.5印张 450 000字

2007年4月第1版 2010年4月第3次修订版 2010年4月第1次印刷

ISBN 978-7-5303-5866-5/G·5785

定价:18.80元



【学习状况】

功课繁多，老是跟不上；知识难接受，不理解，遗忘快；做题无头绪，无从下手。

【期望状况】

指点迷津，解惑答疑，掌握技巧，顺利解题，在考试中取得好成绩。

【我们的努力】

我们组织了教学一线的广大特高级教师，结合教育教学的最新理论和教学实践经验，深入研究教法和学法，开发了这套适合广大中学生的系列丛书。

我们结合课标教材特点，贯穿“高效、新颖、科学、创新、探究”的编写思想，进一步体现“实用、够用、好用”的指导思想，努力提高本书的内在质量。努力贯彻重基础、多样化、有层次、综合性的原则，涉及的知识以课内为主，但练习向课外延伸，联系社会，贴近生活，结合当前热点、焦点，为学生创造主动学习的环境，帮助学生提高自主学习、合作交流及分析和解决问题的能力，提高学生的探究能力、合作意识和学科素养，真正让学生成为学习的主人，使之在思考中感悟，在感悟中升华，最终达到学以致用目的。

【使用说明】

1. 课前。阅读“情景资料概览”从已有知识或问题情景中感受学习新知识的必要性，提高学习兴趣，从“知识思维图示”中了解本节学习目标和梳理本节的基础知识，留下清晰系统的学习印象。

2. 课中。如果你听不明白老师对知识的讲解，请走进“细读知识清单”，去聆听透彻的阐释，巧妙的点拨。课本练习题若遇到困难，课后可以去查看“课本练习题解答”。

3. 课后。亲自体验“多角度探究解题”，你会收到举一反三、触类旁通的美妙效果。“学法指导”和“解题技法”让你的学习和解题有法可依，“常见思维误区归纳与总结”对易错、易漏、易混点进行温馨提示，防患于未然。

4. “方法技巧平台”提供给同学们“钓鱼”的本领，理论和实践相结合，易于消化吸收。

5. “课本问题探究”和你一起针对教材中设置的思考、讨论等问题进行探究，并给出了规范的解答分析，解决困惑，不留死角。

6. 巩固所学知识，培养综合应用能力和得心应手的应试能力，课后可以在“习题科学化设计”中一展身手。

7. 集束本章知识，形成专题能力，提升综合应用水平，请到本章后的“章末复习方略”中收获累累硕果。

【细节追求】

知识的讲解：通过各种导引、直观形象刺激，将枯燥乏味的知识以灵活的形式呈现给学生，使学生在巧妙的讲解中学习方法与技巧。

例题的选取：有针对性、典型性、全面性、新颖性，与知识点的讲解形成鲜明的“点题对应”，而且在一定程度上有相应的拓展，以提高学生的实际运用能力。

习题的设计：坡度与难度的完美结合，有利于学生在有层次的练习中归纳知识，融会贯通，真正做到习题的科学化设计，达到举一反三，触类旁通。

答案的点拨：拨云见日，及时领悟，快速高效地突破难点。

方法的总结：给学生搭建一个解题方法平台，让学生掌握一套系统科学的解题方法。

问题的探究：生动丰富的题干背景，富有逻辑的推导过程，循循善诱，引导学生学以致用，达到解决实际问题的目的。

目 录

第 1 章 平行线

- 1.1 同位角、内错角、同旁内角 (1)
- 1.2 平行线的判定 (7)
- 1.3 平行线的性质 (16)
- 1.4 平行线之间的距离 (25)
- 章末复习方略 (31)



第 2 章 特殊三角形




- 2.1 等腰三角形 (41)
- 2.2 等腰三角形的性质 (47)
- 2.3 等腰三角形的判定 (54)
- 2.4 等边三角形 (62)
- 2.5 直角三角形 (70)
- 2.6 探索勾股定理 (80)
- 2.7 直角三角形全等的判定 (90)
- 章末复习方略 (97)

第 3 章 直棱柱

- 3.1 认识直棱柱 (108)
- 3.2 直棱柱的表面展开图 (113)
- 3.3 三视图 (120)
- 3.4 由三视图描述几何体 (129)
- 章末复习方略 (135)



第4章 样本与数据分析初步

4.1 抽 样	(143)	
4.2 平均数	(151)	
4.3 中位数和众数	(162)	
4.4 方差和标准差	(173)	
4.5 统计量的选择与应用	(185)	
章末复习方略	(196)	

第5章 一元一次不等式

5.1 认识不等式	(207)
5.2 不等式的基本性质	(216)
5.3 一元一次不等式	(225)
5.4 一元一次不等式组	(235)
章末复习方略	(245)

第6章 图形与坐标

6.1 探索确定位置的方法	(253)
6.2 平面直角坐标系	(260)
6.3 坐标平面内的图形变换	(267)
章末复习方略	(274)

第7章 一次函数

7.1 常量与变量	(281)
7.2 认识函数	(286)
7.3 一次函数	(295)
7.4 一次函数的图象	(303)
7.5 一次函数的简单应用	(314)
章末复习方略	(324)

第1章

平行线

1.1 同位角、内错角、同旁内角

情景资料概览

如图 1-1-1 所示的是一段铁路的示意图, l_1, l_2 表示两条铁轨, l_3 表示一条枕木. 图中有三条线形成了八个角, 这八个角中, 你知道 $\angle 1$ 与 $\angle 5$, $\angle 3$ 与 $\angle 6$ 及 $\angle 3$ 与 $\angle 5$ 是什么角吗? 它们有怎样的关系, 本节知识将告诉你答案.

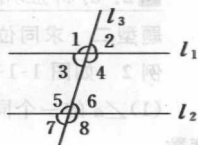


图 1-1-1

知识思维图示

两条直线被第三条直线所截

三线八角

同位角

内错角

同旁内角

细读知识清单

重要问题的学法指导

重要问题一 同位角特点: 两线同侧, 截线同旁.

重要问题二 内错角特点: 两线之间, 截线异侧.

重要问题三 同旁内角特点: 两线之间, 截线同旁.

多角度探究解題

示范题的解法研究

1. 学科综合思维激活

题型一 考查同位角、内错角、同旁内角的识别

例 1 如图 1-1-2, 直线 AB, CD 被 EC 所截, $\angle 1$ 和 $\angle C$

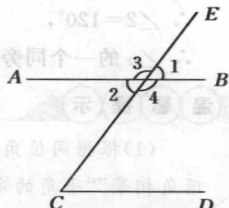


图 1-1-2

拓展视野

丘成桐博士为国际著名数学家, 美国科学院院士, 中国科学院外籍院士. 1982 年由于他在几何方面的杰出工作, 获得了菲尔茨奖(被称之为数学的诺贝尔奖). 1994 年, 获得了瑞典皇家学院颁发的国际上著名的克雷福德奖. 1997 年获美国国家科学奖.

是_____， $\angle 2$ 和 $\angle C$ 是_____， $\angle 4$ 和 $\angle C$ 是_____。

思维导图：

$\angle 1$ 和 $\angle C$ 分别在 AB 、 CD 上方，且在 EC 同旁 $\xrightarrow{\text{定义}}$ $\angle 1$ 和 $\angle C$ 是同位角

$\angle 2$ 和 $\angle C$ 在 AB 和 CD 之间，且在 EC 两旁 $\xrightarrow{\text{定义}}$ $\angle 2$ 和 $\angle C$ 是内错角

$\angle 4$ 和 $\angle C$ 在 AB 和 CD 之间，且在 EC 同旁 $\xrightarrow{\text{定义}}$ $\angle 4$ 和 $\angle C$ 是同旁内角

分析：识别时，应先理清是哪两条直线被第三条直线所截，然后按位置加以区分。

解：同位角，内错角，同旁内角

方法技巧：两线同侧，且在第三线同旁的一对角是同位角；两线之间，且在第三线异侧的一对角是内错角；两线之间，且在第三线同旁的一对角是同旁内角。

借题发挥：1. 如图 1-1-3，与 $\angle 1$ 是同位角的是_____，与 $\angle 1$ 是内错角的是_____，与 $\angle 1$ 是同旁内角的是_____。(答案见 P7)

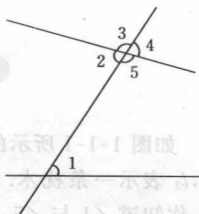


图 1-1-3

2. 创新应用思维激活

题型二 求同位角、内错角、同旁内角的度数

例 2 如图 1-1-4，已知 $\angle \alpha = \angle \beta = 60^\circ$ ，求：

(1) $\angle \alpha$ 的一个同位角的度数；(2) $\angle \alpha$ 的一个同旁内角的度数。

思维导图：

$\angle 1$ 与 $\angle \alpha$ 是同位角

$\angle 1$ 与 $\angle \beta$ 是对顶角

$$\angle 1 = \angle \beta = 60^\circ$$

$\angle 2$ 与 $\angle \alpha$ 是同旁内角

$\angle 2$ 与 $\angle \beta$ 互补

$$\angle 2 = 180^\circ - \angle \beta = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$$

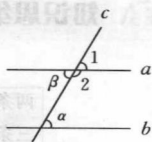


图 1-1-4

分析：先找出 $\angle \alpha$ 的一个同位角是 $\angle 1$ ，一个同旁内角是 $\angle 2$ ，然后求其度数。

解：(1) $\because \angle 1 = \angle \beta, \angle \beta = 60^\circ, \therefore \angle 1 = 60^\circ$ 。

$\therefore \angle \alpha$ 的一个同位角的度数是 60° 。

(2) $\because \angle 2 + \angle \beta = 180^\circ, \angle \beta = 60^\circ,$

$\therefore \angle 2 = 120^\circ,$

$\therefore \angle \alpha$ 的一个同旁内角的度数是 120° 。

解题技巧

关键是找准 $\angle \alpha$ 的一个同位角和一个同旁内角。

温馨提示

(1) 根据同位角、同旁内角的位置特点确定出所求的角；(2) 本题用到“对顶角相等”“平角的定义”等知识点。

拓展视野

陈景润是世界著名解析数论学家之一，他在 50 年代即对高斯圆内格点问题、球内格点问题、塔里问题与华林问题的以往结果，作出了重要改进。60 年代后，他又对筛法及其有关重要问题，进行广泛深入的研究。哥德巴赫猜想是他的主要成就。

借题发挥:2. 如图 1-1-5, $\angle 1 = \angle 2 = 100^\circ$, 求:

- (1) $\angle 1$ 的一个内错角的度数;
 (2) $\angle 1$ 的一个同旁内角的度数. (答案见 P7)

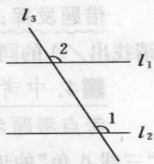


图 1-1-5

例 3 指出图 1-1-6(1)中所有的同位角、内错角、同旁内角.

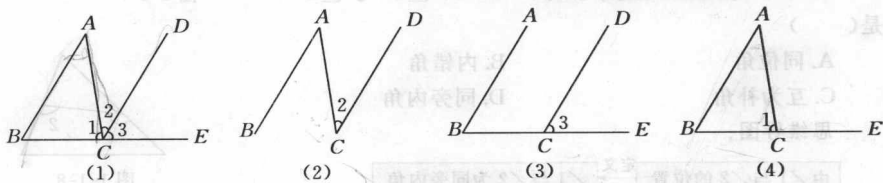


图 1-1-6

思维导图:

直线 AB, CD 被直线 AC 所截

$\angle A$ 和 $\angle 2$ 是内错角

直线 AB, CD 被直线 BE 所截

$\angle B$ 与 $\angle 3$ 是同位角

$\angle B$ 与 $\angle BCD$ 是同旁内角

直线 AB, AC 被直线 BE 所截

$\angle B$ 与 $\angle 1$ 是同旁内角

$\angle B$ 与 $\angle ACE$ 是同位角

直线 AB, BE 被直线 AC 所截

$\angle A$ 与 $\angle ACE$ 是内错角

$\angle A$ 与 $\angle 1$ 是同旁内角

直线 AC, BE 被直线 AB 所截

$\angle A$ 与 $\angle B$ 是同旁内角

分析: 图 1-1-6(1) 可分解为三个基本图形来解决, 如图 1-1-6(2)(3)(4).

解: 原图形中共有两组同位角: $\angle B$ 与 $\angle 3$, $\angle B$ 与 $\angle ACE$; 共有两组内错角: $\angle A$ 与 $\angle 2$, $\angle A$ 与 $\angle ACE$; 共有四组同旁内角: $\angle B$ 与 $\angle BCD$, $\angle B$ 与 $\angle 1$, $\angle A$ 与 $\angle 1$, $\angle A$ 与 $\angle B$.

温馨提示

将组合图形分解为基本图形, 有助于不重不漏地准确辨别同位角、内错角、同旁内角.

拓展视野

华罗庚是自学成才的科学巨匠, 是世界著名的数学家。他是中国解析数论、典型群、矩阵几何学、自守函数论与多复变函数论等很多方面研究的创始人与开拓者。为以后矩阵几何学等, 作了奠基。

借题发挥:3.如图1-1-7,已知 BG 、 AF 、 DH 交于点 O ,请找出 $\angle A$ 的同位角、内错角。(答案见P7)

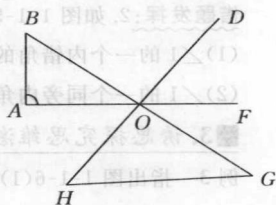


图1-1-7

4. 中考经典思维激活

考点考题考法研究:本节知识在中考中主要考查“三线八角”的识别,命题形式以填空题、选择题为主,多与平行线知识综合考查。

例4 (2008·山东)如图1-1-8, $\angle 1$ 与 $\angle 2$

是()

- A. 同位角
B. 内错角
C. 互为补角
D. 同旁内角

思维导图:

由 $\angle 1$ 与 $\angle 2$ 的位置 $\xrightarrow{\text{定义}}$ $\angle 1$ 与 $\angle 2$ 为同旁内角

分析: $\angle 1$ 与 $\angle 2$ 在截线同旁,两线之间,故 $\angle 1$ 与 $\angle 2$ 是同旁内角。

解:D

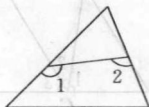


图1-1-8

规律总结:本题主要利用同旁内角的定义解题。

方法技巧平台

两条直线被第三条直线(截线)所截,若两角都在截线的同旁,且分别位于这两条直线的同一侧,这对角称同位角;若两角分别位于截线的异侧,且都在这两条直线之间,这对角称内错角;若两角都在截线的同旁,且在这两条直线之间,这对角称同旁内角。正确区分同位角、内错角、同旁内角是今后学习平行线的判定、平行线的性质等内容的基础。

例 如图1-1-9,直线 AB 、 CD 被直线 EF 所截,则 $\angle EMB$ 的同位角是()

- A. $\angle AMF$
B. $\angle BMF$
C. $\angle ENC$
D. $\angle END$

思维导图:

$\angle EMB$ 在直线 AB 的上方

$\angle END$ 在直线 CD 的上方

$\angle EMB$ 与 $\angle END$ 都在 EF 的同侧

$\angle EMB$ 与 $\angle END$ 是同位角

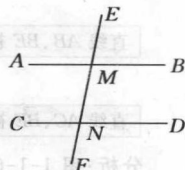


图1-1-9

分析:根据同位角的定义来判断。解:D

温馨提示

本题考查同位角的概念。

拓展视野

谦虚的学生珍视真理,不关心对自己个人的颂扬;不谦虚的学生首先想到的是炫耀个人得到的赞誉,对真理漠不关心。思想史上载明,谦虚几乎总是和学生的才能成正比,不谦虚则成反比。

——普列汉诺夫

常见思维误区归纳与总结

本节中常见的思维误区是:(1)在复杂图形中辨认同位角、内错角、同旁内角时容易产生遗漏或错误;

(2)在复杂图形中,分不清截线和被截线.

例 如图 1-1-10 所示,图中 $\angle 1$ 和 $\angle 2$ 是_____与_____被_____所截得的_____角; $\angle 3$ 和 $\angle 4$ 是_____与_____被_____所截得的_____角.

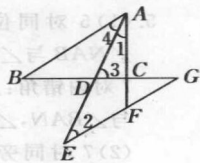


图 1-1-10

错解:直线 AE, 直线 AF, 直线 BG, 同位; 直线 AE, 直线 BG, 直线 AB, 内错

错解分析:要辨认的这两个角中的每个角的一条边都在的那条直线是截线,其余的两条直线是被截线.产生错误的原因是把截线与被截线弄混了.

正解:直线 AF, 直线 EG, 直线 AE, 同旁内; 直线 AB, 直线 BG, 直线 AE, 内错

课本问题探究

“想一想”(P4)

(1) $\angle 3$ 与 $\angle 7$ 是同位角, 另外 $\angle 2$ 与 $\angle 6$ 、 $\angle 1$ 与 $\angle 5$ 、 $\angle 4$ 与 $\angle 8$ 都是同位角.

(2) $\angle 4$ 与 $\angle 6$ 是内错角. (3) $\angle 4$ 与 $\angle 5$ 也是同旁内角.

“合作学习”(P5)

可以看成是内错角, 还能构成同位角和同旁内角.

课本练习题解答

课内练习 (P5)

1. (1) $\angle 1$ 与 $\angle 2$ 是同位角, $\angle 3$ 与 $\angle 4$ 是内错角, $\angle 2$ 与 $\angle 4$ 是同旁内角.

(2) $\angle 1$ 与 $\angle 5$ 是同旁内角, $\angle 4$ 与 $\angle 5$ 是内错角.

(3)直线 AB、CD 被直线 EF 所截.

2. $\angle 2$ 是 45° , 根据对顶角相等, $\angle 5$ 是 45° , $\angle 3$ 是 135° , $\angle 6$ 是 135° .

作业题 (P6)

A 组

1. 同位角: $\angle BPF$ 和 $\angle DQF$ 或 $\angle APF$ 和 $\angle CQF$ 或 $\angle EPB$ 和 $\angle EQD$ 或 $\angle EPA$ 和 $\angle EQC$. 内错角: $\angle BPF$ 和 $\angle CQE$ 或 $\angle DQP$ 和 $\angle APQ$.

同旁内角: $\angle BPQ$ 和 $\angle DQP$, 或 $\angle APQ$ 和 $\angle CQP$.

2. (1) $\angle 2$ (2) $\angle 4$ (3)DE、内错 (4)AB、AF、同位

B 组

3. 和 $\angle 2$ 相等的角有 $\angle AED$, 互补的角有 $\angle AEC$ 、 $\angle OED$.

拓展视野

人们常觉得准备的阶段是在浪费时间,只有当真正的机会来临,而自己却没有能力把握的时候,才能觉悟到自己平时没有准备才是浪费了时间。——罗曼·罗兰

理由: $\because \angle 1 = \angle 2, \angle 1 = \angle AED, \therefore \angle 2 = \angle AED.$

又 $\angle AED + \angle AEC = 180^\circ, \therefore \angle 2 + \angle AEC = 180^\circ,$

又 $\angle AEC = \angle OED, \therefore \angle 2 + \angle OED = 180^\circ.$

4. 同位角: $\angle A$ 与 $\angle EDC, \angle C$ 与 $\angle ABF.$ 内错角: $\angle C$ 与 $\angle EDC, \angle A$ 与 $\angle ABF.$
同旁内角: $\angle A$ 与 $\angle ADC, \angle A$ 与 $\angle ABC, \angle C$ 与 $\angle ADC, \angle C$ 与 $\angle ABC.$

C 组

5. (1) 5 对同位角: $\angle ACF$ 与 $\angle ABC, \angle ABE$ 与 $\angle ACE, \angle MAB$ 与 $\angle EBD,$
 $\angle NAB$ 与 $\angle FBD, \angle CAB$ 与 $\angle CBD.$

7 对内错角: $\angle ACB$ 与 $\angle NAC, \angle ACF$ 与 $\angle CAM, \angle ABC$ 与 $\angle BAM, \angle ABE$
与 $\angle BAN, \angle BAC$ 与 $\angle ABE, \angle BAC$ 与 $\angle ACF, \angle DBC$ 与 $\angle ACE.$

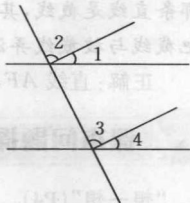
(2) 7 对同旁内角: $\angle ABC$ 与 $\angle BAC, \angle BAC$ 与 $\angle BCA, \angle ABC$ 与 $\angle ACB,$
 $\angle CAN$ 与 $\angle ACF, \angle ACE$ 与 $\angle CAM, \angle ABC$ 与 $\angle BAN, \angle ABE$ 与 $\angle BAM.$

习题科学化设计

【快乐延伸 能力提升】

1. 如图 1-1-11, 下面说法正确的是()

- A. $\angle 1$ 与 $\angle 4$ 是同位角 B. $\angle 1$ 与 $\angle 3$ 是同位角
C. $\angle 2$ 与 $\angle 4$ 是同位角 D. $\angle 2$ 与 $\angle 3$ 是同位角



2. 如图 1-1-12, $\angle 1$ 与 $\angle 2$ 是同位角的图形个数是()

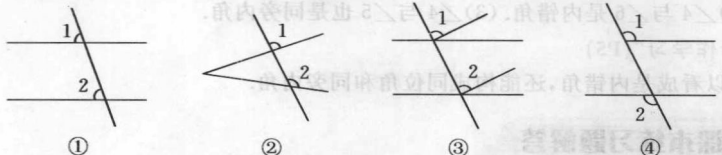


图 1-1-11

图 1-1-12

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

3. 如图 1-1-13, 与 $\angle \alpha$ 构成同位角的角的个数是()

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

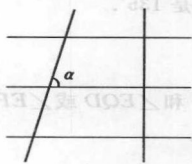


图 1-1-13

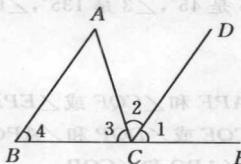


图 1-1-14

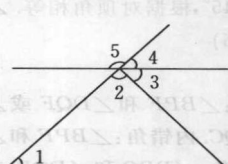


图 1-1-15

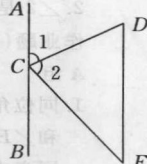


图 1-1-16

4. 如图 1-1-14, $\angle 1$ 和 $\angle 4$ 是直线 AB、_____ 被 _____ 所截得的 _____ 角.

5. 如图 1-1-15, 下列结论中正确的是()

拓展视野

如果你想有充裕的时间, 那你就天天读书, 你所谈的一切, 就是你用以治学的底子。底子越厚, 学习也就越容易。每天读的东西越多, 你的时间后备就越充足。

- A. $\angle 1$ 与 $\angle 5$ 是同位角 B. $\angle 5$ 与 $\angle 2$ 是对顶角
 C. $\angle 1$ 与 $\angle 3$ 是同位角 D. $\angle 1$ 与 $\angle 2$ 是同旁内角
6. 如图 1-1-16, 直线 AB 与 DE 被 CD 所截而成的同旁内角是 _____, 内错角是 _____.
7. 如图 1-1-16, $\angle 2$ 与 _____ 是同旁内角, $\angle E$ 与 _____ 是同旁内角.
8. 三条直线两两相交于三点, 共有几对对顶角? (不含平角) 几对同位角? 几对内错角? 几对同旁内角?

【思维拓展 综合创新】

9. 如图 1-1-17, 下列说法中错误的是 ()
- A. $\angle C$ 和 $\angle 3$ 是同位角 B. $\angle A$ 和 $\angle 3$ 是内错角
 C. $\angle 1$ 和 $\angle 3$ 是内错角 D. $\angle A$ 和 $\angle B$ 是同旁内角
10. 如图 1-1-18, $\angle ADE$ 和 $\angle CED$ 是 ()
- A. 同位角 B. 内错角
 C. 同旁内角 D. 互为补角

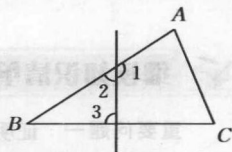


图 1-1-17

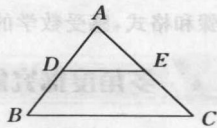


图 1-1-18

参考答案

借题发挥

1. $\angle 4, \angle 2, \angle 5$ 2. (1) 100° (2) 80° 3. $\angle DOF, \angle BOF; \angle AOH, \angle AOG$

习题科学化设计

1. D 2. C 3. C 4. CD, BE , 同位 5. D

6. $\angle D$ 和 $\angle BCD, \angle 1$ 和 $\angle D$

7. $\angle D$ 或 $\angle E, \angle D$ 或 $\angle 2$ 或 $\angle ACE$

8. 6 对对顶角, 12 对同位角, 6 对内错角, 6 对同旁内角

9. B 10. B

1.2 平行线的判定

情景资料概览

如图 1-2-1 所示, 直线 AB, CD 表示一条河的两岸, 并且 $AB \parallel CD$, 点 E 为直线 AB, CD 外一点, 现想过点 E 作 CD 的平行线, 则只需过点 E 作岸 AB 的平行线即可, 其理由是什么? 学完本节内容后你就明白其中的理由了.

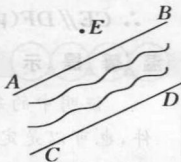


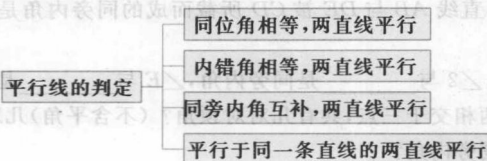
图 1-2-1

拓展视野

只要一门科学分支能提出大量的问题, 它就充满着生命力, 而问题缺乏则预示着独立发展的终止或衰亡。

——希爾伯特

知识思维图示



细读知识清单

重要问题的学法指导

重要问题一 证明两直线平行的判定公理是“同位角相等,两直线平行”;判定定理有两个:“内错角相等,两直线平行”,“同旁内角互补,两直线平行”.

重要问题二 用这些公理和定理可证明一些简单题目,初步了解证明的基本步骤和格式,感受数学的严谨性,要熟记基本图形和推理格式.

多角度探究解题

示范题的解法研究

1. 学科综合思维激活

题型一 平行线的判定定理 1(内错角相等,两直线平行)

例 1 如图 1-2-2,已知 CE, DF 与直线 AB 交于 C, D 两点, $\angle 1 = \angle 2$. 求证: $CE \parallel DF$.

思维导图:

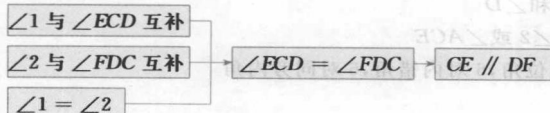


图 1-2-2

分析:要证 $CE \parallel DF$,就要证这两条直线被截出的同位角相等或内错角相等.

证明: $\because \angle 1 + \angle ECD = 180^\circ, \angle 2 + \angle FDC = 180^\circ$ (平角的定义),

$$\therefore \angle ECD = 180^\circ - \angle 1,$$

$$\angle FDC = 180^\circ - \angle 2 \text{ (等式的性质).}$$

$$\text{又} \because \angle 1 = \angle 2 \text{ (已知),}$$

$$\therefore \angle ECD = \angle FDC \text{ (等量代换).}$$

$$\therefore CE \parallel DF \text{ (内错角相等,两直线平行).}$$

解题技法

本题关键是找出 $\angle ECD$ 、 $\angle FDC$ 是 CE, DF 被 AB 截得的内错角.

温馨提示

证明中的每一步推理都要有根据,不能想当然.这些根据可以是已知条件,也可以是定义、公理和已经证明的定理等.初学证明时,要求把理由(即根据)写在每一步推理后面的括号内.要做到步步有根.

拓展视野

高新的成就遍及数学的各个领域,在数论、微分几何、超几何级数、复变函数论以及椭圆函数论等方面均有开创性贡献.他十分注重数学的应用,并且在天文学、大地测量学和磁学的研究中也偏重于用数学方法进行研究.

借题发挥:1. 如图 1-2-3, 已知 $\angle ABC = \angle BCD = 120^\circ$, $BE \perp AB, CF \perp CD$. 求证: $BE \parallel CF$. (答案见 P15)

题型二 平行线的判定定理 2 (同旁内角互补, 两直线平行)

例 2 如图 1-2-4, 已知直线 a, b 被直线 c 所截, $\angle 1 + \angle 2 = 180^\circ$, 求证: $a \parallel b$.

思维导图:

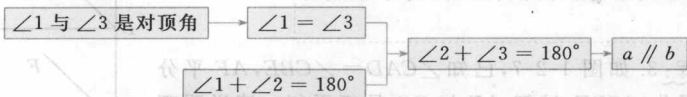


图 1-2-3

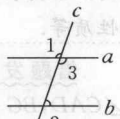


图 1-2-4

分析: 要证 $a \parallel b$, 只要证 $\angle 2 + \angle 3 = 180^\circ$ 就可以了, 由图知 $\angle 1 = \angle 3$, 而又已知 $\angle 1 + \angle 2 = 180^\circ$, 所以 $\angle 2 + \angle 3 = 180^\circ$.

证明: $\because \angle 1 + \angle 2 = 180^\circ$ (已知),

$\angle 1 = \angle 3$ (对顶角相等),

$\therefore \angle 2 + \angle 3 = 180^\circ$ (等量代换),

$\therefore \angle 2$ 与 $\angle 3$ 互补 (互补的定义),

$\therefore a \parallel b$ (同旁内角互补, 两直线平行).

解题技法

本题关键在于证出 $\angle 2$ 与 $\angle 3$ 互补, 从而得出 $a \parallel b$.

温馨提示

注意每一步推理都要有根据且要严密.

借题发挥:2. 如图 1-2-5, $AB \perp BC$ 于点 B , $\angle 1 = 55^\circ$, $\angle 2 = 35^\circ$. 直线 a, b 平行吗? 请说明理由. (答案见 P15)

2. 创新应用思维激活

例 3 如图 1-2-6, $\angle ABC = \angle BCD$, BE, CF 分别平分 $\angle ABC$ 和 $\angle BCD$, 则 BE 与 CF 有怎样的位置关系?

思维导图:

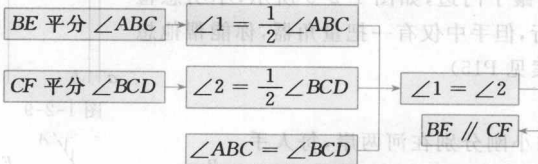


图 1-2-5

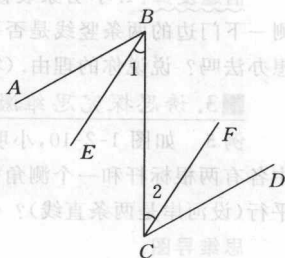


图 1-2-6

分析: 判断 BE 和 CF 的位置关系要看 $\angle 1$ 和 $\angle 2$ 的关系, $\angle 1$ 与 $\angle 2$ 相等则平行, 不相等则相交.

解: $BE \parallel CF$. 理由:

$\because BE, CF$ 分别平分 $\angle ABC, \angle BCD$ (已知),

$\therefore \angle 1 = \frac{1}{2} \angle ABC, \angle 2 = \frac{1}{2} \angle BCD$ (角平分线的定义).

拓展视野

哲学家也要学数学, 因为他必须跳出浩如烟海的万变现象而抓住真正的实质, 又因为这是使灵魂过渡到真理和永存的捷径.

——柏拉图

又 $\angle ABC = \angle BCD$ (已知),

$\therefore \angle 1 = \angle 2$ (等量代换).

$\therefore BE \parallel CF$ (内错角相等, 两直线平行).

规律总结: 这类题中给出的条件一般不能直接推证结果, 必须进行代换、转化. 常见的转换应用知识为: 对顶角相等, 邻补角互补, 角平分线的性质等.

借题发挥: 3. 如图 1-2-7, 已知 $\angle CAD = \angle CBE$, AF 平分 $\angle CAD$, BG 平分 $\angle CBE$, 试问 AF 与 BG 是否平行? 请说明理由. (答案见 P15)

例 4 李军在设计某工程图纸时用如图 1-2-8 所示的方法作出了平行线 AB 与 CD , 你认为他的作法正确吗? 为什么?

思维导图:

$$\angle AEG = 90^\circ$$

$$\angle DFG = 90^\circ$$

$$\angle AEG = \angle DFG \rightarrow AB \parallel CD$$

分析: 本题是判断 AB 与 CD 是否平行, 由作法知, $\angle AEG = \angle DFG = 90^\circ$, 故 $AB \parallel CD$.

解: 李军的作法正确.

理由: $\because \angle AEG = \angle DFG = 90^\circ$ (已知),

$\therefore AB \parallel CD$ (内错角相等, 两直线平行).

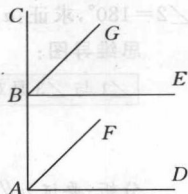


图 1-2-7

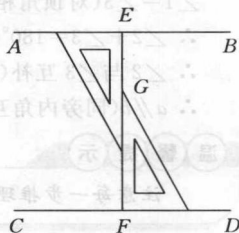


图 1-2-8

温馨提示

对于实际操作问题注意弄清其数学本质.

借题发挥: 4. 小明家装修时镶了门边, 如图 1-2-9 所示, 小明想检测一下门边的两条竖线是否平行, 但手中仅有一把量角器, 你能帮他想想办法吗? 说说你的理由. (答案见 P15)

3. 诱思探究思维激活

例 5 如图 1-2-10, 小明和小刚分别在河两岸, 每人手中各有两根标杆和一个测角仪, 他们应该怎样判断河岸是否平行 (设河岸是两条直线)? 你能帮他们想想办法吗?

思维导图:

使四根标杆在同一直线上 \rightarrow 测得 $\angle ABE$ 与 $\angle DCF$ 的大小

判断河岸是否平行 \leftarrow 判断 $\angle ABE + \angle DCF$ 是否为 180°

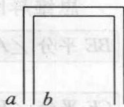


图 1-2-9

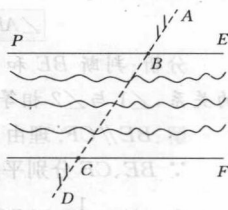


图 1-2-10

拓展视野

生活赋予我们一种巨大的和无限高贵的礼品, 这就是青春: 充满着力量, 充满着期待志愿, 充满着求知和斗争的志向, 充满着希望信心和青春.

——奥斯特洛夫斯基

分析:测量有关平行问题,只需满足平行线的三种识别方法中的一种即可解决此题.

解:先通过目测,使四根标杆在一条直线上,再分别测出 $\angle ABE$ 、 $\angle DCF$ 的大小,若它们的和等于 180° ,则可推出同位角 $\angle ABE$ 和 $\angle BCF$ 相等,于是两岸平行,否则不平行.

解题技法

本题通过测角得出 $\angle ABE$ 、 $\angle DCF$ 的度数,即可判断两岸是否平行.

方法技巧:根据 $\angle ABE$ 和 $\angle DCF$ 的和等于 180° ,还可推出同旁内角 $\angle CBE$ 与 $\angle BCF$ 互补或内错角 $\angle PBC$ 与 $\angle BCF$ 相等,都可判断两岸是否平行.

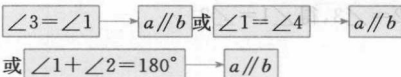
借题发挥:5.如图1-2-11,地面上的电线杆 AB 、 CD 都与地面垂直,那么电线杆 AB 和 CD 平行吗?为什么?(答案见P16)

4. 中考经典思维激活

考点考题考法研究:本节内容在中考中主要考查平行线的判定,题型主要有填空题、选择题、解答题,单独考查时难度较大.

例6 (2008·永州)如图1-2-12,直线 a 、 b 被直线 c 所截,若要 $a \parallel b$,需增加条件_____ (填一个即可).

思维导图:



分析:本题是一个开放性的题目,可填的条件不唯一.

解: $\angle 1 = \angle 3$ 或 $\angle 1 = \angle 4$ 或 $\angle 1 + \angle 2 = 180^\circ$

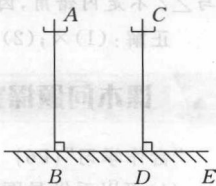


图 1-2-11

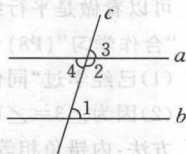


图 1-2-12

规律总结:充分利用平行线的判定方法来证直线平行.

方法技巧平台

欲判定两条直线平行,只要能推出这两条直线被第三条直线所截得的同位角相等,内错角相等或同旁内角互补即可.此外,还有两种判定方法:(1)如果同一平面内两条直线没有交点(不相交),那么这两条直线平行;(2)如果两条直线都平行于第三条直线,那么这两条直线平行.

常见思维误区归纳与总结

本节常见的思维误区是:(1)不能根据图形和已知条件选择适当的方法判定两直线平行;(2)基本图形识别上易出错.

拓展视野

我们若要生活,就该为自己建造一种充满感受、思索和行动的时钟,用它来代替这个枯燥、单调、以愁闷来扼杀心灵,带有责备意味和冷冷地滴答着的时间。

——高尔基