


# 信号与系统基本理论习题解答 与实验指导

刘建宝 © 主 编

邵 英 李 辉 欧阳华 王 腾 © 副主编

6



 中国工信出版集团

 电子工业出版社  
PUBLISHING HOUSE OF ELECTRONICS INDUSTRY  
<http://www.phei.com.cn>

内容简介

# 信号与系统基本理论

## 习题解答与实验指导

主 编 刘建宝

副主编 邵 英 李 辉 欧阳华 王 腾



电子工业出版社

Publishing House of Electronics Industry

北京·BEIJING

## 内 容 简 介

本书根据军队综合性大学针对“信号与系统”课程教学的需求而编写。根据信息化人才的培养需求,依据教学内容将习题解答和实验指导有机结合,从而提高教学的有效性和针对性。

本书内容分为习题解答篇与实验指导篇两大部分。其中,习题解答篇包括《信号与系统基本理论》(配套教材)对应章节的课后习题解答;实验指导篇包括基础性实验和综合及自主性实验。

本书可作为高等院校通信工程、电子信息工程、信息工程等专业的“信号与系统”课程的教学参考书。

未经许可,不得以任何方式复制或抄袭本书之部分或全部内容。  
版权所有,侵权必究。

### 图书在版编目(CIP)数据

信号与系统基本理论习题解答与实验指导 / 刘建宝主编. —北京: 电子工业出版社, 2020.1  
ISBN 978-7-121-38207-9

I. ①信… II. ①刘… III. ①信号系统—高等学校—教学参考资料 IV. ①TN911.6

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2020) 第 002672 号

责任编辑: 李 洁 文字编辑: 孙丽明

印 刷: 三河市华成印务有限公司

装 订: 三河市华成印务有限公司

出版发行: 电子工业出版社

北京市海淀区万寿路 173 信箱 邮编 100036

开 本: 787×1 092 1/16 印张: 16.5 字数: 423 千字

版 次: 2020 年 1 月第 1 版

印 次: 2020 年 1 月第 1 次印刷

定 价: 54.00 元

凡所购买电子工业出版社图书有缺损问题, 请向购买书店调换。若书店售缺, 请与本社发行部联系, 联系及邮购电话: (010) 88254888, 88258888。

质量投诉请发邮件至 [zltz@phei.com.cn](mailto:zltz@phei.com.cn), 盗版侵权举报请发邮件至 [dbqq@phei.com.cn](mailto:dbqq@phei.com.cn)。

本书咨询联系方式: [lijie@phei.com.cn](mailto:lijie@phei.com.cn)。

# 前 言

“信号与系统”是一门理论性和技术性都比较强的技术基础学科，它把反映事物本质的物理概念、数学概念和工程概念结合起来，以数学和物理学为基础，同时又与电路分析基础、电子学、数字信号处理、网络理论、计算方法、自动控制等相互渗透、相互交合和相互反馈，这些特点决定了课程教学中习题训练和实践教学的重要性。

为配合“信号与系统”的课程教学，给读者提供更大的自由发挥空间，培养创新能力，结合当前院校教育体制改革和课程标准要求，特组织和编写了相应的课后习题解答与实验指导内容。本教材可与邵英主编的《信号与系统基本理论》配套使用。希望通过本教材能够提高“信号与系统”课程的教学质量，提高读者的实践能力，增强创新思维，建立实验教学和理论课程紧密衔接、工程应用和研究能力相互补充、综合素质逐层深化的实践教学模式。

本教材在内容上根据教材特点和实验要求进行编排，主要包括习题解答篇和实验指导篇两大部分。习题解答篇对应《信号与系统基本理论》教材的课后习题，对每一题均给出了常规解法，并在解题前附有简要的解题分析，便于读者理解。实验指导篇围绕信号分析和系统特性这两个核心，突出了 MATLAB 软件在仿真计算和虚拟仪器方面的优势特性，总体上划分为基础性实验和综合及自主性实验两部分。基础性实验帮助读者熟悉 MATLAB 的开发环境和基本技巧，熟悉基本信号分析和系统分析的 MATLAB 实现；综合及自主性实验使读者了解和熟悉较为复杂的系统分析与实现。

希望本书的出版能对读者学习、理解和掌握《信号与系统基本理论》起到较好的辅助作用，这也是编者的初衷。

本书由刘建宝主编并统稿，王腾编写第 1 章习题，欧阳华编写第 2、3 章习题，刘建宝编写第 4、5 章习题，邵英编写第 6、7 章习题，李辉编写实验指导篇。

邵英教授对本书的编写提出了许多宝贵意见，并对本书进行了仔细审阅。在此，编者向他谨致以衷心的感谢。

由于编者水平所限，书中难免存在缺点和疏漏，恳请广大读者批评指正。

编 者

## 反侵权盗版声明

电子工业出版社依法对本作品享有专有出版权。任何未经权利人书面许可，复制、销售或通过信息网络传播本作品的行为，歪曲、篡改、剽窃本作品的行为，均违反《中华人民共和国著作权法》，其行为人应承担相应的民事责任和行政责任，构成犯罪的，将被依法追究刑事责任。

为了维护市场秩序，保护权利人的合法权益，我社将依法查处和打击侵权盗版的单位和个人。欢迎社会各界人士积极举报侵权盗版行为，本社将奖励举报有功人员，并保证举报人的信息不被泄露。

举报电话：(010) 88254396；(010) 88258888

传 真：(010) 88254397

E-mail: dbqq@phei.com.cn

通信地址：北京市海淀区万寿路 173 信箱

电子工业出版社总编办公室

邮 编：100036

# 目 录

## 习题解答篇

第 1 章 信号的基本概念	(2)
第 2 章 系统的基本概念	(22)
第 3 章 系统的时域分析	(35)
第 4 章 连续时间系统的频域分析	(82)
第 5 章 拉普拉斯变换及连续系统的 $s$ 域分析	(117)
第 6 章 $z$ 变换及离散系统的 $z$ 域分析	(147)
第 7 章 系统函数	(185)

## 实验指导篇

第 8 章 基础性实验部分	(200)
实验一 信号的产生及时间变量的变换	(200)
实验二 线性卷积计算程序的实现、离散系统瞬态分析	(203)
实验三 连续 LTI 系统的频域分析	(209)
实验四 系统的传递函数与幅相特性曲线分析	(211)
实验五 信号的调制与解调	(215)
实验六 连续系统的状态方程的求解	(221)
实验七 相位对信号合成的影响	(225)
第 9 章 综合及自主性实验部分	(230)
实验八 信号的自相关、互相关和功率谱研究	(230)
实验九 傅里叶级数展开的频谱分析	(233)
实验十 抽样定理	(236)
实验十一 语音信号的采样及频谱分析	(242)
实验十二 FDMA 通信系统设计	(245)
实验十三 无失真传输系统	(250)
实验十四 模拟滤波器的设计	(252)
参考文献	(256)

1. 判断下列信号是否为周期信号, 若是周期信号, 求出其周期.

(1)  $f(t) = \sin(\pi t + 45^\circ)$

(2)  $f(t) = \sin(\omega_0 t + \pi)$

(3)  $f(t) = e^{j\omega_0 t}$

(4)  $f(t) = 5e^{-t}$

(5)  $f(t) = \cos t + \sin 2t$

(6)  $f(t) = 4\sin 2t + 3\cos 2t$

(7)  $f(t) = \left| \sin\left(t - \frac{\pi}{n}\right) \right|$

# 习题解答篇

(1)  $f(t) = \sin(\pi t + 45^\circ)$

根据欧拉定理, 可以将  $f(t)$  看成同频率的正、余弦信号的叠加.



(3)  $f(t) = e^{j\omega_0 t}$

由于  $\cos \omega_0 t$  的周期为  $T = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi$ ,  $\sin \omega_0 t$  的周期为  $T = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi$ .



所以  $f(t) = \cos \omega_0 t + \sin \omega_0 t$  为周期信号, 其周期  $T = 2\pi$ .

(7)  $f(t) = \left| \sin\left(t - \frac{\pi}{n}\right) \right|$

根据欧拉定理, 其周期为  $T = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi$ .

# 第 1 章

## 信号的基本概念

1. 画出下列信号的波形图。

(1)  $f_1(t) = (2 - 2e^{-t})u(t)$

(2)  $f_2(t) = e^{-t}u(t)$

(3)  $f_3(t) = e^{-t}u(\cos t)$

(4)  $f_4(t) = \cos 2\pi t [u(t-1) - u(t-3)]$

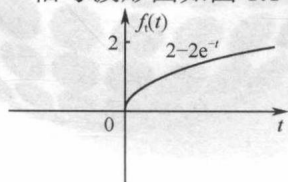
(5)  $f_5(t) = 4u(t+2) - u(t) - 2u(t-1) + 2u(t-3)$

(6)  $f_6(t) = \sin \pi t [u(5-t) - u(-t)]$

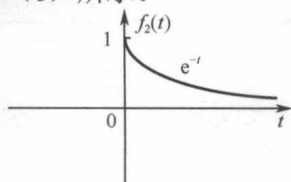
分析

阶跃信号的作用之一就是确定信号的作用区间，任一信号与阶跃信号的乘积反映在图形上就是对信号进行截取。

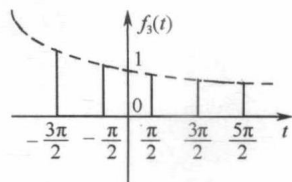
解 信号波形图如图 1.1 (1) ~ (6) 所示。



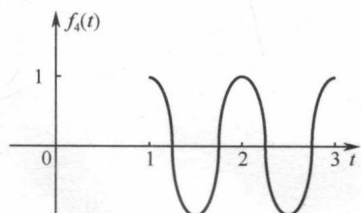
(1)



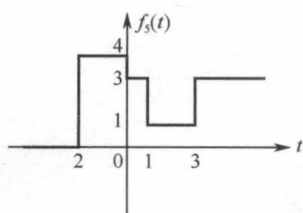
(2)



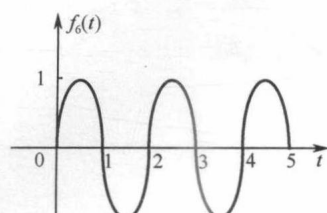
(3)



(4)



(5)



(6)

图 1.1

2. 判断下列信号是否为周期信号, 若是周期信号, 确定信号的周期。

(1)  $f(t) = A \sin(3t + 45^\circ)$

(2)  $f(t) = A \cos(5t + 30^\circ)$

(3)  $f(t) = e^{j(\pi t - 1)}$

(4)  $f(t) = 5e^{j\frac{\pi}{2}t}$

(5)  $f(t) = a \sin t + b \sin 2t$

(6)  $f(t) = 4 \sin 2t + 5 \cos \pi t$

(7)  $f(t) = \left[ \sin \left( t - \frac{\pi}{6} \right) \right]^2$

分析

连续正(余)弦信号都是周期信号, 当两个子信号的周期之比  $\frac{T_1}{T_2}$  为有理数时, 其和信号也为周期信号, 且和信号的周期  $T$  为两个子信号周期的最小公倍数。

解

(1)  $f(t) = A \sin(3t + 45^\circ)$

$f(t)$  为周期信号, 其周期  $T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{3}$ 。

(2)  $f(t) = A \cos(5t + 30^\circ)$

$f(t)$  为周期信号, 其周期  $T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{5}$ 。

(3)  $f(t) = e^{j(\pi t - 1)}$

$f(t)$  是连续的指数信号, 根据欧拉定理可以将它看成同频率的正、余弦信号的叠加, 其周期与正(余)弦信号的周期相同,  $f(t) = \cos(\pi t - 1) + j \sin(\pi t - 1)$ 。所以,  $f(t)$  为周期信号, 其周期  $T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\pi} = 2$ 。

(4)  $f(t) = 5e^{j\frac{\pi}{2}t}$

根据欧拉定理, 可以将  $f(t)$  看成同频率的正、余弦信号的叠加,  $f(t) = \cos\left(\frac{\pi}{2}t\right) + j \sin\left(\frac{\pi}{2}t\right)$ 。

所以,  $f(t)$  为周期信号, 其周期  $T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\frac{\pi}{2}} = 4$ 。

(5)  $f(t) = a \sin t + b \sin 2t$

由于  $a \sin t$  的周期  $T_1 = \frac{2\pi}{1} = 2\pi$ ,  $b \sin 2t$  的周期  $T_2 = \frac{2\pi}{2} = \pi$ ,  $T_1$  和  $T_2$  具有最小公倍数  $2\pi$ , 所以,  $f(t) = a \sin t + b \sin 2t$  为周期信号, 其周期  $T = 2\pi$ 。

(6)  $f(t) = 4 \sin 2t + 5 \cos \pi t$

由于  $4 \sin 2t$  的周期  $T_1 = \frac{2\pi}{2} = \pi$ ,  $5 \cos \pi t$  的周期  $T_2 = \frac{2\pi}{\pi} = 2$ ,  $\frac{T_1}{T_2} = \frac{\pi}{2}$  为无理数, 即  $T_1$  和  $T_2$  没有公倍数, 所以,  $f(t) = 4 \sin 2t + 5 \cos \pi t$  为非周期信号。

(7)  $f(t) = \left[ \sin \left( t - \frac{\pi}{6} \right) \right]^2 = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cos \left( 2t - \frac{\pi}{3} \right)$

$f(t)$  为周期信号, 其周期  $T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{2} = \pi$ 。

3. 信号  $f_1(t)$ 、 $f_2(t)$  的波形图如图 1.2 (a)、(b) 所示, 试画出下列信号的波形图。

(1)  $f_1(2t-1)$       (2)  $f_2(-2t-2)$       (3)  $f_1(2-t)$

(4)  $f_2(t+2)u(-t)$       (5)  $f_1\left(2-\frac{1}{2}t\right)$       (6)  $f_2\left(\frac{1}{2}t-2\right)$

(7)  $f_1(2t)+f_2(t-1)$       (8)  $f_1(2t-1)f_2(t+1)$

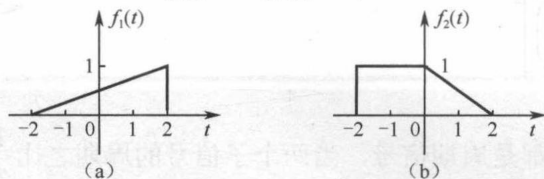


图 1.2

### 分析

信号的加法和乘法是点对点运算, 平移、反转和尺度变换的顺序可以任意调整, 但要注意始终是对时间  $t$  进行变换。波形图如图 1.3 (1) ~ (8) 所示。

### 解

(1) 对图 1.2 (a) 中  $f_1(t)$  先平移得到  $f_1(t-1)$ , 再尺度变换得到  $f_1(2t-1)$ , 如图 1.3 (1) 所示。

(2) 对图 1.2 (b) 中  $f_2(t)$  先平移得到  $f_2(t-2)$ , 再尺度变换得到  $f_2(2t-2)$ , 最后反转得到  $f_2(-2t-2)$ , 如图 1.3 (2) 所示。

(3) 对图 1.2 (a) 中  $f_1(t)$  先平移得到  $f_1(t+2)$ , 再反转得到  $f_1(2-t)$ , 如图 1.3 (3) 所示。

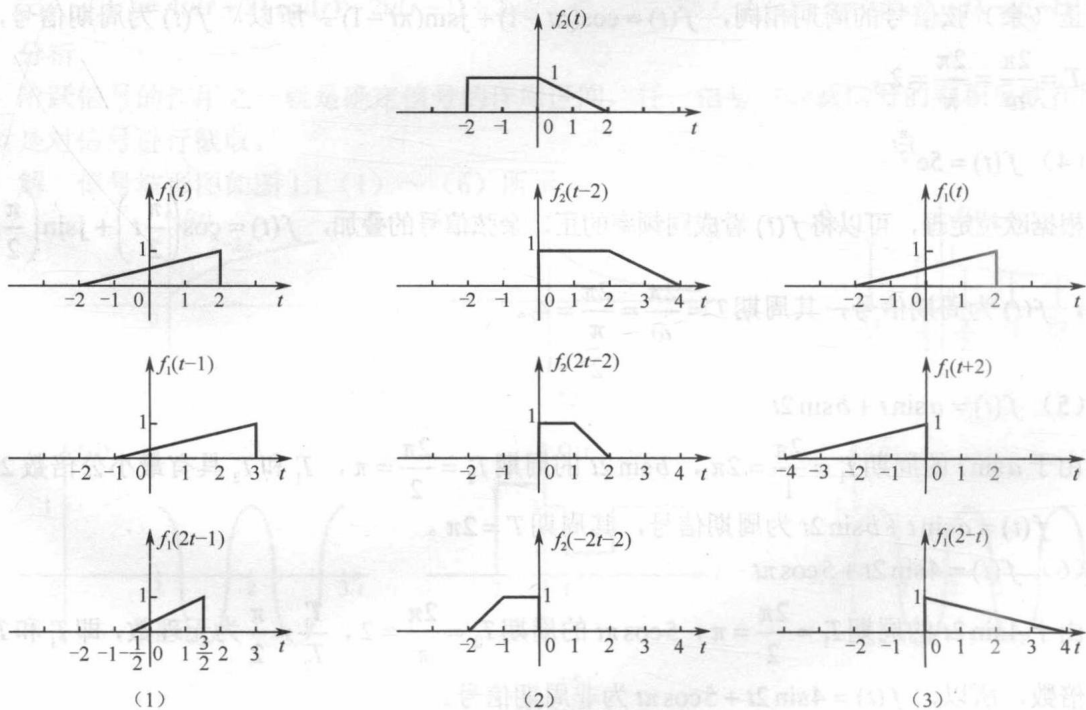


图 1.3

(4) 对图 1.2 (b) 中  $f_2(t)$  先平移得到  $f_2(t+2)$ , 再取  $t < 0$  部分, 得  $f_2(t+2)u(-t)$ , 如图 1.3 (4) 所示。

(5) 对图 1.2 (a) 中  $f_1(t)$  先平移得到  $f_1(t+2)$ , 反转得到  $f_1(2-t)$ , 最后由尺度变换得到  $f_1\left(2-\frac{1}{2}t\right)$ , 如图 1.3 (5) 所示。

(6) 对图 1.2 (b) 中  $f_2(t)$  先平移得到  $f_2(t-2)$ , 再由尺度变换得到  $f_2\left(\frac{1}{2}t-2\right)$ , 如图 1.3 (6) 所示。

(7) 对图 1.2 (a) 中  $f_1(t)$  先平移得到  $f_1(2t)$ , 再对图 1.2 (b) 中  $f_2(t)$  平移得到  $f_2(t-1)$ , 相加得  $f_1(2t)+f_2(t-1)$ , 如图 1.3 (7) 所示。

(8) 根据(1)可得  $f_1(2t-1)$ , 对图 1.2(b)中  $f_2(t)$  平移得到  $f_2(t+1)$ , 相乘得  $f_1(2t-1)f_2(t+1)$ , 如图 1.3 (8) 所示。

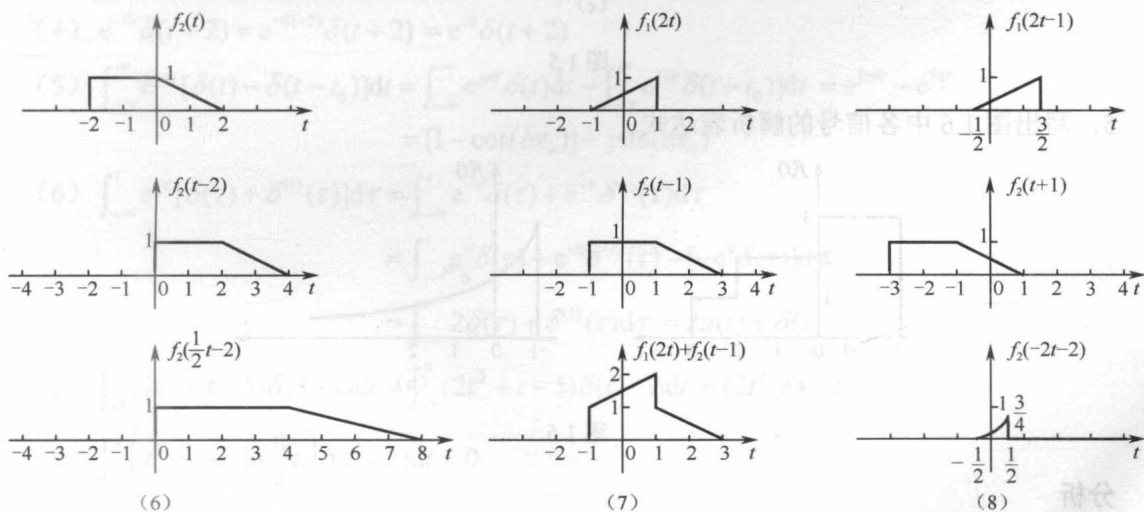
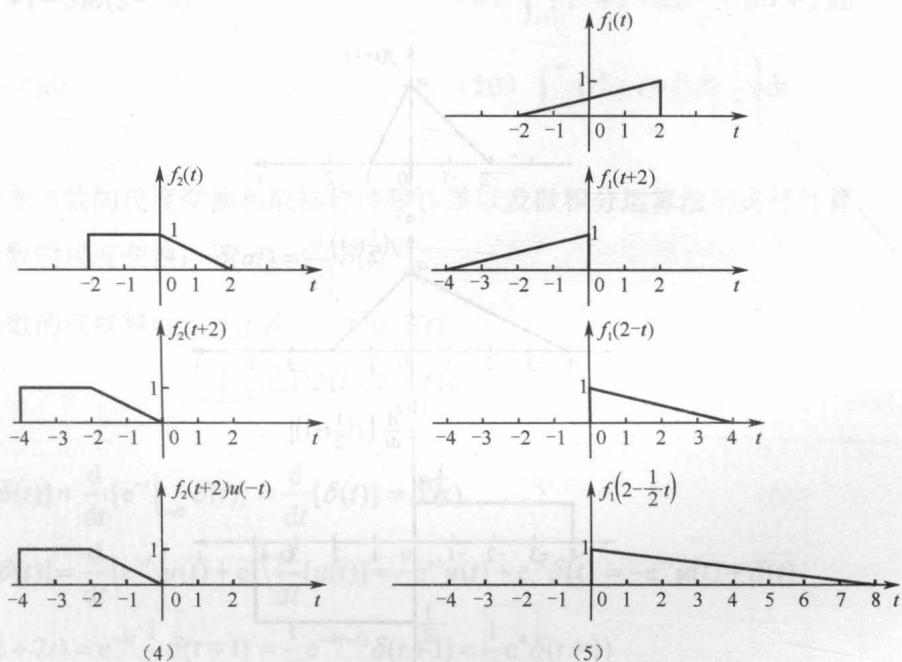


图 1.3 (续)

4. 已知信号  $f(t+1)$  的波形图如图 1.4 所示, 试画出  $\frac{d}{dt}\left[f\left(\frac{1}{2}t+1\right)\right]$  的波形。

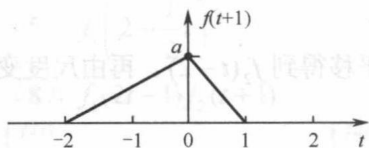


图 1.4

解 用图解法求解, 过程如图 1.5 (a) ~ (c) 所示。  $\frac{d}{dt}\left[f\left(\frac{1}{2}t+1\right)\right]$  的波形如图 1.5 (c) 所示。

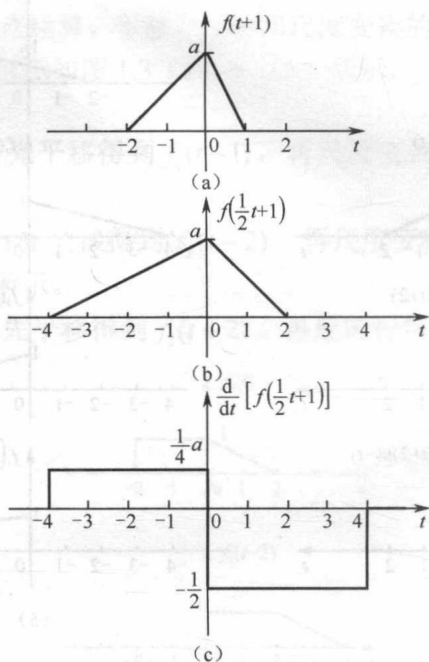


图 1.5

5. 写出图 1.6 中各信号的解析表达式。

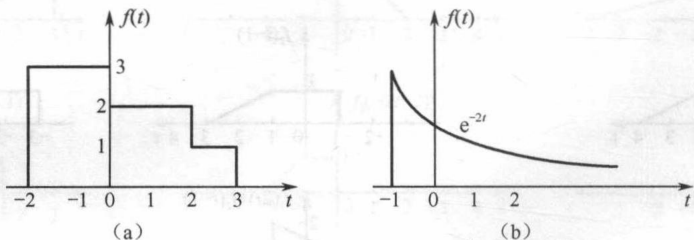


图 1.6

### 分析

图 1.6 (a) 中的  $f(t)$  图形可以看成三个门函数的组合, 图 1.6 (b) 中的  $f(t)$  图形可以看成阶跃信号与指数信号的乘积, 其中的阶跃信号用于确定信号的作用区间。

解

$$(1) f(t) = 3[u(t+2) - u(t)] + 2[u(t) - u(t-2)] + [u(t-2) - u(t-3)] \\ = 3u(t+2) - u(t) - u(t-2) - u(t-3)$$

$$(2) f(t) = e^{-2t}u(t+1)$$

6. 计算下列各题。

$$(1) \frac{d}{dt}[e^{-t}\delta(t)]$$

$$(2) \frac{d}{dt}[e^{-t}u(t)]$$

$$(3) e^{-4t}\delta(2+2t)$$

$$(4) e^{-5t}\delta(t+2)$$

$$(5) \int_{-\infty}^{+\infty} e^{j\omega t}[\delta(t) - \delta(t-t_0)]dt$$

$$(6) \int_{-\infty}^t e^{-\tau}[\delta(\tau) + \delta^{(1)}(\tau)]d\tau$$

$$(7) \int_{-5}^5 (2t^2 + t - 5)\delta(3-t)dt$$

$$(8) \int_{-1}^5 \left(t^2 + t - \sin\frac{\pi}{4}t\right)\delta(t+2)dt$$

$$(9) \int_0^{10} \delta(t-4)dt$$

$$(10) \int_{-\infty}^{\infty} (t^2 + t + 1)\delta\left(\frac{t}{2}\right)dt$$

分析

综合运用冲激函数的尺度变换和取样特性等性质以及微积分运算法则进行计算。

$$(1) \text{冲激函数的尺度变换: } \delta(at) = \frac{1}{|a|}\delta(t)$$

$$(2) \text{冲激函数的取样特性: } f(t)\delta(t) = f(0)\delta(t)$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(t)\delta(t)dt = f(0)$$

解

$$(1) \frac{d}{dt}[e^{-t}\delta(t)] = \frac{d}{dt}[e^{-t}|_{t=0}\delta(t)] = \frac{d}{dt}[\delta(t)] = \delta'(t)$$

$$(2) \frac{d}{dt}[e^{-t}\delta(t)] = \frac{d}{dt}[e^{-t}]u(t) + e^{-t}\frac{d}{dt}[u(t)] = -e^{-t}u(t) + e^{-t}\delta(t) = -e^{-t}u(t) + \delta(t)$$

$$(3) e^{-4t}\delta(2+2t) = e^{-4t}\frac{1}{2}\delta(t+1) = \frac{1}{2}e^{-4(-1)}\delta(t+1) = \frac{1}{2}e^4\delta(t+1)$$

$$(4) e^{-5t}\delta(t+2) = e^{-5(-2)}\delta(t+2) = e^{10}\delta(t+2)$$

$$(5) \int_{-\infty}^{\infty} e^{j\omega t}[\delta(t) - \delta(t-t_0)]dt = \int_{-\infty}^{\infty} e^{j\omega t}\delta(t)dt - \int_{-\infty}^{\infty} e^{j\omega t}\delta(t-t_0)dt = e^{j\omega 0} - e^{j\omega t_0} \\ = [1 - \cos(\omega t_0)] - j\sin(\omega t_0)$$

$$(6) \int_{-\infty}^t e^{-\tau}[\delta(\tau) + \delta^{(1)}(\tau)]d\tau = \int_{-\infty}^t e^{-\tau}\delta(\tau) + e^{-\tau}\delta^{(1)}(\tau)d\tau \\ = \int_{-\infty}^t e^0\delta(\tau) + e^{-0}\delta^{(1)}(\tau) - [-e^0\delta(\tau)]d\tau \\ = \int_{-\infty}^t 2\delta(\tau) + \delta^{(1)}(\tau)d\tau = 2u(t) + \delta(t)$$

$$(7) \int_{-5}^5 (2t^2 + t - 5)\delta(3-t)dt = \int_{-5}^5 (2t^2 + t - 5)\delta(t-3)dt = (2t^2 + t - 5)|_{t=3} = 16$$

$$(8) \int_{-1}^5 \left(t^2 + t - \sin\frac{\pi}{4}t\right)\delta(t+2)dt = 0$$

$$(9) \delta[f(t)] = \sum_{i=1}^n \frac{\delta[f(t_i)]}{|f'(t_i)|}, \text{ 其中 } t_i (i=1, 2, \dots, n) \text{ 为 } f(t)=0 \text{ 的解。}$$

所以

$$\begin{aligned}\int_0^{10} \delta(t^2 - 4) dt &= \int_0^{10} \left[ \frac{1}{|(t^2 - 4)'|_{t=2}} \delta(t-2) + \frac{1}{|(t^2 - 4)'|_{t=-2}} \delta(t+2) \right] dt \\ &= \int_0^{10} \frac{1}{4} \delta(t-2) dt + \int_0^{10} \frac{1}{4} \delta(t+2) dt = \frac{1}{4} + 0 = \frac{1}{4}\end{aligned}$$

$$(10) \int_{-\infty}^{\infty} (t^2 + t + 1) \delta\left(\frac{t}{2}\right) dt = \int_{-\infty}^{\infty} (t^2 + t + 1) 2\delta(t) dt = 2(t^2 + t + 1)|_{t=0} = 2$$

7. 用图解法计算图 1.7 中  $f_1(t) * f_2(t)$  的卷积积分。

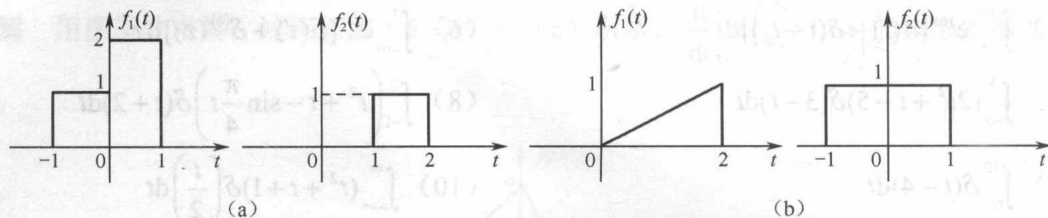


图 1.7

分析

图解法计算卷积积分的步骤为“换元—反转—平移”，然后对两者共同区域进行相乘和积分运算，即  $f_1(t) * f_2(t) = \int_{-\infty}^{\infty} f_1(\tau) f_2(t-\tau) d\tau$ 。

解 换元—反转—平移

(a) 对图 1.7(a) 中  $f_1(t)$  换元，得  $f_1(\tau)$ ； $f_2(t)$  换元并反转，得  $f_2(-\tau)$ ，再平移  $t$ ，得  $f_2(t-\tau)$ ，如图 1.8 (a) ~ (c) 所示。根据  $t$  的取值范围分段进行讨论。

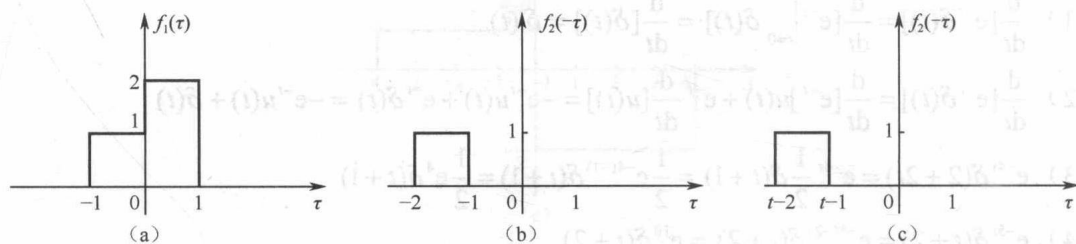


图 1.8

① 当  $t-1 < -1$ ，即  $t < 0$  时

$f_1(\tau)$ 、 $f_2(t-\tau)$  如图 1.9 (a) 所示，两者无共同区域，即  $f_1(t) * f_2(t) = 0$

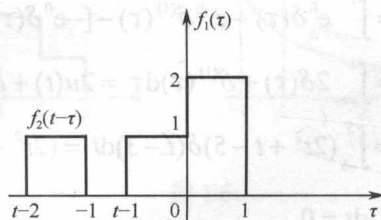


图 1.9 (a)

② 当  $-1 \leq t-1 < 0$ , 即  $0 \leq t < 1$  时

$f_1(\tau)$ 、 $f_2(t-\tau)$  如图 1.9 (b) 所示, 两者在  $[-1, t-1]$  存在共同区域, 即

$$f_1(t) * f_2(t) = \int_{-1}^{t-1} (1 \times 1) d\tau = t$$

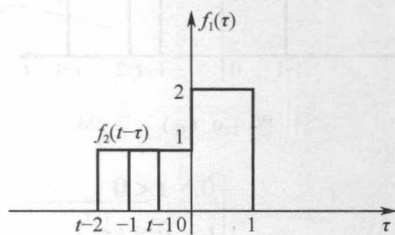


图 1.9 (b)

③ 当  $0 \leq t-1 < 1$ , 即  $1 \leq t < 2$  时

$f_1(\tau)$ 、 $f_2(t-\tau)$  如图 1.9 (c) 所示, 两者在  $[t-2, t-1]$  存在共同区域, 即

$$f_1(t) * f_2(t) = \int_{t-2}^0 (1 \times 1) d\tau + \int_0^{t-1} (2 \times 1) d\tau = (2-t) + 2(t-1) = t$$

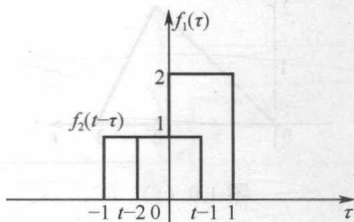


图 1.9 (c)

④ 当  $0 \leq t-2 < 1$ , 即  $2 \leq t < 3$  时

$f_1(\tau)$ 、 $f_2(t-\tau)$  如图 1.9 (d) 所示, 两者在  $[t-2, 1]$  存在共同区域, 即

$$f_1(t) * f_2(t) = \int_{t-2}^1 (2 \times 1) d\tau = 2(3-t)$$

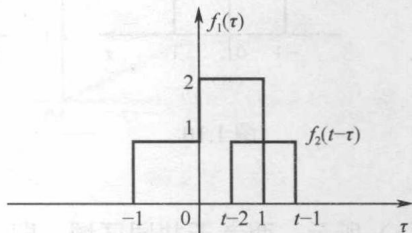


图 1.9 (d)

⑤ 当  $1 \leq t-2$ , 即  $3 \leq t$  时

$f_1(\tau)$ 、 $f_2(t-\tau)$  如图 1.9 (e) 所示, 两者无共同作用区域, 即

$$f_1(t) * f_2(t) = 0$$

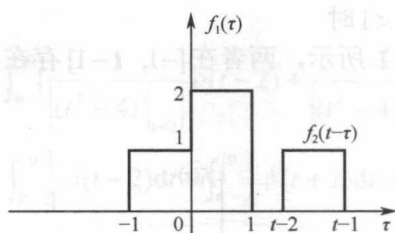


图 1.9 (e)

即

$$f_1(t) * f_2(t) = \begin{cases} 0, & t < 0 \\ t, & 0 \leq t < 2 \\ 2(3-t), & 2 \leq t < 3 \\ 0, & t \geq 3 \end{cases}$$

图形表示如图 1.9 (f) 所示。

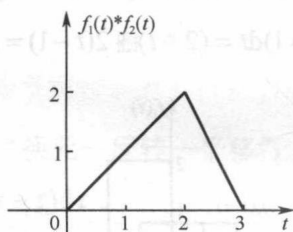


图 1.9 (f)

如图 1.10 (b) 对图 1.7 (b) 中  $f_1(t)$  换元, 得  $f_1(\tau)$ ;  $f_2(t)$  换元并反转, 得  $f_2(-\tau)$ , 再平移  $t$ , 得  $f_2(t-\tau)$ , 如图 1.10 (a) ~ (c) 所示。根据  $t$  的取值范围分段进行讨论。

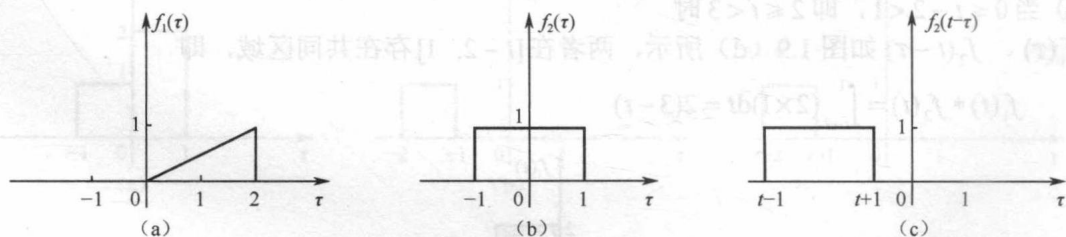


图 1.10

① 当  $t+1 < 0$ , 即  $t < -1$  时

$f_1(\tau)$ 、 $f_2(t-\tau)$  如图 1.11 (a) 所示, 两者无共同区域, 即  $f_1(t) * f_2(t) = 0$

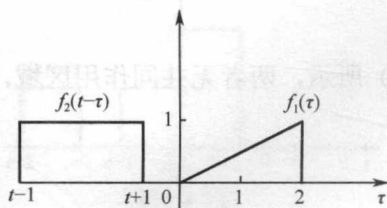


图 1.11 (a)

② 当  $0 \leq t+1 < 2$ , 即  $-1 \leq t < 1$  时

$f_1(\tau)$ 、 $f_2(t-\tau)$  如图 1.11 (b) 所示, 两者在  $[0, t+1]$  存在共同区域, 即

$$f_1(t) * f_2(t) = \int_0^{t+1} \left( \frac{\tau}{2} \times 1 \right) d\tau = \frac{(t+1)^2}{4}$$

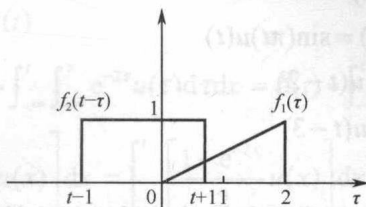


图 1.11 (b)

③ 当  $0 \leq t-1 < 2$ , 即  $1 \leq t < 3$  时

$f_1(\tau)$ 、 $f_2(t-\tau)$  如图 1.11 (c) 所示, 两者在  $[t-1, 2]$  存在共同区域, 即

$$f_1(t) * f_2(t) = \int_{t-1}^2 \left( \frac{\tau}{2} \times 1 \right) d\tau = 1 - \frac{(t-1)^2}{4}$$

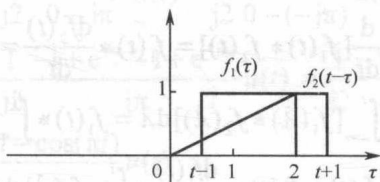


图 1.11 (c)

④ 当  $2 \leq t-1$ , 即  $3 \leq t$  时

$f_1(\tau)$ 、 $f_2(t-\tau)$  如图 1.11 (d) 所示, 两者不存在共同区域, 即

$$f_1(t) * f_2(t) = 0$$

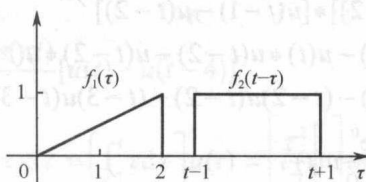


图 1.11 (d)

即

$$f_1(t) * f_2(t) = \begin{cases} 0, & t < -1 \\ \frac{(t+1)^2}{4}, & -1 \leq t < 1 \\ 1 - \frac{(t-1)^2}{4}, & 1 \leq t < 3 \\ 0, & t \geq 3 \end{cases}$$

8. 利用卷积的性质, 求下列函数的卷积  $f(t) = f_1(t) * f_2(t)$ 。

(1)  $f_1(t) = \cos(\omega t)$ ,  $f_2(t) = \delta(t+1) - \delta(t-1)$