科学新悦读文丛

$y = mx + c$

Algebra to Calculus

Unlocking Math's Amazing Power

奇妙数学史

从代数到微积分

[英] 迈克·戈德史密斯（Mike Goldsmith）著

张诚 梁超 王林 译

$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

中国工信出版集团

人民邮电出版社
POSTS & TELECOM PRESS

科学新悦读文丛

$$y = mx + c$$

Algebra to Calculus

Unlocking Math's Amazing Power

奇妙数学史

从代数到微积分

[英] 迈克 · 戈德史密斯 （Mike Goldsmith）著

张诚 梁超 王林 译

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

人民邮电出版社

北京

图书在版编目（C I P）数据

奇妙数学史 : 从代数到微积分 / （英）迈克·戈德史密斯（Mike Goldsmith）著 ; 张诚，梁超，王林译. -- 北京 : 人民邮电出版社，2020.1
（科学新悦读文丛）
ISBN 978-7-115-52273-3

Ⅰ. ①奇… Ⅱ. ①迈… ②张… ③梁… ④王… Ⅲ. ①数学史—普及读物 Ⅳ. ①011-49

中国版本图书馆CIP数据核字（2019）第228996号

◆ 著　[英]迈克·戈德史密斯（Mike Goldsmith）
译　张 诚 梁 超 王 林
责任编辑　李 宁
责任印制　陈 犇

◆ 人民邮电出版社出版发行　北京市丰台区成寿寺路 11 号
邮编 100164　电子邮件 315@ptpress.com.cn
网址 http://www.ptpress.com.cn
临西县阅读时光印刷有限公司印刷

◆ 开本：690 × 970 1/16
印张：11.5　2020 年 1 月第 1 版
字数：185 千字　2020 年 1 月河北第 1 次印刷

著作权合同登记号　图字：01-2018-3406 号

定价：59.00 元

读者服务热线：(010)81055410　印装质量热线：(010)81055316
反盗版热线：(010)81055315
广告经营许可证：京东工商广登字 20170147 号

目 录

科学新悦读文丛

$y = mx + c$

Algebra to Calculus

Unlocking Math's Amazing Power

奇妙数学史

从代数到微积分

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

[英] 迈克 · 戈德史密斯 （Mike Goldsmith）著

张诚 梁超 王林 译

人 民 邮 电 出 版 社

北 京

图书在版编目（CIP）数据

奇妙数学史 ： 从代数到微积分 / （英）迈克·戈德史密斯（Mike Goldsmith）著 ； 张诚，梁超，王林译. -- 北京 ： 人民邮电出版社，2020.1
（科学新悦读文丛）
ISBN 978-7-115-52273-3

Ⅰ. ①奇… Ⅱ. ①迈… ②张… ③梁… ④王… Ⅲ. ①数学史－普及读物 Ⅳ. ①O11-49

中国版本图书馆CIP数据核字(2019)第228996号

版 权 声 明

◆ 著　　　　[英]迈克·戈德史密斯（Mike Goldsmith）
　译　　　　张　诚　梁　超　王　林
　责任编辑　李　宁
　责任印制　陈　犇

◆ 人民邮电出版社出版发行　　北京市丰台区成寿寺路 11 号
　邮编　100164　　电子邮件　315@ptpress.com.cn
　网址　http://www.ptpress.com.cn
　临西县阅读时光印刷有限公司印刷

◆ 开本：690×970　1/16
　印张：11.5　　　　2020 年 1 月第 1 版
　字数：185 千字　　2020 年 1 月河北第 1 次印刷

著作权合同登记号　图字：01-2018-3406 号

定价：59.00 元

读者服务热线：(010)81055410　印装质量热线：(010)81055316
反盗版热线：(010)81055315
广告经营许可证：京东工商广登字 20170147 号

图片来源

第4~5页的图片均从正文中来；**Alamy:** AF Fotografe 34, Age Fotostock 169, Artokoloro Quint Lox Ltd 136b, Chronicle 10, 17b, 36, 45, 110cl, 137, Classic Image 126tr, Colport 72, Ian Cook/All Canada Photos 26, Everett Collection Historical 170b, Paul Faern 47, 60t, GB Images 94tr, Interfoto 6c, 22, 53b, 60brb, 123, Sebastian Kaulitzki 128, Lebrecht Music & Arts Photo Library 99, North Wind Picture Archives 48, 116br, Old Paper Studios 78bl, Zev Radovan/Bible Land Pictures 30, Science History Images 7b, 62, 71, 74b, 103b, 125, Alexander Tolstykh 18, Universal Images Group/North America LLC 98bl, World History Archive 112; **Archive:** 83, 90; **CERN:** 164; **Clay Mathematics Institute:** 121trb; **Mary Evans Picture Library:** 42, 116tl, 141b, 158; **NASA:** 134tr; Public Domain: 50, 170t; **Science Photo Library:** Max Alexander/ Trinity College, Oxford 91cr, Professor Peter Goddard 100br; **Shutterstock:** Nata Alhontess 86bc, Radu Bercan 108b, Darsi 154, Paul Fleet 163, Iryna1 118br, Lenscap Photography 173, Zern Liew 663, Makars 69b, Valemtymc Makepiece 31, Marzolino 98tr, Mattes Images 103t, Militarist 156cr, Morphart Collection 44cr, Oksana2010 55, Rasoulati 14, Roman Samokhin 97cr, Sensay 97br, Roman Sotola 121trt, Torook 64t, Tomer Tu 44tl, Urfn 126b, Natalia Vorontsova 142, vrx 133, Waj 15, Igor Zh 21; **The Wellcome Library, London:** 38, 52, 92tl, 102, 111, 122c, 136cl, 167; **Thinkstock:** Baloncici 91br, Bazilfoto 68, Brand X Pictures 54c, Cronislaw 54cr, Tom Cross 115, Digital Vision 54trb, Dorling Kindersley 148, Eurobanks 54trt, iStock 58, 120b, 171b 172, Lilipom 20, Panimoni 23, Photos.com 24 27, 28, 119, 152t, 165, Pure Stock 176, Sashuk9 54bc, Stocktrek 151, Trasja 54brr, Zoonar 54brl; **Wikipedia:** academo 113, 6t, 7t, 9t, 12tr, 12bl, 13, 25, 33, 46, 51, 53t, 57, 59cr, 59b, 60brt, 64b, 65, 66t, 67, 74cl, 76t, 76b, 77, 78bc, 79, 80, 82ct, 82cb, 84, 89bl, 89br, 91t, 92c, 93bl, 93bc, 94tl. 95tr, 95bl, 100tl, 108t, 109, 110tr, 117, 118bl, 122t, 124, 126tc, 130, 134tc, 134b, 138bl, 138br, 140, 141t, 150bl, 150br, 152b, 153, 156tl, 156br, 157, 159, 161, 162t, 162b, 166, 174t, 174b, 175t

bl：左下；tl：左上；b：下；t：上；
br：右下；cr：右中；cl：左中；
bc：中下；tr：右上

目 录

引　言

代数学与微积分在数学里人气寥寥，这么说是毫不夸张的。我们中好多人在最初翻阅数学教科书时，都对着整行整行的文字和符号目瞪口呆。所惊之处，乃是学生问得最多的两个问题。

1. 这都是什么意思？

代数学与微积分都曲高和寡，乏人问津，至少它们的核心是如此。用数字做算术耳熟能详，用图表做几何一目了然，但代数学与微积分跟这些不同，它们大量使用字母和符号的组合，在我们的日常生活中可不多见。

谁是代数学的“始作俑者”呀？就是他，花拉子密，在公元830年首先使用了这个词。我们恨他、怨他，但是也应当敬他、谢他。继续阅读便知分晓。

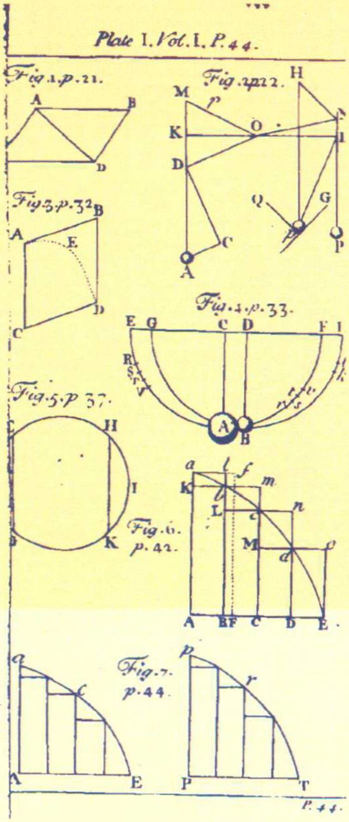
2. 这都是要干嘛？

《成为微积分百万富翁》或者《驾驭代数探索太阳系》，有这样耸人听闻的标题的读物在书架上少之又少。我们即使通读代数学与微积分书上的内容，也不一定能搞懂其用途。本书每章的标题也不像小说的那么引人入胜。积分呀，逆命题呀，因式分解呀，还有微分方程呀，它们可不是让我们迫不及待想读下去的那种妙词儿吧。

回答

本书就是要完完整整地回答以上两个

问题，但是现在我们先回答一部分。



代数学与微积分使我们了解自然变化。

在某种意义上，代数学是一种语言，但是跟我们日常所用的文字语言不同。代数学已经经历了几个世纪的演进，只为这个目的：解释，分析，从包括工程、物理和经济在内的生活的方方面面解决疑难问题。当然，我们也可以用文字语言来讨论这些问题，但是用数学语言更精准。代数学的语言比文字语言更确切，微积分的语言亦然。

我们可能要回答这样的问题："我想去 **1** 千米以外的新游泳池游泳，但是得在 **2** 小时之内回来。那还值得一去吗？" 使用代数学的方法，我们可以得到下面这个方程。

$$t_{\text{去程}}+t_{\text{更衣}}+t_{\text{游泳}}+t_{\text{擦干并更衣}}+t_{\text{返程}}=2\text{ 小时}$$

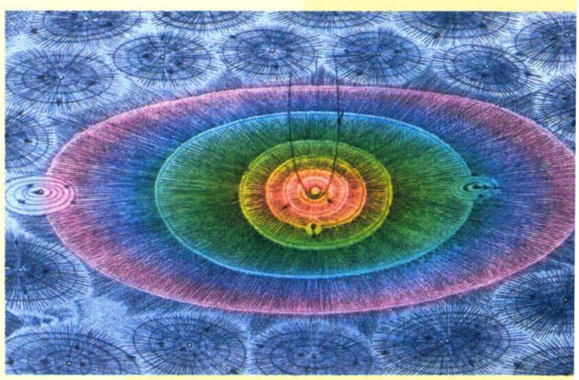
面对疑难的方程，我们首先要做的就是化简。假设路上往返花费的时间一样（$t_{\text{去程}}=t_{\text{返程}}$），要是抓紧点儿，游泳前后更衣的时间也一样（$t_{\text{更衣}}=t_{\text{擦干并更衣}}$），我们就可以将之简化为

$$2t_{\text{路上}}+2t_{\text{更衣}}+t_{\text{游泳}}=2\text{ 小时}$$

首先考虑 $t_{\text{路上}}$。如果人每小时走 **3** 千米，游泳池在 **1** 千米以外，那么我们就可以解出 $t_{\text{路上}}$ 是多少。怎么解？这个嘛，走得越远，时间越长啊。我们可以用代数学的形式将它写成**路上时间 ∝ 距离**，也就是说"路上时间与距离成正比"。简而言之，我们可以将上面的问题简化为 $t \propto d$。但是，我们要考虑的当然不只是距离，还有速度。走得越快，花费的时间越短。这个写作 $t \propto 1/v$，也就是说"路上时间与速度成反比"。

想想为什么这里写成分数。考虑下面这串分数：**1/2**，**1/3**，**1/4**，**1/5**，**1/6**，它们从

高等数学创建虚部来解释当前的时空。



代数学和其他所有的数学分支都来源于追寻日常生活中问题的答案。

我们把这些值代入方程 $2t_{路上}+2t_{更衣}+t_{游泳}=2$ 小时中，即得 2/3 小时 + 2/4 小时 $+t$ 游泳 =2 小时。

左到右越来越小，因为分数线下面的分母越来越大。也就是说，分数的大小跟分数线下的分母成反比。

因此，我们有：$t \propto d$ 和 $t \propto 1/v$。

因为路上时间仅与这两者有关，所以我们可以将之合并到一个公式里

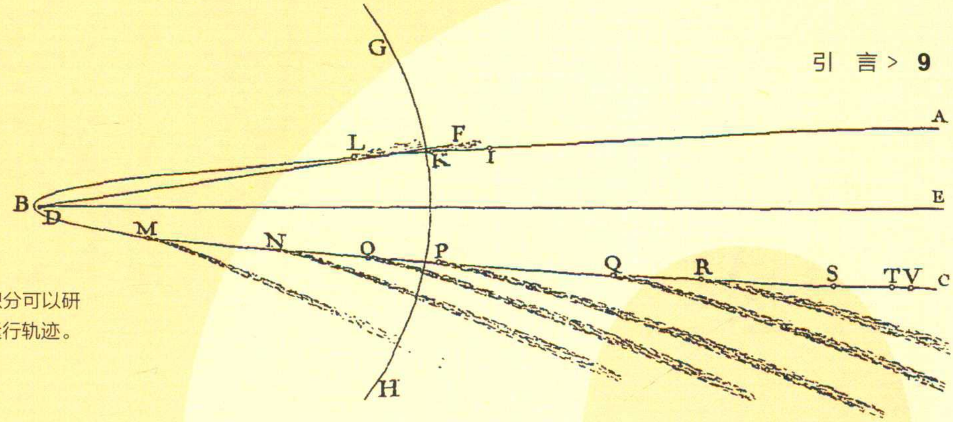
$$t = d/v$$

已知 $d = 1$ 千米，$v = 3$ 千米 / 小时，可以将之代入公式里。这里的 d 和 v 称为变量，它们可以用数值代入，具体的数值随问题而异。计算可得，$t_{路上}$=1/3 小时。如果更衣的时间是一刻钟，那么 $t_{更衣}$=1/4 小时。

1 小时的 2/3 是 40 分钟，1 小时的 2/4 就是 1/2 小时，也就是 30 分钟。既然前面的单位都是分钟，我们把 2 小时也换算成分钟，就得到 40 分钟 +30 分钟 $+t_{游泳}$=120 分钟，也就是 70 分钟 $+t_{游泳}$=120 分钟。显而易见，$t_{游泳}$是 50 分钟，这是两边都减去 70 分钟得来的：70 分钟 −70 分钟 + $t_{游泳}$=120 分钟 −70 分钟。

因此，$t_{游泳}$=50 分钟。

这就是代数学，解决形形色色问题的神兵利器。日常题目类似上文，更有大矣哉的问题，比如在星星等大质量的物体附近时间会变慢多少。



使用代数学和微积分可以研究遥远的彗星的运行轨迹。

$$t_0 = t_f\sqrt{1-\frac{2GM}{rc^2}}$$

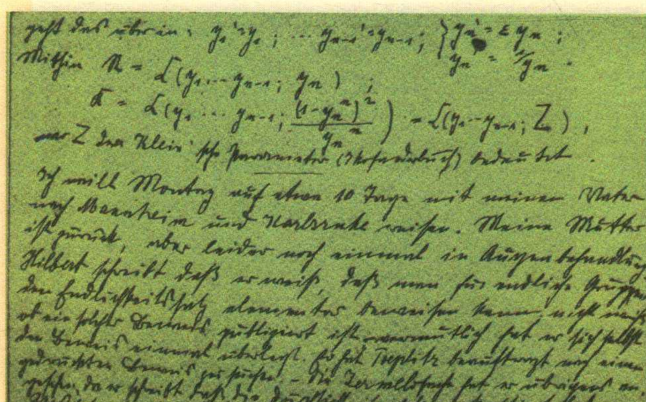
t_0 就是在物体附近测量到的时间，t_f 就是在远处测量到的时间，G 是一个常数（常数就是在计算中保持不变的数），M 是物体的质量，r 是测量 t_0 时到物体的距离，c 是光速。

微积分又是怎么回事？

微积分是科学家、工程师和经济学家把握世界的关键之道。

在上文的例子中，我们得出了在给定速度下到达某处所花费的时间。速度是位移的变化率。变化乃是自然的内涵。经济、星辰、交通、人口……皆随时间变化，我们需要合适的数学工具来把握它们，这个工具就是微积分。艾萨克·牛顿是微积分的发明者之一，发明它是为了将之当作一种工具，精确地计算行星和彗星的位移、速度以及重力影响下的运行轨迹。

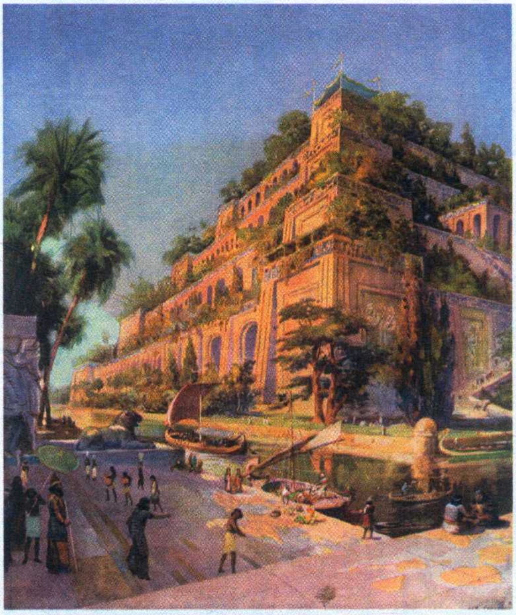
然而，代数学和微积分并非实战的真刀真枪。我们的宇宙与数学以同样的规律运转，冥冥之中无人知晓。数学家定义了许多概念，竟与现实恰巧相合（比如虚数，参见第 79 页）。所以说，数学确确实实是我们参透宇宙奥妙的关键。



埃米·诺特的明信片上的数学内容展示时空的联结。

代数学的黎明

代数学兴起于约 4000 年前的古巴比伦（位于现今的伊拉克境内）。因为古巴比伦人喜好书记，也因为他们用由砖石陶土做成的碑匾立柱来记录而流传下来，我们才得知这一切。



古巴比伦以空中花园闻名，如今已经尘归尘土归土。它的数学反而绵延更久。

古巴比伦文字是用一种形状特殊的尖笔刻在润湿的陶土上，然后印出的楔形图案。他们使用的这套书写系统如今被称为楔形文字，在多种文明中传承了千余年。古巴比伦人对文字很上心，现存有超过 50 万块的陶土碑匾。到了 1860 年，人们已经知道许多陶土碑匾上包含数字符号，但是仍未对之产生关注。

追溯过往

我们对古巴比伦数学家并不了解，但是有一个人的大名与楔形文字紧密相连，他就是奥地利数学家奥托·诺伊格鲍尔。正是此人解读了陶土上的算式，整合了古巴比伦代数，并在 20 世纪 30 年代和 40 年代以出版图书的方式告诉了人们他的发现。诺伊格鲍尔在德国生活，他的工作备受尊崇，是 1933 年哥廷根数学研究所最杰出的成果。然而，当他被要求宣誓效忠由纳粹党控制的政府之日，

古巴比伦数字

我们使用的是 **10** 进制系统，也就是说一个四位数比如 **2074** 表示 **2** 个千（没有百位数）、**7** 个十和 **4** 个一。用 **10** 进制计数，我们只要用 **10** 个不同的字符（包括 **0**）就可以了：**0**，**1**，**2**，**3**，**4**，**5**，**6**，**7**，**8**，**9**。

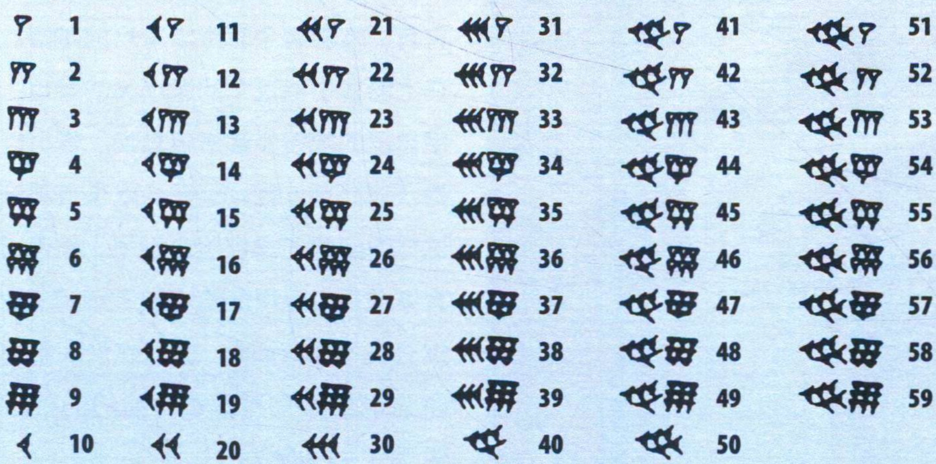
数完了这些，我们在数的左边加个 **1**，再数 **10** 个数：**10**，**11**，**12**，…，**19**。

数完了这些，我们增大左边的 **1**，再数 **10** 个数：**20**，**21**，…

我们推测 **10** 进制的由来是我们有 **10** 根手指，如果我们用它们来计数，超过 **10** 的时候就得用点别的什么东西。

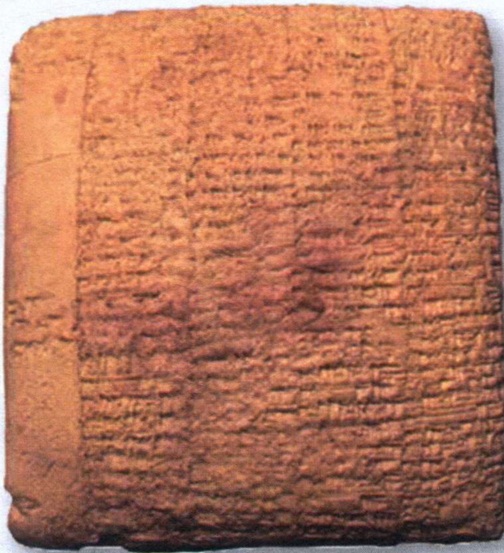
但是，古巴比伦人可没有局限于 **10**。他们使用 **60** 进制，不过他们的数字进制系统里没有 **0**。

他们的数字进制系统是这样子的。



因为我们的数字进制系统与古巴比伦数字进制系统的渊源，如今，我们仍把 **1** 小时分成 **60** 分钟，**1** 分钟分成 **60** 秒。

就立刻离职去国，先到丹麦，后到美国，去研究古巴比伦代数。



这块古巴比伦楔形文字石板包含二次方程的 247 个问题。古巴比伦学生一定视力极佳。

古老的代数学

诺伊格鲍尔挖掘出的代数在某些方面还是相当先进的。古巴比伦数学家对勾股定理（参见第 **26** 页）已经熟稔，还会解二次方程（参见第 **14** 页方框），尽管他们并没有任何形式的数学符号，甚至连等号都没有。他们的计算都是用文字和数字写出的，有点像密码。我们现在要想解出数学问题，可以将公式里的字母替换成适当的数，然后用计算器进行各种计算。在古巴比伦可完全不是这样。你可没有笔记簿，只有一摞刻着全套数学符号的石板。你得在上面找类似这个问题场景的题目，然后用自己的数按步骤进行替换。你可以自己做一些简单计算，但是像求平方和开平方这样的问题还得查这套板子。你还得搞一套乘法表。跟现在的小学生不同，他们的乘法表不用背诵啦：古巴比伦人用的可是 **60** 进制的数字系统哦，他们的乘法表有 **59** 行和 **59** 列哦！

15 世纪的一本书上所绘的《圣经》中的巴别塔。这一类书阐述了如何计算基督教节庆的日期——使用古巴比伦代数。