广东省职业技术教研室 编

广东省技工学校教材

GUANGDONGSHENG JIGONG XUEXIAO JIAOCAI

数学

SHU XUE

广东教育出版社

广东省职业技术教研室　编

广东省技工学校教材
GUANGDONGSHENG JIGONG XUEXIAO JIAOCAI

数学

SHU XUE

广东教育出版社

广东省技工学校教材

数　学

广东省职业技术教研室　编

*

广东教育出版社出版发行

（广州市环市东路472号12－15楼）

邮政编码：510075

网址：http：//www.gjs.cn

广东省出版技校河东彩印厂印刷

（南海市盐步镇河东管理区）

787毫米×1092毫米　16开本　19.75印张　395 000字

1996年8月第1版

2006年7月第3版　2006年7月第11次印刷

ISBN 7－5406－3580－1/G・3372

定价：22.75元

序

广东省劳动和社会保障厅

许荣东

党的十六届三中全会提出了实施人才强国战略思想和坚持以人为本的科学发展观，以及突出培养“双高”（高层次、高技能）人才战略重点要求，为技工教育改革与发展指明了方向，创造了良机。我省技工教育在省委、省政府的高度重视下，取得了前所未有的业绩，招生人数连年突破历史新高，办学层次逐步提高，教育结构不断优化，毕业生就业率连年居高，成为职业教育队伍中一支迅速崛起的重要力量。然而，我省目前技工教育的布局结构、办学规模、教育水平、教学手段等，与我省加快城镇化步伐，以及建设制造业大省和“泛珠三角”经济圈等方面对技能人才的需求相比，差距仍然很大。为此，省委、省政府决定把技工教育的发展目标纳入“十项民心工程”，旨在进一步推动技工教育全面协调和可持续发展，促进民生之本的就业和再就业的工作健康发展。

根据胡锦涛总书记关于“加强人力资源能力建设，增强劳动者就业能力和创业能力”的指示和全国人才工作会议的精神，我省提出实施加快高技能人才培养工程。为落实这项工程，加快技工教育发展，加速培养技能人才，省职业技术教研室担负起加强技工教育教材建设的任务，在充分调查研究和总结过去教材建设经验的基础上，按照技工教育改革与发展提出的课程新理念、新标准和新体例的要求，组织我省技工学校部分高级讲师和讲师，对全省技工学校的《思想政治教程》、《基础英语》、《语文》、《数学》、《体育与健康教育》、《计算机应用基础》等文化基础课程、部分专业课程和工业企业管理课程的教材，进行重新编写。新编的教材具有如下特点：1. 突出重点，深入浅出，通俗易懂，运用事例说明道理；2. 贴近沉重的思想、学习和生活，适应学生的领会能力和实际需要；3. 教与学双向互动，使学生的学习能跟上教师的教学步骤；4. 教材教法灵活、多样，以求激发学生的学习兴趣，调动其学习积极性；5. 图文并茂，使学生从生动形象、喻义准确及寓意深长的插图中受到启迪，并加强对知识的记忆。从总体上看，新编教材体现了创新的精神和方法，较好地贴近学生的实际情况，符合学生的学习规律。

希望省职业技术教研室坚持以“三个代表”重要思想为指导，以科学发展观为统领，进一步明确教材出版的新理念、新标准、新体制和新要求，以推进教材内容和教学方法的改革、创新；要深入实际，调查研究，求真务实，按照技工教育教学的需要，组织编写更多适用、好用、实用的教材，编写更多适应新技术、新工艺发展的教材，从而促进我省技工教育教材建设更上一层楼。

希望全省技工学校和职业培训机构在各级劳动保障部门的指导下，主动采用和发行好省编技工教育教材，积极参加技工教育的职业培训教材的建设工作，为提高教材质量，建设我省技工教育和职业培训教材体系出谋献策，为技工教育和职业培训事业的不断发展作出新的贡献。

2006年5月

广东省技工学校教材编委会

顾　问：方潮贵
主　任：许荣东
副主任：戚　进　周国添　葛国兴
委　员：王　煜　梁建军　杨耀基　胡劲松　周以义　俞永生　吴尚源　黄仕勇　邹　康　陈达壮　陈焕良　曹国平

《数学》编写工作人员

主　　编：黄仕勇
副 主 编：何　嫦
编写人员：黄福根　谭秀霞　袁佳杰　何　嫦　刘秀娇　郭　闯
主　　审：邹　康
组编助理：龙　莉

编写说明

2003年国家教育部颁发了《普通高中数学课程标准（实验）》（以下简称《标准》），2004年普通高中课程标准实验教科书已在我省开始使用。为使技工学校教学跟上改革潮流，我们参照了《标准》的基本理念及实验教材的课程设置框架重新修编了广东省技工学校教材《数学》。

我们将《标准》的基本理念概括为以下几个方面：构建基础，提供选择，倡导探索，提高能力，加强应用，优化传统，全面整合。在这本新修编的教材中，我们面向全体学生建立了一个人人都必须上的平台；打破了以往课程设置单一而缺乏选择性的模式，为个人发展提供多样性的选择；给传统的“基础知识，基本技能”以恰当的位置；重视对学生的情感、态度、人格、价值观的正确培养，以使他们得到全面的发展。

以往的学习，注重对概念、理论、公式、技能方面的接受、记忆、模仿和运用，将独立思考、自主探索、动手实践、合作交流、阅读自学等往往作为课外活动的内容而没有给予足够的重视将其引入教材之中。在这次教材修编中，我们试验性地编入上述相关内容，以更好地培养学生在“阅读”、“质疑”、“探究”、“实践” 和 “反思” 这五方面的能力。

基础知识教育、基本技能训练和能力培养，是学习数学教学的传统项目。随着社会的发展、科技的进步及数学自身的进展，不但要继续强调对传统项目的学习，而且还要赋予它们新的内涵，因而重新审视“双基”，防止其“异化”倾向，认真地对知识与技能进行选择，确保“双基”真正是学生适应未来社会生活和进一步发展所必需的。这也是我们吸收了《标准》的基本精神，并以此作为新编教材的重要依据。

我们根据技工学校学生的实际水平和能力，在原版教材的基础上，参考了新编普通高中实验教材，确定这本新编教材必修内容的目标是：满足未来对中级技工最基本的数学要求，为学生就业和进一步学习提供最基本的数学准备。选修内容确定的目标是：满足对数学知识有进一步要求的专业需要，满足学生的学习兴趣，为学生未来发展需进一步学习提供基本数学知识。这本新编教材有如下特点：

1. 由于设立了必修及选修两部分，技工学校的“文化基础课为专业技术理论课服务”的教学原则得到更明确的体现。

2. 教材注意从实际例子引出概念，结合生活、生产中的具体例子来使用结论，删除了大部分公式、原理的推导证明，减少了纯数学符号及公式的运算，目的是多结合实际，并在理论学习上降低难度。

3. 突出生活、生产的应用实例，让学生初步接触数学建模的例子，引导学生应用数学知识解决问题，帮助学生认识数学与“我”的关系。

4. 每章都编有“数学探究”，“拓展阅读” 等内容，以培养学生的思考和判断能力，使学生认识到数学理论的每一个结论，都是人类长期实践的结果，数学学科的建立、发展

是人类文化积累的极其重要的成果。

5. 每章的“回顾与思考”都体现了数学的一些基本思想方法，如知识的联系与相互转化、概念的深化发展、数形结合等，有利于培养学生正确的思想方法。

因为我们是首次以《标准》的理念为指导编写教材，所以这本新教材难免有不完善之处，希望广大师生及时提出宝贵意见。

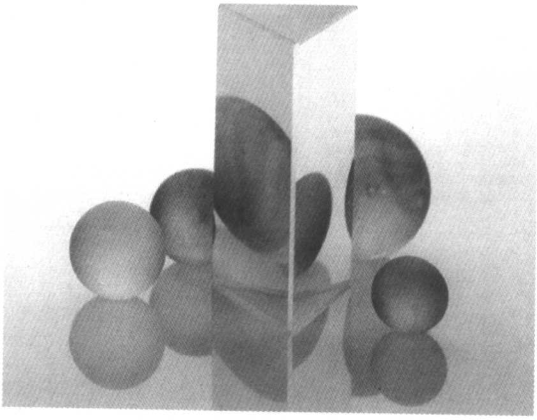
这本新教材的编写得到广东教育出版社大力支持，广东省技工学校教材编写委员会及省职业技术教研室给予具体的指导和帮助，同时还得到广东省电子商务高级技工学校、广东省高级技工学校、广东省轻工业高级技工学校、广州市机电高级技工学校、江门市高级技工学校、广东省城建技工学校及广东岭南现代制造技工学校的大力支持，在此表示感谢。

编　者

目　　录

必修课程

选修课程



必修课程

第 1 章　集　合

1.1　集合与集合的表示方法

1.1.1　集合的概念

我们接触到的各种各样的事物或一些抽象的符号，都可以看作对象．一般地，把一些能够确定的不同的对象看成一个整体，这个整体就是由这些对象的全体构成的**集合**（或集），构成集合的每个对象叫做这个集合的**元素**（或成员）．

例如，我们把“小于 10”的自然数

$$0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9$$

中的各个数都分别看作对象，所有这些对象汇集在一起构成一个整体，我们就说由这些对象构成了一个集合．

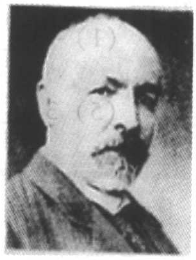
集合是现代数学的基本概念，专门研究集合的理论叫集合论．康托是集合论的创始者．

下面我们再举几个集合的例子：

（1）方程 $x^2=1$ 的解的全体构成一个集合，其中每一个解都是这个集合的元素；

（2）平行四边形的全体构成一个集合，其中每一个平行四边形都是这个集合的元素；

（3）“中国的直辖市”构成一个集合，该集合的元素就是北京、天津、上海和重庆这四个城市．



康托（Cantor，G. F. P. 1845—1918）

德国数学家

集合通常用英文大写字母 A，B，C，…来表示，它们的元素通常用英文小写字母 a，b，c，…来表示．

如果 a 是集合 A 的元素，就说 a **属于** A，记作 $a\in A$，读作“a 属于 A”，如果 a 不是集合 A 的元素，就说 a **不属于** A，记作 $a\notin A$，读作“a 不属于 A”．

集合中的元素必须是确定的．也就是说，给定一个集合，任何一个对象是不是这个集合的一个元素也就确定了．集合中的元素又是互异的，这就是说，集合中的元素是没有重复出现的，任何两个相同的对象在同一个集合时，只能算作集合的一个元素．

我们考虑方程 $x+1=x+2$ 的解的全体构成的集合，显然这个集合不含有任何元素．

一般地，我们把不含任何元素的集合叫做**空集**，记作 $\varnothing$.

集合可根据它含有的元素的个数分为两类：

含有有限个元素的集合叫做**有限集**，含有无限个元素的集合叫做**无限集**．

由数组成的集合叫**数集**．常见的数集有特定的记号：

数集	自然数集	整数集	有理数集	实数集
记号	**N**	**Z**	**Q**	**R**

自然数集也称作非负整数集．所有正整数组成的集合，称作正整数集，表示为 $\mathbf{N}^*$ 或 $\mathbf{N}_+$.

1. 下列语句能否确定一个集合？
   (1) 你所在的班体重不超过 55 kg 的学生的全体；
   (2) 小于 5 的自然数的全体；　(3) 方程 $x^2+x-2=0$ 的解集；
   (4) 质数的全体；　(5) 平方值等于 1 的实数的全体.
2. 自然数集、整数集、有理数集、实数集通常用哪几个符号表示？它们分别是有限集还是无限集？
3. 下列关系是否正确？
   (1) $0\in\mathbf{N}_+$；　(2) $-\frac{2}{3}\in\mathbf{Q}$；　(3) $\pi\in\mathbf{Q}$；　(4) $0\in\varnothing$；
   (5) $\sqrt{2}\in\mathbf{R}$；　(6) $-3\in\mathbf{Z}$；　(7) $0\in\mathbf{Z}$；　(8) $0.9\in\mathbf{R}$.
4. 用符号"$\in$"或"$\notin$"填空：
   (1) -3 ____ $\mathbf{N}$；　(2) 3.14 ____ $\mathbf{Q}$；　(3) $\frac{1}{3}$ ____ $\mathbf{Z}$；　(4) 0 ____ $\varnothing$；
   (5) 3 ____ $\mathbf{Q}$；　(6) $-\frac{1}{2}$ ____ $\mathbf{R}$；　(7) 1 ____ $\mathbf{N}_+$；　(8) π ____ $\mathbf{R}$.

1.1.2　集合的表示方法

1. 列举法

如果一个集合是有限集，元素又不太多，常常把集合的所有元素都列举出来，写在大括号"{ }"内表示这个集合，例如，由两个元素 0，1 构成的集合表示为

$$\{0,\ 1\}.$$

又如，24 的所有正因数：1，2，3，4，6，8，12，24 构成的集合可以表示为

$$\{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 6,\ 8,\ 12,\ 24\}.$$

像这样把集合元素一一列举出来，并用大括号"{ }"括起来表示集合的方法叫做**列举法**.

2. 描述法

我们不能用列举法表示不等式 $x-2<3$ 的解集，因为这个集合中的元素列举不完，但我们可以用这个集合中元素所具有的共同特征来描述．例如，不等式 $x-2<3$ 的共同特征是 $x-2<3$，$x\in\mathbf{R}$ 即 $x<5$. 所以，可以把这个集合表示为 $D=\{x\mid x<5, x\in\mathbf{R}\}$. 这种用集

合所含元素的共同特征表示集合的方法叫做**描述法**. 具体做法是：在大括号里先写上这个集合元素的一般形式，再画一条竖线，在竖线右边写上这个集合中元素所具有的共同特征.

例 1　用列举法表示下列集合：

(1) $A=\{x \mid 0<x\leqslant 5,\ x\in\mathbf{N}\}$；　　(2) $B=\{x \mid x^2-5x+6=0\}$.

解：(1) $A=\{1,2,3,4,5\}$；　　(2) $B=\{2,3\}$.

例 2　用描述法表示下列集合：

(1) 方程 $x^2-1=0$ 的所有实数根组成的集合；

(2) 大于 3 的全体偶数构成的集合；

(3) 在平面 α 内，线段 AB 的垂直平分线.

解：(1) 设方程 $x^2-1=0$ 的实数根为 x，用描述法表示为 $A=\{x \mid x^2-1=0,\ x\in\mathbf{R}\}$.

(2) 这个集合的特征可以描述为：$x>3$，且 $x=2n$，$n\in\mathbf{N}$.

于是这个集合可以表示为

$$B=\{x \mid x>3,\text{ 且 } x=2n,\ n\in\mathbf{N}\}.$$

(3) 设点 P 为线段 AB 的垂直平分线上任一点，点 P 和线段 AB 都在平面 α 内，则这个集合的特征可以描述为 $PA=PB$，于是这个集合可以表示为

$$C=\{P \mid PA=PB,\text{ 且 } P\in\text{平面 }\alpha\}.$$

探索与讨论

(1) 哪些性质可作为集合 $\{-1,1\}$ 的特征？

(2) 平行四边形的哪些性质，可用来描述所有平行四边形构成的集合？

1. 用列举法表示下列集合：

(1) 大于 2 小于 15 的偶数全体；　　(2) 平方等于 16 的实数全体；

(3) 比 2 大 3 的实数的全体.　　(4) 方程 $x^2=4$ 的解集；

(5) 大于 -5 且小于 5 的整数的全体.

2. 用描述法表示下列集合：

(1) 由北京这个城市构成的集合；　　(2) 所有偶数的集合；

(3) 方程 $x^2-2x+3=0$ 的解集；　　(4) 大于 3 的全体实数.

3. 在下列各小题中，用适当的方法把这些集合表示出来，并说出是有限集合还是无限集合.

(1) 组成中国国旗的颜色；　　(2) 世界上最高的山峰；

(3) 由 1，2，3 这三个数字（不重复）组成的一切自然数；

(4) 平面内到一点 O 的距离等于定长 l ($l>0$) 的所有点 P.

1.2 集合之间的关系与运算

1.2.1 集合之间的关系

1. 子集

如果集合 A 中任意一个元素都是集合 B 的元素，那么集合 A 叫做集合 B 的**子集**，记作 $A\subseteq B$ 或 $B\supseteq A$，读作“A 包含于 B，或 B 包含 A”．

依照上述定义，任意一个集合 A 都是它本身的子集，即 $A\subseteq A$.

我们规定空集是任意一个集合的子集，也就是说，对任意集合 A，都有 $\varnothing\subseteq A$.

2. 集合的相等

考察集合

$$A=\{x\mid (x+1)(x+2)=0\},B=\{-1,-2\}.$$

可以看出，集合 A 和集合 B 的元素完全相同，只是表达形式不同．

一般地，如果集合 A 的每一个元素都是集合 B 的元素，同时集合 B 的每一个元素也都是集合 A 的元素，那么我们就说集合 A 与集合 B **相等**，记作 $A=B$.

由相等的定义，可得

如果 $A\subseteq B$，又 $B\subseteq A$，则 $A=B$；反之，如果 $A=B$，则 $A\subseteq B$ 且 $B\subseteq A$.

对于两个集合 A 与 B，如果 $A\subseteq B$，并且 $A\neq B$，我们就说集合 A 是集合 B 的**真子集**，记作 $A\subsetneqq B$ 或 $B\supsetneqq A$，例如，$A=\{1,2\}$，$B=\{1,2,3,4\}$．由观察可知，A 是 B 的子集，但 $A\neq B$，所以 A 是 B 的真子集，即 $A\subsetneqq B$.

例 1 写出集合 $A=\{1,2,3\}$ 的所有子集和真子集．

解：集合 A 的所有子集是：$\varnothing$，$\{1\}$，$\{2\}$，$\{3\}$，$\{1,2\}$，$\{1,3\}$，$\{2,3\}$，$\{1,2,3\}$．

上述子集中，除了集合 A 本身以外，余下的都是 A 的真子集．

例 2 请说出下列每对集合之间的关系：

(1) $A=\{1,2,3,4,5\}$，$B=\{1,3,5\}$；

(2) $P=\{x\mid x^2=1\}$，$Q=\{x\mid |x|=1\}$；

(3) $C=\{x\mid x\text{是奇数}\}$，$D=\{x\mid x\text{是整数}\}$．

解：(1) $B\subsetneqq A$； (2) $P=Q$； (3) $C\subsetneqq D$.

探索与讨论

已知集合 $A=\{x|x^2=1\}$，$B=\{x|ax=1\}$，若 $B\subset A$，实数 a 可取什么数值？