开创 CREATOR

考前急速60秒
大冲刺

数学知识全表

Mathematics Formula

高中

完全配合新教材
考前冲刺最有效
公式定理全包括
轻松安心进考场

海豚出版社

开创 CREATOR

考前急速60秒大冲刺

数学知识全表

高中

海豚出版社

图书在版编目(CIP)数据

高中数学知识全表/李世学,王保达编. —北京:海豚出版社,2006.7

(考前急速 60 秒大冲刺)

ISBN 7-80138-636-1

Ⅰ.高… Ⅱ.①李…②王… Ⅲ.数学课-高中-教学参考资料 Ⅳ.G634.603

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2006)第 058377 号

开创 CREATOR

高中数学知识全表

策　　划　柯睿特

主　　编　李世学　王保达

责任编辑　一　谷　赵　星

装帧设计　大愚工作室

出版　海豚出版社

地址　北京百万庄大街 24 号

邮编　100037

发行　010-68997480

投稿　010-68326332

传真　010-68993503

经销　全国新华书店

开本　大 32 开(889 毫米×1194 毫米)

印张　8

印刷　北京金华印刷有限公司

印次　2006 年 7 月第 1 版,

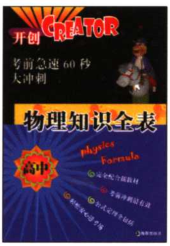
2006 年 7 月第 1 次印刷

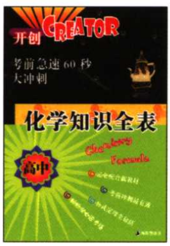
书号　ISBN 7-80138-636-1

定价　14.00 元

高中知识全表

考前急速60秒大冲刺





全面应对高考基础知识，科目完备，要点齐全，方便背记、方便查阅，进行对比性学习，全力助你考前冲刺！

开创 CREATOR

考前急速 60 秒大冲刺

数学知识全表

高中

海豚出版社

目 录

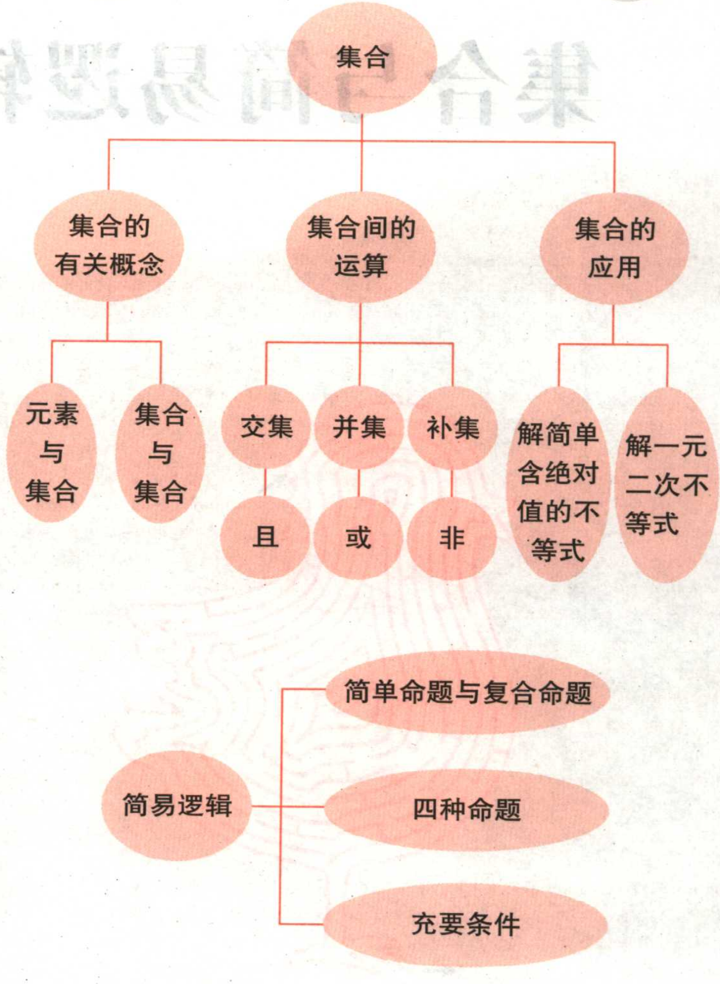
CONTENTS

目 录

第一章

集合与简易逻辑

知识互联网


集合
集合的有关概念
集合间的运算
集合的应用
元素与集合
集合与集合
交集
并集
补集
且
或
非
解简单含绝对值的不等式
解一元二次不等式
简易逻辑
简单命题与复合命题
四种命题
充要条件

1 集　合

❶集合的描述性定义：某些指定的对象集中在一起就成为一个集合，简称集.集合中的每个对象叫做这个集合的元素.

❷集合中元素的特性：

❶确定性；❷互异性；❸无序性.

❸集合的表示方法：

❶列举法：把集合中元素一一列举出来的方法；

❷描述法：用确定的条件表示某些对象是否属于这个集合的方法；

❸韦恩图法：用封闭曲线表示集合的方法.

❹特定集合：

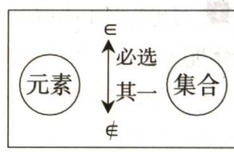
$\mathbf{N}$—自然数集；$\mathbf{N}^*$（$\mathbf{N}_+$）—正整数集；$\mathbf{Z}$—整数集；$\mathbf{Q}$—有理数集；$\mathbf{R}$—实数集

❺集合的分类：按集合中元素的个数可分为有限集和无限集.

❻不含任何元素的集合叫做空集.用“$\varnothing$”表示.

例 1 判断对象$2\sqrt{3}$，$3\sqrt{2}$是不是集合$A=\{x|x>4\}$中的元素.

分析 对象与集合之间只能是“$\in$”（属于）或“$\notin$”（不属于）两种关系之一，即集合中的元素具有“确定性”.



解 由$2\sqrt{3}=\sqrt{12}<\sqrt{16}=4$，$3\sqrt{2}=\sqrt{18}>\sqrt{16}=4$，

得$2\sqrt{3}\notin A$，$3\sqrt{2}\in A$.

例 2 已知集合$\left\{m\,\middle|\,\dfrac{6}{5-m}\in\mathbf{N}^*，且\ m\in\mathbf{Z}\right\}$，用列举法表示为________.

分析 用列举法表示集合即把集合中的所有元素一一列举出来，然后加上大括号.所以本题即求出集合中的所有元素.

解 $\because\ \dfrac{6}{5-m}\in\mathbf{N}^*$，则$5-m\in\mathbf{N}^*$，且$5-m$为6的约数.

$\therefore\ 5-m=1,2,3,6$. 即：$m=-1,2,3,4$.

答 $\{-1,2,3,4\}$.

注意

列举法与描述法是集合中两种重要的表示方法，要区别这两种方法主要用于哪种类型的题目.

2 子 集

1 子集：一般地，对于两个集合A与B，如果集合A的任何一个元素都是集合B的元素，我们就说集合A是集合B的子集.记做：$A \subseteq B(B \supseteq A)$.

子集的数学表达式：若对任意$x \in A \Rightarrow x \in B$，则$A \subseteq B$.

2 集合相等：如果集合A与B的元素都相同，则称$A=B$.

（证明方法：若$A \subseteq B$且$B \subseteq A$，则$A=B$）

3 真子集：$A \subseteq B$且存在 $x \in B$，但 $x \notin A \Rightarrow A \subsetneqq B$.

4 子集之间的传递性：$A \subseteq B, B \subseteq C \Rightarrow A \subseteq C$.

5 重要结论：

❶$A \subseteq A$；

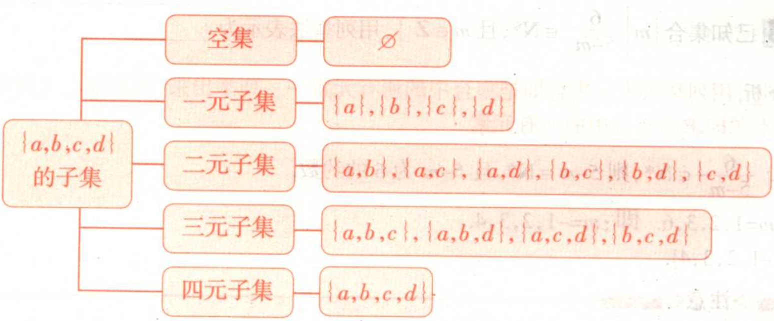
❷$\varnothing \subseteq A$；

❸$\varnothing \subsetneqq A$（集合$A$非空）；

❹ 集合$\{a_1,a_2,\cdots,a_n\}$共有 2^n个子集，2^n-1 个真子集，2^n-1个非空子集，2^n-2 个非空真子集.

例 1 写出集合$A=\{a,b,c,d\}$的所有的子集，子集有多少个？真子集呢？

分析 写含有n个元素的集合的子集时，应先将子集分好类：$\varnothing$，一元子集，二元子集，……，n元子集.如下图：



解 集合A的子集有$\varnothing$，$\{a\}$，$\{b\}$，$\{c\}$；$\{d\}$，$\{a,b\}$，$\{a,c\}$，$\{a,d\}$，$\{b,c\}$，$\{b,d\}$，$\{c,d\}$，$\{a,b,c\}$，$\{a,b,d\}$，$\{a,c,d\}$，$\{b,c,d\}$，$\{a,b,c,d\}$；子集共有16个；去掉全集，可知真子集有15个.

例 2 已知集合$A=\{4,3,5\}$，$B=\{C|C\subsetneqq A\}$，求集合B.

解 $A=\{4,3,5\}$，A的子集为$\varnothing$，$\{3\}$，$\{4\}$，$\{5\}$，$\{3,4\}$，$\{3,5\}$，$\{4,5\}$，$\{3,4,5\}$.

又$B=\{C|C\subsetneqq A\}$，

$\therefore B=\{\varnothing,\{3\},\{4\},\{5\},\{3,4\},\{3,5\},\{4,5\}\}$.

例 3 设集合$A=\{1,a,b\}$，$B=\{a,a^2,ab\}$且$A=B$，求$a^{2006}+b^{2006}$的值.

分析 “$A=B$”即集合A和集合B中的元素完全相同，所以本题有如下解法：

解 由$A=B$得：

$\begin{cases}a^2=1,\\ab=b\end{cases}$ 或 $\begin{cases}a^2=b,\\ab=1.\end{cases}$

解得：$\begin{cases}a=-1,\\b=0\end{cases}$ 或 $\begin{cases}a=1,\\b=1\end{cases}$ 或 $a=1$，b为任意实数.

由集合中元素的互异性，得$a\neq1$，所以$a=-1$，$b=0$.

故$a^{2006}+b^{2006}=1$.

>注意<

为使集合中元素的互异性得到保证，解方程后要将a、b的值代入集合中检验，对不符合题意的a、b的值要舍去.

例 4 已知集合$A=\{x|ax^2+2x+1=0\}$，

(1)在A中只有一个元素，求a的值；

(2)在A中至多有一个元素，求a的取值范围.

分析 讨论方程$ax^2+2x+1=0$实数根的情况，从中确定a的取值范围.由题意可知，方程$ax^2+2x+1=0$有一个实数根、两个实数根和无实数根三种情况.

解 (1)当$a=0$时，原方程变为$2x+1=0$，$x=-\dfrac{1}{2}$，符合题意；

当$a\neq0$时，由$\Delta=4-4a=0$得$a=1$，原方程的解为$x=-1$，符合题意.

$\therefore$ $a=0$或$a=1$时，A中只有一个元素.

(2)A中至多有一个元素，即A中含有一个元素或A中没有元素，

当$\Delta=4-4a<0$，即$a>1$时，原方程无实数根.

结合(1)知：$a=0$或$a\geqslant1$时，A中至多有一个元素.

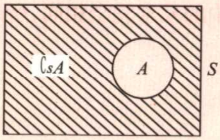
>注意<

“$a=0$”这种情况容易被忽视，应注意讨论.

3 全集与补集

①全集：如果集合S含有我们所要研究的各个集合的全部元素，这个集合就可以看作一个全集.全集通常用U表示.

②补集：$\complement_S A=\{x\mid x\in S且x\notin A\}$图解如下：



③常用结论：$\complement_U\varnothing=U$；$\complement_U U=\varnothing$；$\complement_U(\complement_U A)=A$.

例1 “有理数集”的补集是“无理数集”吗，为什么？

答 “有理数集”的补集不一定是“无理数集”.这是因为：补集是在确定全集的前提下建立起来的一个概念，全集不确定，补集就无从谈起.如果把有理数集**Q**看成全集，则有理数集的补集为$\varnothing$，而不是无理数集.只有把实数集**R**看成全集，“有理数集”的补集才是“无理数集”.

注意

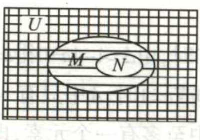
补集是一个相对的概念，它是相对于全集而言.要研究补集必须先确定全集.

例2 已知全集U，集合M、$N\subsetneqq U$，且$N\subseteq M$，则(　　).

(A)$\complement_U M\supseteq\complement_U N$　　(B)$M\subseteq\complement_U N$

(C)$\complement_U M\subseteq\complement_U N$　　(D)$M\supseteq\complement_U N$

解 由右图知：$\complement_U M$为竖线阴影部分，$\complement_U N$为横线阴影部分，所以$\complement_U M\subseteq\complement_U N$.



答 (C).

注意

画韦恩图是解决补集问题的常用方法.此题还有如下解法：

令$U=\{1,2,3\}$，$M=\{1,2\}$，$N=\{1\}$，

则$\complement_U M=\{3\}$，$\complement_U N=\{2,3\}$.

$\therefore\ \complement_U M\subseteq\complement_U N$.

例 若全集$U=\{1,2,3,4,5\}$，$A=\{1,5\}$，$B\subsetneqq \complement_U A$，则这样的集合$B$最多有(　　).

(A)5个　　(B)7个　　(C)6个　　(D)8个

分析 弄清符号"$\subsetneqq$"与"$\complement_U A$"的含义是解本题的关键.

解 $\complement_U A=\{2,3,4\}$，

B是$\{2,3,4\}$的真子集，

B可以是$\varnothing$，$\{2\}$，$\{3\}$，$\{4\}$，$\{2,3\}$，$\{2,4\}$，$\{3,4\}$共7个.

答 (B).

例 设全集$I=\{1,3,5,7,9\}$，集合$A=\{1,|a-5|,9\}$，$\complement_I A=\{5,7\}$，则a的值为(　　).

(A)2　　(B)8

(C)-2或8　　(D)2或8

分析 $|a-5|=3\Rightarrow a=2$或8.

答 (D).

例 设全集$U=\{2,3,a^2+2a-3\}$，$A=\{|2a-1|,2\}$，$\complement_U A=\{5\}$，求实数a的值.

分析 由$\complement_U A=\{5\}$，可知$5\in U$，但$5\notin A$，且$|2a-1|\in U$，根据集合与元素的关系可求解.

解 由题意可知：$5\in U$，$5\notin A$，$|2a-1|\in U$，

$$\therefore \begin{cases} a^2+2a-3=5, & ① \\ |2a-1|=3. & ② \end{cases}$$

解①得：$a=2$ 或 $a=-4$.

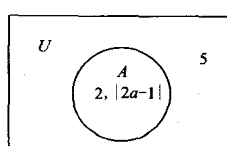
解②得：$a=2$ 或 $a=-1$，

$\therefore a=2$.

>注意<

① 本题易犯错误是：由方程$a^2+2a-3=5$解得$a=2$或$a=-4$，而忽视了隐含条件$A\subsetneqq U$.

② 本题亦可用韦恩图解答：由右图可知：



$$\begin{cases} a^2+2a-3=5, \\ |2a-1|=3. \end{cases}$$

解得$a=2$.

4 交集与并集

1 交集：

①若集合A与B中至少有一个是$\varnothing$，则$A\cap B=\varnothing$；

②若$A\neq\varnothing, B\neq\varnothing$，则$A\cap B=\{x|x\in A且x\in B\}$.

2 并集：

①若$A=B=\varnothing$，则$A\cup B=\varnothing$；

②若$A\neq\varnothing(B\neq\varnothing)$，$B=\varnothing(A=\varnothing)$，则$A\cup B=A(B)$；

③若$A\neq\varnothing, B\neq\varnothing$，则$A\cup B=\{x|x\in A或x\in B\}$.

3 典型结论：

①$A\cap A=A$；

②$A\cup A=A$；

③$A\cap B=B\cap A$；

④$A\cup B=B\cup A$；

⑤$A\cap \complement_U A=\varnothing$；

⑥$A\cup \complement_U A=U$；

⑦$A\cap B\subseteq A(或B)\subseteq A\cup B$；

⑧$A\subseteq B\Leftrightarrow A\cap B=A\Leftrightarrow A\cup B=B$；

⑨$\complement_U(A\cap B)=\complement_U A\cup\complement_U B$；$\complement_U(A\cup B)=\complement_U A\cap\complement_U B$.

例 已知集合$M=\{a^2,a+1,-3\}$，$N=\{a-3,2a-1,a^2+1\}$，若$M\cap N=\{-3\}$，则a的值为________.

解 $\because M\cap N=\{-3\}$，

$\therefore$有$a-3=-3$，则$a=0$；

或$2a-1=-3$，则$a=-1$；

又$\because$当$a=0$时，$a^2+1=1$，$a+1=1$，

$\therefore a=0$舍去.

$\therefore a=-1$.

答 -1.