

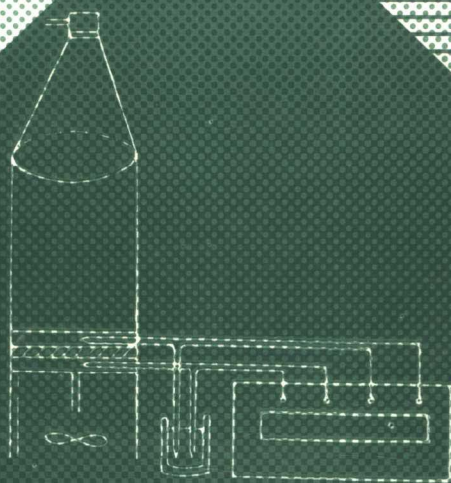
# 大学物理实验

DAXUE WULI SHIYAN

编著

陆廷济 费定曜

胡德敬 陈铭南



同济大学出版社

# 大学物理实验

陆廷济 费定曜 胡德敬 陈铭南 编著

同济大学出版社

**图书在版编目(CIP)数据**

大学物理实验/陆廷济编著. —上海:同济大学出版社, 1996.7(2000.1重印)  
ISBN 7-5608-1601-0

I. 大… II. 陆… III. 物理学-实验-高等学校-教材 IV. 04-33

中国版本图书馆 CIP 数据核字(1999)第 55193 号

责任编辑 张智中  
封面设计 陈益平

**大学物理实验**  
陆廷济 费定曜 编著  
胡德敬 陈铭南

同济大学出版社出版  
(上海四平路 1239 号)  
邮编 200092

新华书店上海发行所发行  
同济大学印刷厂印刷

开本: 787 × 1092 1/16 印张: 14.5 字数: 370 千字

1996 年 7 月第 1 版 2000 年 1 月第 2 次印刷

印数: 10001—12000 定价: 16.00 元

ISBN7-5608-1601-0/O·141

## 内 容 提 要

本书是根据《高等工业学校物理实验课程教学基本要求》、结合同济大学物理实验课程建设多年来的实验经验编写而成的。全书包括绪论、误差估算和数据处理方法、力学实验、电学实验、光学实验和选做实验等六个部分。

本书可作为高等工业学校各专业的物理实验教学用书,也可供业务大学、夜大学等选用。



# 前 言

物理实验从原来的物理课程中分离出来,独立形成一门课程还是近十多年的事。它说明科学技术的发展使人们越来越认识到物理实验技术的重要性以及在高等工业院校的教学中加强对学生进行物理实验训练的必要性。怎样把这门基础实验课程建设好,一直为人们所关注,教材建设也是其中一个重要方面。

本书是根据《高等工业学校物理实验课程教学基本要求》、结合我校物理实验课程建设的实践经验,特别是最近三年来的实践经验,在1992年出版的《物理实验》一书的基础上修改编写而成的。

多年来,我们遵照教学改革的精神,努力探索实验理论与实践有机结合的课程体系,采用以“专题单元”组织教学的方案,增设“实验理论和实验准备课”,以加强教学内容的系统性和实验技能的训练。在精选课程内容的基础上,充实了一些新的实验项目,尤其是从德国引进了一些很有特色的实验项目,例如,扭摆法测定物体转动惯量、液体的饱和蒸汽压力和温度的测定、玻尔共振仪研究受迫振动以及“风洞”实验等。计算机辅助教学在物理实验课程中的推广应用,在教学上取得了积极的效果,例如,检验实验数据、图解法数据处理、人机对话读数模拟训练、电路故障分析以及实时测量等。物理实验课程体系与教学方法的优化,有效地提高了教学质量,使学生打下了扎实的基础,思想活跃,勤于动脑,善于动手,切实地提高了学生从事实验工作的能力。教学改革受到了师生的好评、领导的支持和奖励。本书将努力反映这些教学改革的成果。

全书共分六章。第一章绪论,着重说明物理实验课的学习特点及其教学改革概况。第二章阐述与本课程有关的误差估算与数据处理方法。本章知识含量高,且学习难度也高。为了便于初学者学习,在不影响科学性的前提下,对复杂的问题尽可能进行适当的简化;避免繁难的数学推导,而着重基本概念的阐述;教学上强调严密性与可行性相结合。总之,力求贯彻“少而精、学到手”的要求,使初学者能更好地入门。第三、四、五章分别为力学、电学和光学实验。第六章为选做实验。内容安排由浅入深,循序渐进。实验原理的阐述突出从提出问题到解决问题的思维过程。在初始阶段,为了便于学生学习与“模仿”,内容编写比较细致、具体,包括数据记录表格、数据处理要求、误差计算和结果表示等,还有实验报告示例。在稍后的一些实验中,就逐步简化或取消上述实例,对于实验具体安排的一些细节问题,将留给去思考,以便发挥他们的主动性。每个实验之前都写有简短的前言,作为实验知识的扩充。每个实验之后列有思考题,供学生对实验内容进一步分析讨论和巩固提高之用,也可用做作业题。选做实验的内容是多样化的,数量较多,有设计性实验,也有综合性实验选题,其目的旨在扩大学生的知识面,提高学生独立进行实验工作的能力。实验项目兼顾了我校各类专业的需要。为了开展国际交流工作的需要,特将本书目录译成英文和德文,附于本书正文之后。

本书由同济大学物理系物理实验室陆廷济、费定曜、胡德敬和陈铭南等编写。

本书的编写凝聚着我们实验室全体教师和实验技术人员长期辛勤劳动的成果。他们长期工作在实验教学第一线,积累了丰富的教学经验,对本书的编写提出了宝贵的意见。本书的编写还得到了校内外许多同志的支持和帮助。在此一并表示深切的谢意。

# 目 录

## 第一章 绪论

- § 1-1 物理实验的意义与任务·····( 1 )
- § 1-2 物理实验课的学习特点及其教学改革·····( 1 )
- § 1-3 怎样写实验报告·····( 2 )
- § 1-4 遵守实验规则·····( 3 )

## 第二章 误差估算和数据处理方法

- § 2-1 测量与误差·····( 5 )
- § 2-2 随机误差的高斯分布与标准误差·····( 7 )
- § 2-3 近真值——算术平均值·····( 9 )
- § 2-4 标准误差的估算——标准偏差·····( 10 )
- § 2-5 间接测量值误差的估算——误差传递公式·····( 11 )
- § 2-6 有效数字·····( 13 )
- § 2-7 简算方法及数字取舍规则·····( 14 )
- § 2-8 误差估算示例及测量结果表述·····( 17 )
- § 2-9 数据处理方法·····( 20 )

附录 中华人民共和国法定计量单位·····( 27 )

练习题·····( 29 )

本章小结·····( 31 )

## 第三章 力学实验

- 引言·····( 34 )
- 实验 M-1 长度测量·····( 34 )
- 实验 M-2 固体和液体密度的测定·····( 41 )
- 实验 M-3 液体粘度的测定·····( 45 )
- 实验 M-4 杨氏弹性模量的测定·····( 48 )
- 实验 M-5 弦线振动·····( 54 )
- 实验 M-6 气垫实验·····( 57 )
- 实验 M-7 用扭摆法测定物体转动惯量·····( 61 )

## 第四章 电学实验

- 引言·····( 66 )
- § 4-1 电学实验规则·····( 67 )
- § 4-2 电源、电表、电阻器、电阻箱和开关的使用·····( 67 )
- 实验 E-1 电表的改装·····( 72 )
- 实验 E-2 多用表的原理和使用·····( 76 )
- 实验 E-3 模拟法测绘静电场·····( 83 )
- 实验 E-4 直流单电桥的原理和使用·····( 88 )

实验 E-5 补偿法与十一线电位差计 .....	( 93 )
实验 E-6 UJ31型直流电位差计的使用 .....	( 98 )
实验 E-7 阴极射线示波器 .....	( 103 )
实验 E-8 声速测定 .....	( 114 )
实验 E-9 用冲击电流计测定磁感应强度 .....	( 118 )
实验 E-10 霍耳效应法测量磁场 .....	( 124 )
<b>第五章 光学实验</b>	
引言 .....	( 130 )
§ 5-1 常用光源 .....	( 130 )
§ 5-2 光学实验特点和注意事项 .....	( 131 )
实验 O-1 薄透镜焦距的测定 .....	( 132 )
实验 O-2 用牛顿环测定透镜的曲率半径 .....	( 135 )
实验 O-3 用衍射光栅测定光波的波长 .....	( 140 )
实验 O-4 迈克尔逊干涉仪 .....	( 145 )
实验 O-5 偏振光的观察和应用 .....	( 149 )
实验 O-6 全息照相 .....	( 155 )
<b>第六章 选做实验</b>	
引言 .....	( 160 )
实验 S-1 液体的饱和蒸气压力和温度测定 .....	( 160 )
实验 S-2 微机实时测量——刚体转动惯量的测定 .....	( 163 )
实验 S-3 用玻尔共振仪研究受迫振动 .....	( 166 )
实验 S-4 导热系数的测定 .....	( 172 )
实验 S-5 二极管伏安特性曲线的测绘 .....	( 176 )
实验 S-6 电位差计校准电表和测定电阻 .....	( 178 )
实验 S-7 电阻电容串联电路的暂态过程 .....	( 179 )
实验 S-8 密立根油滴法测定电子电荷 .....	( 182 )
实验 S-9 折射率的测定 .....	( 187 )
实验 S-10 照相技术 .....	( 191 )
实验 S-11 用双棱镜测量光波波长 .....	( 196 )
实验 S-12 衍射法测量缝宽 .....	( 199 )
实验 S-13 用激光散斑法测量微小位移 .....	( 202 )
实验 S-14 光谱的拍摄 .....	( 204 )
实验 S-15 光电效应和普朗克常数的测定 .....	( 207 )
实验 S-16 硅光电池特性的测定 .....	( 211 )
实验 S-17 空气动力学实验 .....	( 214 )
附: 英文目录 .....	( 219 )
德文目录 .....	( 221 )

# 第一章 绪 论

## § 1-1 物理实验的意义与任务

物理学是自然科学中一门重要的基础学科。物理学的研究方法通常是在观察和实验的基础上,对物理现象进行分析、抽象和概括,从而建立物理定律,进而形成物理理论,再回到实验中去经受检验。可以说,实验和数学分析相结合是物理学研究中的一个特点。

在研究物理现象时,实验的任务不仅是观察物理现象,更重要的是找出各物理量之间的数量关系,找出它们变化的规律,任何一个物理定律的确立,都必须根据大量的实验材料。即使已确立的物理定律,如果出现了新的实验事实和这个定律相违背,那么便需要修正原有的物理定律与物理理论,因此我们说,物理实验是物理理论的基础,它是理论正确与否的试金石。

最近数十年来,物理学和其它学科一样,发展很快。尤其是核物理、激光、计算机等现代科学技术的进展,反映了物理实验技术发展的新水平。许多科学技术的发展使人们越来越感到物理实验技术的重要。基于这方面的原因,人们逐渐感到在理工科大学里加强对学生进行物理实验训练是很重要的。因此,十余年前物理实验就从原来的物理课程中分离出来,独立形成一门课程——物理实验。它与物理理论课是关系密切的两门课程。理论课是进行物理实验必要的基础,在实验过程中,通过理论的运用与现象的观测分析,理论与实验相互补充,以加深和扩大学生的物理知识。

物理实验是理工科大学学生进行科学实验训练的一门基础课程,是各专业后继实验课程的基础之一。也可以说,它是大学生从事科学实验工作的入门。它的主要任务是:

1. 学习物理实验的基本理论,包括一些典型的实验方法及其物理思想,例如电磁学实验中的模拟法、伏安法、电桥法、补偿法、示波法以及冲击法等,以有助于思维与创造能力的培养。

2. 使学生获得必要的实验知识和操作技能的训练,培养学生初步具有以下各方面的科学实验工作能力,即正确使用仪器、进行测量、处理数据、分析结果以及写实验报告等。

3. 培养学生严格、细致、实事求是、刻苦钻研、一丝不苟的科学态度以及爱护国家财产的道德品质,培养学生善于动脑、乐于动手、讲究科学方法、遵守操作规程、注意安全等科学学习习惯。

总之,教学的重点放在培养学生科学实验能力与提高学生科学实验素养方面,使学生在获取知识的自学能力、运用知识的综合分析能力、动手实践能力、设计创新能力以及严肃认真的工作作风、实事求是的科学态度方面得到训练与提高。

## § 1-2 物理实验课的学习特点及其教学改革

由于客观上存在着学生人数与仪器设备数量之间的矛盾,一个专业的学生不可能同时

进行同一个内容的实验,而只能用分阶段循环的办法来安排实验。为了有利于同学们由浅入深、循序渐进的学习、前后知识的积累以及易于掌握知识的系统性,特此将教学内容有机地组成若干教学单元,讲练结合地进行教学。一个教学单元连续进行三周,共六个学时。每个教学单元突出一、两个主题,包括开始的一次“实验理论和实验准备课”和紧接着做两个有关的实验。这两个实验相互间有一定的内在联系,前一个实验是基础,后一个实验是前者的深化。

从教学法方面来说,学习方法大致可以分为前后两大阶段。前期为启蒙阶段,学习以“模仿”为主,初步学会实验的工作方法,把基础打扎实;后期逐步转移到着重独立工作能力的培养方面。在教材编写上也有所不同。前期讲义写得比较详细。后期着重写明原理和实验方法的思路,而详细的实验步骤则要同学自行考虑。同时,还安排一些设计性实验和综合性选做实验,以利于实验工作能力的培养。

实验课与听课不同,它的特点是同学们在教师的指导下自己动手,独立地完成实验任务。通常,每个实验的学习都要经历三个阶段。

### 1. 实验的准备

实验前必须认真阅读讲义,做好必要的预习,才能按质按量按时完成实验。同时,预习也是培养阅读能力的学习环节。

在学生预习实验教材的基础上,为了进一步做好实验准备工作,我们在教学计划中安排一些“实验理论和实验准备课”。其目的有两个:其一是在同学们自学教材的基础上,教师重点讲解有关实验理论,使学生更好地理解实验原理,体会实验方法的思路和适用条件,以及教学具体要求等;其二,教师对仪器设备进行介绍,操作示范,让学生在正式做实验之前,有机会了解实验装置,学会仪器的使用,以便进一步考虑如何来做好实验。

### 2. 实验的进行

内容包括仪器的安装与调整,观察实验现象与选择测试条件,读数与数据记录,计算与分析实验结果,以及误差估算等。

进入实验室,要注意遵守实验规则(见§1-4)。实验过程中,对观察到的现象和测得的数据要及时进行判断,判断它们是否正常与合理。实验过程中可能会出现故障,在教师的指导下,分析故障原因,学会排除故障的本领。实验完毕,做好仪器设备的整理工作。

### 3. 书写实验报告

撰写实验报告是为了训练学生具有以书面形式汇报实验工作成果的能力。具体要求详见下节。

## § 1-3 怎样写实验报告

通常,实验报告分为三部分。

第一部分:预习报告。

它作为正式报告的前面部分,要求在正式做实验之前写好。内容包括:

1. 目的:说明本实验的目的。
2. 原理摘要:在理解的基础上,用简短的文字扼要地阐述实验原理,切忌整篇照抄。力求做到图文并茂,图系指原理图、电路图或者光路图。写出实验所用的主要公式,说明式中各物理量的意义和单位以及公式的适用条件(或实验的必要条件)。

在草稿簿上设计好数据记录表格。对于选做实验,则要详细写明实验方案以及具体实验步骤。实验前教师要检查,并向同学提问。

第二部分: 实验记录。

此部分在实验课上完成。内容有:

1. 仪器: 记录实验所用主要仪器的编号和规格。记录仪器编号是一个好的工作习惯,便于以后必要时对实验进行复查。记录仪器规格可以使同学逐步地熟悉它,以培养选用仪器的能力。

2. 实验内容和观测现象记录。

3. 数据: 数据记录应做到整洁清晰而有条理,尽量采用列表法。在根据数据特点设计表格时,力求简单明了,分类清楚而有条理,便于计算与复核,达到省工省时的目的。在标题栏内要注明单位。

数据不得任意涂改。确实测错而无用的数据,可在旁边注明“作废”字样。不要任意划去。

第三部分: 数据处理与计算。此部分在实验后进行,包括:

1. 作图、计算结果与误差估算: 按图解法要求绘制图线(详见 § 2-9 数据处理方法一节中的图解法)。计算时先将文字公式化简,再代入数值进行运算。误差估算要预先写出误差公式。

2. 结果: 按标准形式写出实验的结果。在必要时,注明结果的实验条件。

3. 作业题: 完成教师指定的作业题。

4. 附注: 对实验中出现的说明和讨论,以及实验心得或建议等。

实验报告要求同学努力做到书写清晰,字迹端正,数据记录整洁,图表合格,文理通顺,内容简明扼要。实验报告一律用专用的实验报告纸书写。

## § 1-4 遵守实验规则

为了保证实验正常进行,以及培养严肃认真的工作作风和良好的实验工作习惯,特制定下列规则,望同学们遵守执行。

1. 学生应在课表规定时间内进行实验,不得无故缺席或迟到。实验时间若要更动,须经实验室同意。

2. 学生在每次实验前对排定要做的实验应进行预习,并在预习的基础上,作预习报告。

3. 进入实验室后应将预习报告放在桌上由教师检查,并回答教师的提问,经过教师检查认为合格后,才可以进行实验。

4. 实验时应携带必要的物品,如文具、计算器和草稿纸等。对于需要作图的实验应事先准备毫米方格纸和铅笔。

5. 进入实验室后,根据仪器清单核对自己使用的仪器有否缺少或损坏。若发现问题,应向教师或实验室管理员提出。未列入清单的仪器,另向管理员借用,实验完毕时归还。

6. 实验前应细心观察仪器构造,操作时动作应谨慎细心,严格遵守各种仪器仪表的操作规则及注意事项,尤其是电学实验,线路接好后先经教师或实验室工作人员检查,经许可后才可接通电源,以免发生意外。

7. 实验完毕应将实验数据交给教师检查,实验合格者教师予以签字通过。余下时间在实验室内进行实验计算与做作业题,待下课后方可离开实验室。

实验不合格或请假缺课的学生,由指导教师登记,通知学生在规定时间内补做。

8. 实验时应注意保持实验室整洁、安静。实验完毕应将仪器、桌椅恢复原状,放置整齐。

9. 如有损坏仪器应及时报告教师或实验室工作人员,并填写损坏单,说明损坏原因。赔偿办法根据学校规定处理。

## 第二章 误差估算和数据处理方法

### § 2-1 测量与误差

#### 1. 测量

物理实验不仅要定性观察各种物理现象,更重要的是找出有关物理量之间的定量关系。为此就需要进行测量。测量的意义就是将待测的物理量与一个选来作为标准的同类量进行比较,得出它们之间的倍数关系。选来作为标准的同类量称之为单位。倍数称为测量数值。由此可见,一个物理量的测量值等于测量数值与单位的乘积。一个物理量的大小是客观存在的,选择不同的单位,相应的测量数值就有所不同。单位愈大,测量数值愈小,反之亦然。

根据《中华人民共和国计量法》,国家计量局于1987年2月1日发布了国家法定计量单位名称、符号和非国家法定计量单位的废除办法,规定以国际单位制(SI制)为国家法定计量单位,即以米、千克、秒、安培、开尔文、摩尔、坎德拉作为基本单位,其它量都由以上七个基本单位导出,称为国际单位制的导出单位。并规定1991年起实行国家法定计量单位。中华人民共和国法定计量单位见本章附录。

测量可分为两类。一类是直接测量。如用尺量长度,以表计时间,天平称质量,安培表测电流等;另一类是间接测量,是根据直接测量所得到的数据,根据一定的公式,通过运算,得出所需要的结果,例如直接测出单摆的长度  $l$  和单摆的周期  $T$ ,应用公式  $T=2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$ ,以求重

力加速度  $g$ 。在物理量的测量中,绝大部分是间接测量,但直接测量是一切测量的基础。不论直接测量或间接测量,都需满足一定的实验条件,按照严格的方法及正确地使用仪器,才能得出应有的结果。因此,在实验过程中一定要了解实验的目的,正确地使用仪器,细心地进行操作、读数 and 记录,以达到巩固理论知识和加强实验技能训练的目的。

#### 2. 误差

物理量在客观上有着确定的数值,称为真值。然而在实际测量时,由于实验条件、实验方法和仪器精度等的限制或者不够完善,以及实验人员技术水平的原因,使得测量值与客观上存在的真值之间有一定的差异。测量值  $x$  与真值  $T_x$  的差值称为测量误差  $\delta$ ,简称误差。即

$$\delta = x - T_x$$

任何测量都不可避免地存在误差,所以,一个完整的测量结果应该包括测量值和误差两个部分。既然测量不能得到真值,那么怎样才能最大限度地减小测量误差,并估算出这误差的范围呢?要回答这些问题,首先要了解误差产生的原因及其性质。测量误差按其产生的原因与性质可分为系统误差、随机误差和过失误差三大类。

##### (1) 系统误差

系统误差的特点是有规律性的,测量结果都大于真值,或者都小于真值。或在测量条件改变时,误差也按一定规律在变化。

系统误差来源有下列几个方面:

1) 由于测量仪器的不完善、仪器不够精密或安装调整不妥,如刻度不准、零点不对、砝码未经校准、天平臂不等长、应该水平放置的仪器没有放水平等。

2) 由于实验理论和实验方法的不完善,所引用的理论与实验条件不符,如在空气中称质量而没有考虑空气浮力的影响,测长度时没有考虑温度使尺长改变,量热时没有考虑热量的散失,测电压时未考虑电压表内阻对电路的影响,标准电池的电动势未作温度修正等。

3) 实验者生理或心理特点、缺乏经验引入的误差。例如有些人习惯于侧坐斜视读数,眼睛辨色能力较差等,使测量值偏大或偏小。

系统误差的消除或减小是实验技能问题,应尽可能采取各种措施将它降低到最小程度。例如将仪器进行校正,改变实验方法或者在计算公式中列入一些修正项以消除某些因素对实验结果的影响,纠正不良实验习惯等。

能否识别和降低系统误差与实验者的经验和实际知识有密切的关系。学生在学习过程中要逐步积累这方面的感性知识,结合实验具体情况对系统误差进行分析和讨论。

### (2) 随机误差(又称偶然误差)

在相同条件下,对同一物理量进行重复多次测量,即使系统误差减小到最小程度之后,测量值仍然会出现一些难以预料和无法控制的起伏,而且测量值误差的绝对值和符号在随机地变化着。这种误差称之为随机误差。

随机误差主要来源于人们视觉、听觉和触觉等感觉能力的限制以及实验环境偶然因素的干扰。例如温度、湿度、电源电压的起伏、气流波动以及振动等因素的影响。从个别测量值来看,它的数值带有随机性,好像杂乱无章。但是,如果测量次数足够多的话,就会发现随机误差遵从一定的统计规律,可以用概率理论来估算它。

### (3) 错误(过失误差)

在测量中还可能出现错误,如读数错误、记录错误、操作错误、估算错误等等。错误已不属于正常的测量工作范畴,应当尽量避免。克服错误的方法,除端正工作态度,严格工作方法外,可用和另一次测量结果相比较的办法发现纠正,或者运用异常数据剔除准则来判别因过失而引入的异常数据,并加以剔除。

## 3. 正确度、精密度和准确度

正确度、精密度和准确度是评价测量结果好坏的三个术语。

测量结果的正确度是指测量值与真值的接近程度。正确度高,说明测量值接近真值的程度好,即系统误差小。可见,正确度是反映测量结果系统误差大小的术语。

测量结果的精密度是指重复测量所得结果相互接近的程度。精密度高,说明重复性好,各次测量误差的分布密集,即随机误差小。可见,精密度是反映测量结果随机误差大小的术语。

测量结果的准确度是指综合评定测量结果重复性与接近真值的程度。准确度高,说明精密度和正确度都高。可见,准确度反映随机误差和系统误差的综合效果。

由于在实验中,要求尽可能地消除或减小系统误差,误差计算主要是估算随机误差,因此往往不再严格区分精密度和准确度,而泛称为精度。

## 4. 绝对误差、相对误差和百分差

误差的表示形式,有绝对误差与相对误差之分。绝对误差  $\pm \Delta x$  表示测量结果  $x$  与真值  $T_x$  之间的差值以一定的可能性(概率)出现的范围,即真值以一定可能性(概率)出现在  $x - \Delta x$

至 $x + \Delta x$ 区间内。仅仅根据绝对误差的大小还难以评价一个测量结果的可靠程度, 还需要看测定值本身的大小, 为此引入相对误差的概念。相对误差  $E = \frac{\Delta x}{T_x} \approx \frac{\Delta x}{x} \times 100\%$ , 表示绝对误差在整个物理量中所占的比重, 一般用百分比表示。例如, 测量一长度时得1000米, 而绝对误差为1米。测另一长度时得100厘米, 而绝对误差为1厘米。后者的相对误差为1%, 而前者为0.1%, 所以我们认为前者较后者更可靠。

由于误差的存在, 任何测量值 $x$ 都只能在一定近似程度上表示测量量 $X$ 的大小, 而误差范围大致说明这种近似程度。完整的测量结果, 不仅说明所得数值 $x$ 及其单位, 还必须同时说明相应的误差, 用以下的标准形式表示:

$$X = (x \pm \Delta x)\text{单位}, E = \frac{\Delta x}{x} \times 100\%$$

不注明误差的测量结果, 在科学上是没有价值的。

如果待测量有理论值或公认值, 也可用百分差来表示测量的好坏。即

$$\text{百分差 } E_0 = \frac{|\text{测量值 } x - \text{公认值 } x'|}{\text{公认值 } x'} \times 100\%.$$

绝对误差、相对误差和百分差通常只取1~2位数字来表示。

## § 2-2 随机误差的高斯分布与标准误差

随机性是随机误差的特点。也就是说, 在相同条件下, 对同一物理量进行多次重复测量, 每次测量值的误差时大时小, 对某一次测量值来说, 其误差的大小与正负都无法预先知道, 纯属偶然。但是, 如果测量次数相当多的话, 随机误差的出现仍服从一定的统计规律。根据实验情况的不同, 随机误差出现的分布规律有高斯分布(又称正态分布)、 $t$ 分布、均匀分布以及反正弦分布等等。按照教学要求, 这里仅简要地介绍随机误差的高斯分布。

### 1. 高斯分布的特征与数学表述

遵从高斯分布规律的随机误差具有下列四大特征:

- (1) 单峰性 绝对值小的误差出现的可能性(概率)大, 大误差出现的可能性小。
- (2) 对称性 大小相等的正误差和负误差出现的机会均等, 对称分布于真值的两侧。
- (3) 有界性 非常大的正误差或负误差出现的可能性几乎为零。
- (4) 抵偿性 当测量次数非常多时, 正误差和负误差相互抵消, 于是, 误差的代数和趋向于零。

高斯分布的特征可以用高斯分布曲线形象地表述出来, 见图2-2-1(a)。横坐标为误差 $\delta$ , 纵坐标为误差的概率密度分布函数 $f(\delta)$ 。根据误差理论可以证明函数的数学表述为

$$f(\delta) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma} e^{-\frac{\delta^2}{2\sigma^2}} \quad (2-2-1)$$

测量值的随机误差出现在 $\delta$ 至 $\delta + d\delta$ 区间内的可能性(概率)为 $f(\delta)d\delta$ , 即图2-2-1(a)中阴影线所包含的面积元。上式中的 $\sigma$ 是一个与实验条件有关的常数, 称之为标准误差。其值为

$$\sigma = \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n \delta_i^2}{n}} \quad (2-2-2)$$

式中,  $n$  为测量次数, 各次测量值的随机误差为  $\delta_i, i=1, 2, 3, \dots, n$ 。可见标准误差是将各个误差的平方取平均值, 再开方得到, 所以, 标准误差又称为均方根误差。

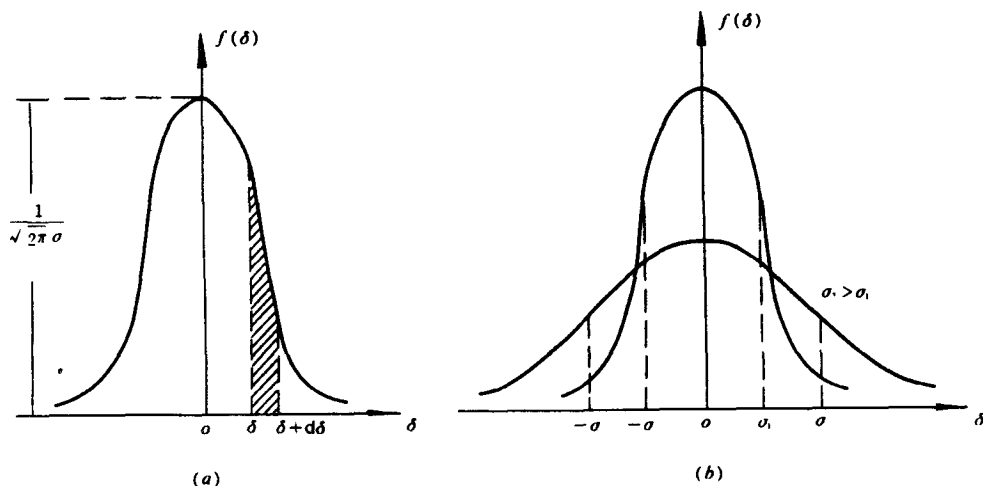


图 2-2-1 随机误差的正态分布曲线

## 2. 标准误差的物理意义

由(2-2-1)式可知, 随机误差正态分布曲线的形状取决于  $\sigma$  值的大小, 如图2-2-1(b)所示。  $\sigma$  值愈小, 分布曲线愈陡峭, 峰值  $f(0)$  愈高, 说明绝对值小的误差占多数, 且测量值的重复性好, 分散性小; 反之,  $\sigma$  值愈大, 曲线愈平坦, 峰值愈低, 说明测量值的重复性差, 分散性大。标准误差反映了测量值的离散程度。

由于  $f(\delta)d\delta$  是测量值随机误差出现在小区间  $(\delta, \delta+d\delta)$  的可能性(概率), 那么, 测量值误差出现在区间  $(-\sigma, \sigma)$  内的可能性(概率)就是

$$\begin{aligned} P(-\sigma < \delta < \sigma) &= \int_{-\sigma}^{\sigma} f(\delta) d\delta \\ &= \int_{-\sigma}^{\sigma} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{\delta^2}{2\sigma^2}} d\delta \\ &= 68.3\% \end{aligned}$$

这说明对任一次测量, 其测量值误差出现在  $-\sigma$  到  $+\sigma$  区间内的可能性(概率)为68.3%。也就是说, 假如我们对某一物理量在相同条件下进行了1000次测量, 那么, 测量值误差可能有683次落在  $-\sigma$  到  $+\sigma$  区间内。这里要特别注意标准误差的统计意义, 它并不表示任一次测量值的误差就是  $\pm\sigma$ , 也不表示误差不会超出  $\pm\sigma$  的界限。标准误差只是一个具有统计性质的特征量, 用以表征测量值离散程度的一个特征量。

## 3. 极限误差

与上述相仿, 同样可以计算, 在相同条件下对某一物理量进行多次测量, 其任意一次测量值的误差落在 $-3\sigma$ 到 $3\sigma$ 区域之间的可能性(概率), 其值为

$$\begin{aligned} P(-3\sigma, 3\sigma) &= \int_{-3\sigma}^{3\sigma} f(\delta) d\delta \\ &= \int_{-3\sigma}^{3\sigma} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{\delta^2}{2\sigma^2}} d\delta \\ &= 99.7\% \end{aligned}$$

也就是说, 在1000次测量中可能有3次测量值的误差绝对值会超过 $3\sigma$ 。在通常的有限次测量情况下, 测量次数很少超过几十次, 因此, 测量值误差超出 $\pm 3\sigma$ 范围的情况几乎不会出现, 所以把 $3\sigma$ 称为极限误差。

在测量次数相当多的情况下, 如果出现测量值误差的绝对值大于 $3\sigma$ 的数据, 可以认为这是由于过失引起的异常数据而加以剔除。但是, 对于测量次数较少的情况, 这种判别方法就不可靠, 而需要采用另外的判别准则。

## § 2-3 近真值——算术平均值

尽管一个物理量的真值是客观存在, 然而, 即使对测量值已经进行了系统误差的修正, 但是, 由于随机误差的存在, 企图得到真值的愿望仍不能实现。那么, 是否能够得到一个测量结果的最佳值, 或者说得到一个最接近真值的数值(近真值)呢? 这个近真值又如何来求得? 根据随机误差具有抵偿性的特点, 误差理论可以证明, 如果对一个物理量测量了相当多次, 那么, 算术平均值就是接近真值的最佳值。

设在相同条件下对一个物理量进行了多次测量, 测量值分别为 $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ , 各次测量值的随机误差分别为 $\delta_1, \delta_2, \delta_3, \dots, \delta_n$ , 并用 $T_x$ 表示该物理量的真值。根据误差的定义有

$$\begin{aligned} \delta_1 &= x_1 - T_x \\ \delta_2 &= x_2 - T_x \\ &\dots \\ \delta_n &= x_n - T_x \end{aligned}$$

将以上各式相加, 得

$$\sum_{i=1}^n \delta_i = \sum_{i=1}^n x_i - nT_x$$

或

$$\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \delta_i = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i - T_x \quad (2-3-1)$$

用 $\bar{x}$ 代表算术平均值, 即

$$\bar{x} = \frac{1}{n}(x_1 + x_2 + \dots + x_n) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad (2-3-2)$$

(2-3-1)式写为

$$\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \delta_i = \bar{x} - T_x \quad (2-3-3)$$

根据随机误差的抵偿性特征,当测量次数 $n$ 相当多时,由于正、负误差相互抵消,各个误差的代数和趋近于零,即

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n \delta_i = 0.$$

于是有

$$\bar{x} \rightarrow T_x.$$

由此可见,测量次数愈多,算术平均值接近真值的可能性愈大。当测量次数相当多时,算术平均值是真值的最佳值,即近真值。

## § 2-4 标准误差的估算——标准偏差

### 1. 任意一次测量值的标准偏差

某一次测量值 $x_i$ 的误差 $\delta_i$ 是测量值 $x_i$ 与真值 $T_x$ 的差值。由于真值不知道,误差 $\delta_i$ 计算不出。因而,按照(2-2-2)式,标准误差 $\sigma$ 也无从估算。根据算术平均值是近真值的结论,在实际估算时系采用算术平均值 $\bar{x}$ 代替真值,用各次测量值与算术平均值的差值

$$v_i = x_i - \bar{x} \quad (2-4-1)$$

来估算各次的误差。差值 $v_i$ 称为残差。

误差理论可以证明,当测量次数 $n$ 有限,用残差来估算标准误差时,其计算式为

$$\sigma_x = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n v_i^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \quad (2-4-2)$$

$\sigma_x$ 称之为任意一次测量值的标准偏差,它是测量次数有限多时,标准误差 $\sigma$ 的一个估计值。其代表的物理意义为,如果多次测量的随机误差遵从高斯分布,那么,任意一次测量,测量值误差落在 $-\sigma_x$ 到 $+\sigma_x$ 区域之间的可能性(概率)为68.3%。或者说,它表示这组数据的误差有68.3%的概率出现在 $-\sigma_x$ 到 $+\sigma_x$ 的区间内。

### 2. 平均值的标准偏差

误差理论证明,平均值 $\bar{x}$ 的标准偏差为

$$\begin{aligned} \sigma_{\bar{x}} &= \frac{\sigma_x}{\sqrt{n}} \\ &= \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n(n-1)}} \end{aligned} \quad (2-4-3)$$

上式说明,平均值的标准偏差是 $n$ 次测量中任意一次测量值标准偏差的 $\frac{1}{\sqrt{n}}$ 倍。 $\sigma_{\bar{x}}$ 小于 $\sigma_x$ ,

这个结果的合理性是显而易见的。因为算术平均值是测量结果的最佳值,它比任意一次测量