

自然科学知识丛书

# 中国算术故事

許 蕤 舫 著

|   |   |    |   |
|---|---|----|---|
|   | 二 | 三  |   |
| 一 | 一 | 一五 | 五 |
| 二 | 一 | 一八 | 六 |
| 九 | 一 | 一五 | 五 |
|   | 九 | 五  |   |

中国青年出版社

---

---

# 中国算术故事

许燕舫 著

中国青年出版社

1965年·北京

---

---

中国算术故事

许蘧舫著

\*

中国青年出版社出版

中国青年出版社印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售

\*

787×1092 1/32 3 1/8 印张 47千字

1952年1月北京第1版 1965年3月北京第3版

1965年3月北京第8次印刷

印数 49,001—89,000 定价(科二)0.28元

ngbo

## 內 容 提 要

中国古代算書流传不广，一般青年往往沒有机会讀到，即使讀到，也因为古今术语的不同，不容易理解。本書用現代的术语來說明中国古代的各种算制，以及由劳动生产的需要而創造的各种算术应用題的古解法等，使青年讀者了解中华民族在数学上自古就有很大的成就，因而加深对祖国的热爱。

## 作者的話

我們伟大祖国的人民，远在三千多年前已經掌握了相当丰富的数学知識。他們在辛勤劳动中，克服了无数困难，作出了巨大貢獻，在世界数学史上占到光輝的一頁。中国数学从上古到明代一直是独立发展的，它非但絕少受到外来的影响，而且有許多創造还传播到国外，成为世界数学的先进。

为了要使青年們对祖国在数学上的輝煌成就有較多的認識，作者特地編写了这一套書——《中国算术故事》、《中国代数故事》、《中国几何故事》。希望讀者通过它，能够激发起爱祖国的情緒，并且繼承着祖先的优良傳統，在原有基础上去刻苦鑽研，努力創造，为国家的社会主义建設事业作出更大的貢獻。

本書是关于算术的一册，根据 1954 年的修訂本，經過再一次修訂而成的。內容主要是介紹：（1）数学从劳动生产中創造出来的历史；（2）从手指計数发展而成的筹算、珠算和策算等古代算制；（3）由生产实践上的需要而发明的各种算术应用題的古老解法；（4）中国的直綫插值法——盈不足术。

由于本書是供給中学程度的青年們閱讀的，所以內容力

求浅显和通俗，避免高深的理論說明。另外，为了不讓青年讀者感到繁瑣乏味，关于考据方面都从簡略，各种参考文献也不一一列举。又本書在修訂时，蒙中国科学院中国自然科学史研究室錢宝琮同志提供了很多宝貴意見和重要資料，謹向他表示衷心的感謝。

許 莼 舫

1963年四月

## 目 次

|                |    |
|----------------|----|
| 用十个手指計数.....   | 5  |
| 古代的筹算.....     | 20 |
| 近世流行的珠算.....   | 38 |
| 策算的过去和未来.....  | 51 |
| 实用算术的发达.....   | 64 |
| 盈亏算法和它的应用..... | 84 |



312.1  
610

## 用十个手指計数

我們人类最初的祖先——类人猿，在劳动的影响下，从树上生活变为能在地面直立行走，跟着手的发展和灵活运用，产生了有节奏的語言和发达的大脑，于是就变成了人。在这长期的劳动中，积累了許多經驗，由于客观存在或物質条件的反映，就产生了思想。所以人类的思想是从劳动产生的，是从具体問題上出发的。“数”是一个抽象的概念，在人类最初的思想决不会很容易就形成，必須經過悠久的递变，才能逐渐完成这一个概念的内容。

人类有記載的历史，比較上時間是很短的，不能够据以确定数的概念的由来。但是我們現在能够考察到高等动物的行为、原始民族的情况和文字的起源等等，就这些間接材料，我們可以見到初民对于数的認識的一斑。

有人研究某种鳥类和黃蜂的生活情况，曾在一小組物体中暗地里移去或加上一物的时候，发现它們有觉察其間已发生变化的一种能力。这种觉察“多寡”的能力就是数的感觉，多数动物如犬、馬等都沒有，但原始人类是必然具有的。因此，数的概念的起源大概是以这小量中的变化的認識为其萌芽，

但这件事必远在有史时代以前，它的实况已无从查考了。

中国文字中的“数”字，兼有“数目”和“计数”两种意义。可见“数目”和“计数”两者间的关系是很密切的。一部分动物虽能够觉察数目的多寡，但人类除这范围狭小的数的感觉外，又有一种效力极大的计数方法，是动物所没有的。

近代研究人类学的，从某些原始民族的生活习惯，知道他们是用两只手的十个手指来计数的。他们用的数目名称，和手指的名称一样。超过“十”的数目，他们就不能计算，常说这是“多数”，或其他类似的名称。

根据语言学家的研究，在世界上各民族的语言中，在计数方面有一个普遍的现象，就是都用“十”做记数法的基础，他们不谋而合地都采用了十进制。

但在个别的情形中，也有些民族最初可能仅用一只手的五个手指来计数，例如在罗马曾用特别的数码来表示五、五十和五百等。又因人类最初不穿鞋子，所以也可能连十个足趾一起用来计数，例如我国有时在计数上也用到“廿”这一个数目；在英语中有时说到“一个廿”、“两个廿”、“三个廿”等；在法语中的八十是“四个廿”的意思，九十是“四个廿加十”的意思。

由于上述的许多资料，以及人类用两只手计数最为自然，足以证明，原始人最初的计数方法一般都借助于十个手指，这是毫无疑义的。

原始民族对于数的多寡的认识，最初是模糊而且散漫的，经过用手指计数的一个阶段，以后逐渐加以充实，慢慢地就成一整齐而抽象的数的概念；于是数学的萌芽就开始茁长了。

人类的手是劳动的产物，由于十个手指可以自由伸屈，作計数的輔助，結果形成了数的概念。又因人类在劳动生产上处处需要計数，例如牲畜的增加、农产品的交易等，这样从实用中創造出各种計数的方法，于是就产生出数学来。由于这两点，我們可以肯定地說：“劳动創造了数学。”

## 二

原始社会进化到稍有經濟組織雛形的时候，人們日常生活中需要計数的地方就逐漸增多，例如要計算馴养的牲畜数目等，用手指計数已感到不够，于是就有用別种东西来代替的必要。

中国历史上关于史前的計数方法，記載得很有限。虽然在古書中有黄帝命隶首作算数和黄帝作九章算法的传说，也有些古書里把八卦和“河图”、“洛書”<sup>①</sup>認作数学的起源，但是我們相信，計数方法决不是少数特殊人物所能創造的，更不应该归功于“神怪”，它是經過无数劳动人民长期的积累經驗，不断总结，不断改进，才逐漸創造出来的。所以神怪根本是无稽之談，而黄帝和隶首等也只是后人追念那些古代人民中的象征性人物罢了。

关于計数，中国古代有“結繩”和“書契”两种方法，这都是确凿有据的。結繩无疑是用来代替手指計数的，它的具体事实已无从查考，据約略推测，应该是在繩上挽結，由連續所挽

<sup>①</sup> 洛書用圓圈和黑点連綴成从一到九的九个数，照图 4 的順序排列，它的縱、橫、斜每三数的和都是 15；河图和洛書类似，但有十个数，排列沒有規律。

結的个数以計数。

根据我国一部古書《易經》中的《易系辭》上面的話，上古結繩的制度經過相当时期后演变而为書契。所謂書契，就是文字的原始形态，把記号雕刻在竹、木、甲、骨等的上面，最初是专用于計数，以后才用来表达其他的意思的。

在西洋的語言学上，考得英語的 *tally* 和 *calculate* 两字都是計数的意义。前一字本于拉丁語 *talea*，意义是刻划；后一字本于拉丁語 *calculus*，意义是石子。可見西洋原始民族是在树上刻划或堆聚石子以表数的多寡的，前者和中国古代的書契相类似。

用堆石子代替手指計数，在西洋数学史中認為是人类思想上一个重要的进步。这里不妨先来介紹一下西洋堆石子的原始計数方法及其演变，然后再談中国的計数方法。

西洋数学史中談到古代用石子代替手指計数的方法，說是先把石子依照手指的个数分成許多小組，就是每組有“十”个石子，各組分別列成一排，就可以計算超过“十”的数目。因为用到兩組以上的石子，就发生了一个“单位”的新观念。后来又因計算大数的机会增多，石子堆聚得太多就感觉不便，于是再把这个方法改良。他們把第二組的每一个石子来代表第一組的全体，譬如第二組的一个石子和第一組的五个石子排成的就代表十五。这样一来，用兩組石子就能計算到滿“百”的数目。依此类推，后来又用第三組的每一个石子代表第二組的全体，于是就能用三組石子計算到滿“千”的数目。这样由于手指的自然影响，形成了以“十”为“进率”的新观念，这才

給數學的產生提供了良好的條件。

後來他們改良堆石子的方法，結果就造出“算盤”來。這裡所說的算盤是西洋式的，在木盤裡面橫列着許多銅條，每條上貫串着十個木珠，最下列的十個木珠，每珠表一；上一列的每珠表十；更上一列的每珠表百……。這種算盤所用的單位比中國式的單純，同堆石子的方法完全一樣，不過在使用上比堆石子便利罷了。

### 三

西洋民族的算盤，可以算是計數上所用的最原始的工具。但在中國的計數工具，古書上記載的有好幾種，起源比西洋要早。下面敘述一個大概：

在現今留存的古書中，有很多談到我國在黃帝時已成立算數。如漢班固《漢書》稱算數“至黃帝、堯、舜而大備”。晉張華《博物記》又說：“隸首，黃帝之臣，一說隸首善算者也。”唐司馬貞《史記·索隱》引《世本》（春秋戰國間的書，已失傳）稱：“隸首作算數。”漢徐岳《數術記遺》（可能是六世紀時甄鸞所偽造）敘述天目先生的話：“隸首注術，乃有各種”，接着列舉了十四種方術的名稱和簡單說明。這些名稱是：“積算”“太乙算”“兩儀算”“三才算”“五行算”“八卦算”“九宮算”“運籌算”“了知算”“成數算”“把头算”“龜算”“珠算”“計算”。在這些名稱和說明中，以及北周甄鸞在該書所作的注解中，雖然都用了“計”和“算”兩個字眼，但細考這些方術，除掉“積算”“珠算”等幾種外，大部分所用的工具都很簡單（最後一種更不用工具），似乎

只能用来記数,还不能用作計算。我們在前面已經提到,隶首大概是发明那些方术的象征性人物,这些方术的发明,一定是在很长一段时期里,結合了无数劳动人民的智慧,才成功的。

現在根据甄鸞在《数术記遺》中的注解,来了解一下前举各种方术的大概情形。

其中最后一种名叫“計算”的是“宜从心計”,不用工具。八卦算每位用一針,最后一位从針鋒所指的八个方向以表从一到八的八个数,又針鋒豎而指天就表九;前面一位用同法表数,但所表的是后一位的十倍;再前一位是百倍,其余类推。了知算和八卦算类似,每位用一“了”字,这了字有三曲,每一曲和尾尖的内外各指定表除五外的一个数,首端表五,用任何較小的物件,例如石子等分別放置于各位上了字的首尾或弯曲处,以表各位的数。龟算每位用一木制的龟,在它的四面分子、丑、寅、卯……十二个部分,除子、丑、亥不表数外,龟头指向从寅到戌的各部分,依次表从一到九的九个数。除掉上举不用工具或工具极为別致的四种方术以外,其余十种所用的工具,不外“算筹”和“算珠”两种。下面分別把它們說明一下。

运筹算和把头算都用竹制的算筹,上面有刻紋或齿,利用紋的地位或齿的个数,挟在四个手指的三个夹縫間移来移去地表出各数。五行算用五种顏色的算筹,或用一筹表一数,或用顏色不同的二筹合成一数,依次排列以表数。成数算也用顏色的筹,但排列时須分別东西南北四个方向。以上四种方法,有的使用不很方便,有的工具不够完备,大概都只能用来記数。惟有积算(又称筹算)的制度是比較完善而适宜于作計

算的，曾沿用過很久的時期。《後漢書》中說隸首用策，陳子用籌，策和籌是類似的東西，普通多用竹制，象筷子的形狀，備几十枚或几百枚以作計算的用途。甄鸞在《數術記遺》中曾說積算是現今通用的算法，又唐代官吏佩有算袋，宋代又有算子筒，都是盛放算籌用的，可見這種算法流傳得很久。至於用籌排列成數的方法，根據《孫子算經》（約四世紀末）和《夏侯陽算經》（約八世紀）的話，知道五以下的數每一籌各當一，五以上的以一籌當五，餘籌各當一。又分縱式和橫式兩種，個位、百位、萬位……用縱式，十位、千位……用橫式，各位依次縱橫相間，可免混淆。籌式如下：

|   |   | 一 | 二  | 三 | 四  | 五   | 六 | 七  | 八   | 九    |
|---|---|---|----|---|----|-----|---|----|-----|------|
| 縱 | 式 |   |    |   |    |     | ⊥ | ⊥⊥ | ⊥⊥⊥ | ⊥⊥⊥⊥ |
| 橫 | 式 | — | == | ≡ | ≡≡ | ≡≡≡ | ⊥ | ⊥⊥ | ⊥⊥⊥ | ⊥⊥⊥⊥ |

例如有數七千九百四十六，排成  $\perp\equiv\equiv\perp$ 。數中有零位的留一空檔，例如五千八百零三，排成  $\equiv\equiv\equiv\perp$ 。至於怎樣用來作各種計算，非三言兩語可以說得明白，留在後面一篇里再詳細記敘。

太乙算刻板橫分九道，上面排列許多縱向的柱，每一柱貫一顆算珠，如圖 1 所示，表數 4952。兩儀算刻板橫分五道，每一縱柱上貫青、黃兩顆算珠，黃珠表一、二、三、四，青珠表五、六、七、八、九，如圖 2 所表的數是 8471。三才算僅分天、地、人三道，如前用各色珠表各位的數，但每位用三種珠，青

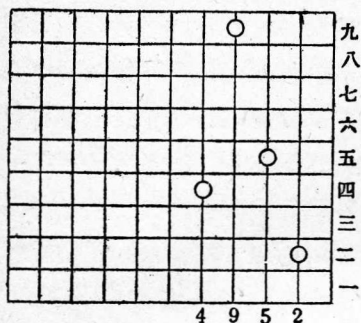


图 1.



图 2.

珠表九、六、三，黄珠表八、五、二，白珠表七、四、一，如图 3 所表的数是 82946。九宫算刻板成九格，如图 4，依部位定数，

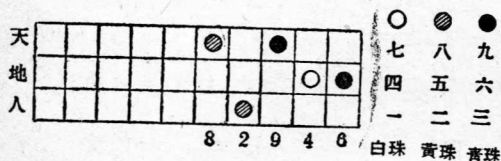


图 3.

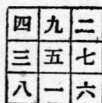


图 4.

用算珠放入哪一格就表哪一数。珠算和后世盛行的算盘有些不同，刻板为三份，上下二份停游珠，中间一份定算位，每位各放五颗珠，上面一颗珠的颜色和下面四颗珠的颜色不同，上面的一颗当五，下面的四颗每颗当一，如图 5 所表的数是 75439。

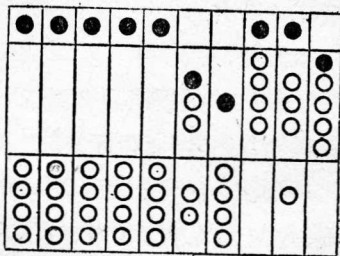


图 5.

以上各术，珠算虽不及后世的算盘灵便，但已较进步，其

余都比較簡陋，不便于計算。

現今所用的算盤，也稱珠算，因為把算珠穿在檔上，使用非常靈便，所以比前述的珠算進步得多。這種靈便的算盤，經過考據，知道大概要到元代才有，在明代開始盛行，一直流傳到現在。

上面所講的中國古法，種類雖然很多，實際比較完善而便于用來作計算的，只有籌算（為求明顯計，通常都改稱積算為籌算）和珠算兩種。這兩種算制所用的工具，比起西洋式的算盤來，都是在十進位里面多了一個以五為進率的中間單位，算法雖比較繁復，但因籌數或珠數減少一半，計算起來可以迅速而且便利，顯然是一種比較進步的算器。

#### 四

關於代替手指計數的工具，已在上節講過，後面再談一些關於數的語言和文字方面的史料。

表數的語言的產生，一定遠在用手指計數的行為發生以後，至於在何時開始，已無從查考。在這方面我們所知道的極少，只有數的語言多從具有各數的常見實物而來，這是可以稽考的。例如中國語的“二”和“耳”同音，就是為了耳有兩隻，是人們所常見的緣故。關於這一個例子，也許有人以為是很牽強的，然而考察西藏文的“二”有“翼”的意義；佛教語的“五”是 *pantcha*，和波斯語的手是 *pentcha* 相近；拉丁美洲巴拉圭的印第安人所用的“四”字有“駝鳥足趾”的意思，“五”字有“五色的斑皮”的意思，可見前說不能算是沒有理由了。