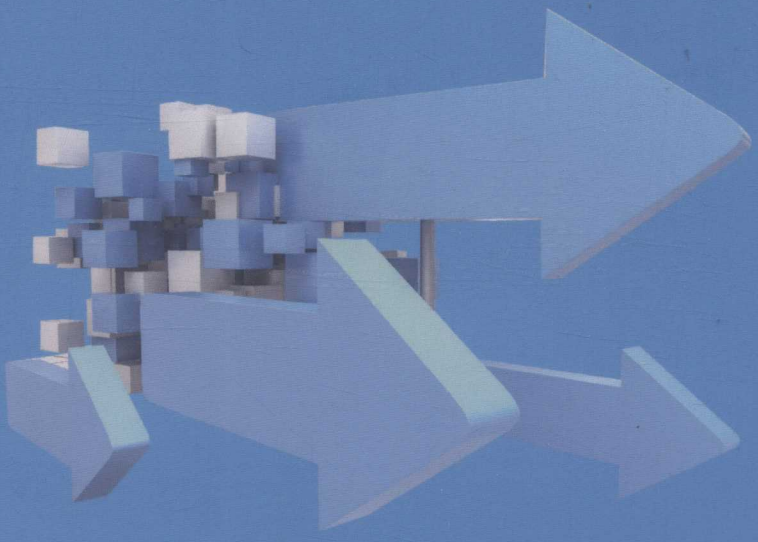
模糊多属性决策方法及应用

蔡建峰 刘红彬 王晓东 著



机械工业出版社
CHINA MACHINE PRESS

需要全本请访问 www.ertongbook.com

模糊多属性决策方法及应用

蔡建峰　刘红彬　王晓东　著



机械工业出版社

随着经济和社会的发展，决策问题的复杂性和决策环境的不确定性不断加大，决策时往往无法获得精确信息，加上不确定条件下人类认知的模糊性，使得近年来基于模糊信息的模糊多属性决策问题引起了人们的关注。模糊多属性决策方法将不确定或模糊信息用于决策过程，可以提高此类决策的科学性和实用性。

本书介绍了模糊决策的基本概念和理论，以及几种主要的决策方法及其应用，适合学习和研究模糊决策的大学师生、研究人员作为参考。

图书在版编目(CIP)数据

模糊多属性决策方法及应用/蔡建峰，刘红彬，王晓东著．
—北京：机械工业出版社，2019.12
ISBN 978-7-111-64477-4

Ⅰ.①模… Ⅱ.①蔡…②刘…③王… Ⅲ.①模糊集理论－应用－决策学－研究 Ⅳ.①C934

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2020）第 006018 号

机械工业出版社（北京市百万庄大街 22 号 邮政编码 100037）
策划编辑：易 敏 责任编辑：易 敏 李 乐
责任校对：杜雨霏 封面设计：严娅萍
责任印制：常天培
北京虎彩文化传播有限公司
2020 年 3 月第 1 版第 1 次印刷
169mm×239mm · 11.25 印张 · 192 千字
标准书号：ISBN 978-7-111-64477-4
定价：43.00 元

电话服务
客服电话：010-88361066
010-88379833
010-68326294
封底无防伪标均为盗版

网络服务
机 工 官 网：www.cmpbook.com
机 工 官 博：weibo.com/cmp1952
金 书 网：www.golden-book.com
机工教育服务网：www.cmpedu.com

前　言

决策分析是人类的一类普遍活动，决策分析的理论和方法已经广泛应用于人们生活的方方面面。多属性决策是决策分析中一种常见的类型，也是管理科学领域的重要分支。多属性决策的实质是决策者利用已有的信息，基于多个相互冲突、矛盾的属性，通过一定的方式对一组备选方案进行选择的过程。多属性决策包含两个重要环节：一是信息的提供，即可用于决策的信息有哪些；二是信息的集结，即如何集结相关的信息。模糊多属性决策方法将不确定或模糊信息用于决策过程，可以提高多属性决策的科学性和实用性。对于一些模糊多属性决策问题，根据属性的特征和其他不确定因素，将不同属性上的评价值分别以其适当的信息类型来表示，会显得更为合理和灵活。因此，研究基于模糊信息的多属性决策方法具有重要的理论意义和实际应用价值。

本书主要内容如下：

第 1 章对模糊多属性决策相关概念进行了界定，对相关主题的研究进展进行了评述。

第 2 章分析了基于残缺模糊偏好关系的多属性决策方法。在确定缺失元素之前，首先对初始的残缺模糊偏好关系的乘性一致性进行测量和调整，提高了其乘性一致性水平。在此基础上，确定缺失元素，并进一步进行多属性决策。与其他的基于残缺模糊偏好关系的决策方法相比，多属性决策方法的决策结果更加可靠。

第 3 章分析了基于重要性权重连续广义有序加权平均算子的多属性决策方法。具体内容包括：提出了重要性权重连续广义有序加权平均算子，讨论了算子的性质和特例，研究了基于该算子的多属性决策方法。与其他的连续型有序加权平均集结算子相比，该算子可以处理区间数带有重要性权重函数的情形，且包含现有的多个算子为其特例，所以更具有普适性。

第 4 章讨论了基于非等距语言术语集下的幂均算子的多属性决策方法。该章基于模糊集理论，通过优化模型提出了比例二元语义的规范数值表示并用于运算过程；在此基础上，提出了集结比例二元语义信息的比例二元语义

幂均算子，以及基于该算子的多属性决策方法。该算子既可用于等距语言术语集，也可用于非等距语言术语集，从而克服了现有语言幂均算子只能用于集结等距语言术语集的缺陷。

第5章讨论了基于犹豫模糊语言术语集的多属性决策方法。该章定义了犹豫模糊语言术语集的模糊包络，研究了基于模糊包络的多属性决策方法。与Rodriguez等提出的语言区间数型的包络相比，该章提出的梯形模糊数型的模糊包络，可以体现决策者对语言术语的不同偏好，同时也便于进行语言计算。该章进一步提出了基于比较语言表达式的模糊偏好关系的加性一致性测量和调整算法，拓展了比较语言表达式的应用范围，为决策者提供了更多的评价信息表达方式。

第6章将Campanella和Ribeiro所提出的动态多属性决策模型用于语言决策中，建立了新的动态多属性语言决策模型，拓展了其应用范围。基于Yager所提出的tripleΠ算子，提出了集结二元语义信息的具有全面增强性质的集结算子，从而克服了现有的具有全面增强性质的算子无法用于集结语言信息的缺陷。

第7章构建了一个基于广义VIKOR的带有不完全异质信息的多属性群决策框架，以求解应急模糊多属性决策情境下更为合理和容易接受的妥协解，并将其应用于应急供应商选择问题。将经典的VIKOR方法拓展到基于规范化距离的广义VIKOR方法，有助于在应急多属性决策中更灵活地处理多属性异质信息。应急决策情境下时间和信息都是有限的，若不同属性上的评价值能以适当的信息类型来表示，会显得更为灵活和合理，专家可以按其偏好的信息类型更充分地表达其偏好，从而提高决策效率，改善决策效果。

第8章讨论了一种基于参考点辅助的异质信息模糊多属性决策方法，并将其应用于供应商评估问题。在不确定或者模糊性较强的决策情境中，决策者往往需要借助参考产品或解决方案进行决策。该章将精确数、各种模糊信息和概率信息集成到同一决策框架中，建立了归一化的增益和损失距离矩阵，从而保证了不同属性上不同标度的精确值、模糊值和不确定值在计算中的兼容性。为了充分考虑异质信息本身的特征及其在异质决策矩阵中的作用，该章引入可靠度，以表征不同类型数据的可靠性对决策结果的影响。运用参考点辅助决策，既可以考虑决策者的心理效用，又可以有效地应对有限时间内的海量数据和决策者有限的数据收集与处理能力之间的矛盾。

第9章从多属性距离测量的角度，讨论了一种考虑属性间相互作用的多属性决策方法，并将其应用于属性间存在交互的可持续供应商选择问题。在

需要全本请访问 www.ertongbook.com

某些情况下，很难建立属性间相互独立的属性集，或者需要为此付出高昂的成本。如可持续供应商选择问题，需要同时考虑技术、经济和社会等因素，不同指标之间存在交互的可能性很大。该章基于 Choquet 积分定义了考虑属性之间相互作用的多属性距离测量，即 Choquet 积分距离测量，提供了一种解决属性间交互的多属性决策的新思路，该方法更适合解决不同属性的评估值无法直接有效聚合的模糊多属性决策问题。

本书编写分工如下：蔡建峰撰写第 1 章，刘红彬撰写第 2 章至第 6 章，王晓东撰写第 7 章至第 9 章。全书由蔡建峰统稿。

本书在撰写过程中，借鉴了很多前辈和本领域众多学者的成果，在此，对书中所参考的文献的作者表示诚挚的感谢。限于时间和作者水平，书中难免有不当之处，敬请读者批评、斧正。

著者

目　录

前言

第 1 章　绪论 …… 1

1.1　模糊多属性决策 …… 1

1.2　模糊偏好关系 …… 4

1.3　区间数集结算子 …… 5

1.4　语言幂均算子 …… 6

1.5　犹豫模糊语言术语集 …… 7

1.6　动态语言多属性决策 …… 8

1.7　基于异质信息的多属性决策 …… 9

1.8　属性间存在关联的多属性决策 …… 14

1.9　不同信息类型的距离测量和优先级比较 …… 15

第 2 章　基于残缺模糊偏好关系的多属性决策方法 …… 22

2.1　残缺模糊偏好关系及乘性一致性 …… 22

2.2　残缺模糊偏好关系中缺失元素的确定 …… 26

2.3　决策过程 …… 27

2.4　算例 …… 28

2.5　本章小结 …… 31

第 3 章　基于重要性权重连续广义有序加权平均算子的多属性决策方法 …… 32

3.1　IW-CGOWA 算子 …… 32

3.2　IW-CGOWA 算子的性质 …… 37

3.3　IW-CGOWA 算子的特例 …… 39

3.4　IW-CGOWA 算子的拓展 …… 45

3.5　IW-CGOWA 算子的应用 …… 48

3.6　本章小结 …… 52

第 4 章　基于非等距语言术语集下的幂均算子的多属性决策方法 …… 53
4.1　比例二元语义模型及非等距语言术语集 …… 53
4.2　两类幂均算子 …… 55
4.3　比例二元语义的数值表示 …… 56
4.4　非等距语言术语集的幂均算子 …… 58
4.5　基于比例二元语义幂均算子的多属性决策方法 …… 61
4.6　本章小结 …… 64
第 5 章　基于犹豫模糊语言术语集的多属性决策方法 …… 65
5.1　比较语言表达式及 HFLTS …… 65
5.2　HFLTS 的模糊包络 …… 66
5.3　模糊包络在多属性决策中的应用 …… 74
5.4　基于比较语言表达式的模糊偏好关系 …… 77
5.5　二元语义模糊偏好关系加性一致性的测量与调整 …… 79
5.6　本章小结 …… 84
第 6 章　动态多属性语言决策方法 …… 85
6.1　Campanella 和 Ribeiro 的动态多属性决策模型 …… 85
6.2　具有全面增强性质的集结算子 …… 86
6.3　决策方法 …… 87
6.4　算例 …… 91
6.5　本章小结 …… 92
第 7 章　不完全异质信息情境下基于拓展 VIKOR 的多属性决策方法 …… 93
7.1　问题描述 …… 93
7.2　改进的犹豫模糊语言信息的优先级比较方法及距离测量 …… 95
7.3　VIKOR 方法及其模糊拓展 …… 98
7.4　基于拓展 VIKOR（Db-VIKOR）的不完全异质信息群决策框架 …… 99
7.5　不确定条件下具有不完全异质信息的应急供应商选择 …… 108
7.6　本章小结 …… 113
第 8 章　具有参考点辅助的异质信息多属性决策方法 …… 114
8.1　前景理论 …… 114
8.2　决策特征介绍 …… 116
8.3　信息集合的可靠度 …… 119

8.4 基于前景理论的具有参考点辅助的异质 MCDM …… 125
8.5 基于异质信息的具有参考点辅助的供应商评估 …… 128
8.6 本章小结 …… 134
第 9 章 基于 Choquet 积分距离测量的属性关联多属性决策方法 …… 136
9.1 问题描述 …… 136
9.2 有序加权平均距离算子和直觉有序加权平均距离算子 …… 138
9.3 用于 MCDM 的 Choquet 积分距离测量 …… 140
9.4 基于 Choquet 积分距离测量的 MCDM …… 146
9.5 基于 Choquet 积分距离测量 MCDM 的可持续供应商选择 …… 148
9.6 本章小结 …… 151
参考文献 …… 152

第1章 绪 论

模糊多属性决策是与数学、运筹学、系统工程和管理科学等相关的一门交叉学科。近几十年来，学者们逐渐将越来越多的模糊数学理论引入到多属性决策分析，从不同角度提出了几类模糊多属性决策方法，研究了具有不同决策特征的模糊多属性决策方法及其应用，并取得了丰硕的研究成果。本章对模糊多属性决策相关理论、基础知识和几类研究主题的研究进展进行了概述。

1.1 模糊多属性决策

1.1.1 模糊集理论及其发展

在经典多属性决策过程中，决策者或专家通常是用精确(非模糊)数来表达他们对备选方案在各个属性上的评估值(决策数据)。然而，随着决策问题的复杂性、决策情境不确定性的日益增强，再加上决策者思维的固有模糊性，在某些不确定决策情境下，决策者越来越难以用精确数来表达其对决策对象在某些决策属性上的偏好，即其偏好存在模糊性和不确定性。为了描述此类模糊决策情形，1965 年，美国加州大学的 Zadeh 教授提出了模糊集(Fuzzy Sets)的概念，首次提出了用隶属函数来表述事物的模糊性，克服了传统概念中非此即彼的二元情形，从一种概念到另一种概念存在一种中间过渡状态。1970 年，Bellman 和 Zadeh 首次把模糊集理论应用于决策分析，建议决策者使用模糊数来表达其对某一备选方案在某属性上的评估值，即决策者认为该备选方案对该属性的满足程度。考虑到某些决策情境下，决策者不仅能够提供备选方案满足决策属性程度的评估值，而且还能给定备选方案不满足决策属性程度的评估值，而对于这类决策情形，传统的模糊数表达形式不再适用。为此，1986 年，学者 Atanassov 提出了模糊集的一种重要拓展形式，直觉模糊集(Intuitionistic Fuzzy Set)，它同时包含了一个隶属函数和非隶属函数，且满足隶属度与非隶属度之和小于或等于 1 的约束条件。考虑到现实多属性决策过程中，决策者在评估备选方案在各个属性上的偏好时，可能会在一些评

估值之间犹豫不决，认为这几个评估值都有可能，2010 年，西班牙学者 Torra 提出了模糊集的另一种重要拓展形式——犹豫模糊集(Hesitant Fuzzy Set)。它用几个可能的值来表示隶属度，可用于决策者具有犹豫性的情形。犹豫模糊集的基本元素是犹豫模糊数(Hesitant Fuzzy Elements)。在实际的多属性决策过程中，决策者通常用犹豫模糊数代替犹豫模糊集来表达其犹豫偏好信息。显然，相对于传统的模糊数和直觉模糊数，犹豫模糊数允许决策个体或组织用多个可能值来表达其判断，这增加了决策者评价的灵活性，可更加准确地描述决策者对事物的不确定性判断，特别适合描述存在犹豫情形的现实决策问题。近来，Rodriguez 等提出了犹豫模糊语言术语集(Hesitant Fuzzy Linguistic Terms Set)用来处理语言情境下的犹豫模糊信息，允许决策者用几个连续的语言术语来表示某一备选方案在决策属性上的评估值。这种形式更接近于人类思维在不确定性较强的环境下进行判断时常常具有犹豫性的特点。

1.1.2 模糊多属性信息聚合

多属性信息聚合是多属性决策领域研究的一个重要内容。作为信息融合的工具之一，聚合算子在决策领域已经得到了成功应用。基于聚合算子的多属性决策，是指给定一定数量的备选方案，对各个替代方案在各个属性上的评估值通过数学聚合模型得到其综合评价值，决策者可以根据得到的综合评价值选择满意的解决方案。基于聚合算子的模糊多属性决策的核心问题之一是选择或提出适当的聚合算子，来融合不同方案在每个属性上的具有不同信息特征的评价值。有效的聚合算子可以准确、充分地反映决策结果。聚合所得的综合评价值应尽可能多地包含决策信息和决策者决策偏好，从而提高模糊多属性决策的合理性和有效性。聚合算子是模糊多属性决策理论和方法研究的重要组成部分。一般来说，聚合运算符可以代表信息融合的基本形式。

目前，大量的聚合算子已经被提出，通用的聚合算子有：最大和最小算子(Max and Min，MM)、算术平均算子(Arithmetic Averaging，AA)、加权算术平均算子(Weighted AA，WAA)、几何平均算子(Geometric Averaging，GA)、加权几何平均算子(Weighted Geometric Averaging，WGA)、有序加权平均算子(Ordered Weighted Averaging，OWA)、加权有序加权平均算子(Weighted Ordered Weighted Averaging，WOWA)、诱导的有序加权平均算子(Induced Ordered Weighted Averaging，IOWA)、幂平均算子(Power Averaging，PA)、有序加权几何平均算子(Ordered Weighted Geometric Averaging，OWGA)、概率有序加权平均算子(Probabilistic Ordered Weighted Averaging，POWA)及概率加

需要全本请访问 www.ertongbook.com

权有序加权平均算子(Probabilistically Weighted OWA, PWOWA)等。关于多属性信息聚合算子的研究，相关学者已经概括和总结了近年来多属性信息聚合算子的研究现状。

对于模糊多属性决策问题来说，聚合算子的提出与模糊集合的发展密不可分。针对不同的模糊数，根据该类模糊数的特征，研究者提出了相应的聚合算子。对于模糊语言信息，相应的聚合算子有：语言加权聚合算子、语言加权平均(LWA)、语言有序加权平均(LOWA)及语言几何平均算子(LGWA)等；针对直觉模糊数，相应的聚合算子有：直觉模糊加权平均算子、直觉模糊几何加权平均算子、直觉模糊混合平均算子及诱导的直觉模糊聚合算子等；近年来，随着犹豫模糊集和犹豫模糊语言术语集的提出和发展，相关学者也提出了用于聚合该类信息的聚合算子。

1.1.3 多目标优化、多属性决策排序技术及其模糊拓展

多目标决策问题可分为两大领域：多目标优化(Multi-Objective Optimization, MOO)的连续问题和多属性决策(Multi-criteria Decision Making, MCDM)的具有有限替代方案的离散问题。由于处理多个标准的决策特征相同，广义MCDM和MOO的一些决策思路和方法可以相互借鉴。对MOO和MCDM排序方法的研究是改进目标或标准冲突问题解决方案的主要部分。

研究者已经提出和开发了多种方法和技术来处理MOO问题。最常用的方法包括：值函数方法、加性值函数方法、用于交互式MOO的基于优势的粗糙集方法、帕累托优化方法、非支配解方法、权重方法、约束方法、近似方法、基于权衡的方法、模糊多目标线性规划(Fuzzy Multi-Objective Linear Programming, FMOLP)、模糊多目标规划(Fuzzy Multi-Objective Goal Programming, FMOGP)和启发式模糊多目标决策方法。

近年来，考虑更多偏好信息的MOO和进化MOO(Evolutionary MOO, EMO)，已经更多地引起了研究者的关注。Branke等(2008)整理综述了EMO和MCDM领域相关有影响力的研究人员的成果，包括多目标优化的基础，基于交互和偏好的方法，以及软件和可视化问题的实际应用。Hajiagha等(2013)提出了一种求解多目标线性规划(MOLP)问题的方法，用于求解当目标函数和约束系数被表示为区间数时的情形。Tusar和Filipic(2014)全面回顾了进化多目标优化中使用的现有可视化方法。Słowiński等(2014)为MOO提出了一种基于优势的粗糙集方法，用于处理作为不确定性下某些参考行为的分类的偏好信息。Branke等(2016)开发了一种交互式多目标进化算法，以发

现帕累托最优集的最优选部分。

MOO 领域的研究人员发现有一种趋势，即专家的偏好和环境的不确定性越来越多地被考虑到优化模型中。研究者不仅考虑客观因素而且考虑专家的主观意见，其对互动的、动态的和进化的 MOO 问题给予了很多关注，提出了将 MOO 常用技术与适用技术与其他领域相结合的新型混合方法，例如与模糊集方法等的结合研究。

多属性决策排序研究是多属性决策问题的关键内容之一。关于多属性决策排序的研究已经取得了丰硕的成果。相关学者对该领域的研究情况进行了文献综述。常用的多属性排序方法包括 TOPSIS、VIKOR、AHP、ANP、TODIM、ELECTRE 和 PROMETHEE 等。除了这些经典的排序方法及其模糊拓展，Greco 等提出了一种称为 UTAGMS 的方法，用于使用从序数回归产生的一组加性值函数进行多属性排序。近年来，相关学者针对特定排序方法也进行了文献综述。Behzadia(2010)等系统地探究了 PROMETHEE 方法及其应用。Govindan 和 Jepsen(2015)研究汇总了 ELECTRE 方法和基于 ELECTRE 的决策排序方法。

此外，陈华友和周礼刚等(2018)对不确定信息环境下多属性决策方法的研究进展进行了综述，对近十余年来该领域研究的几种不确定信息及其信息集成算子、多属性决策的赋权方法和决策技术、若干偏好关系一致性的概念、不一致性调整的算法、偏好关系的排序方法和共识性模型等问题进行了综述，并对未来的研究进行了展望。郭嗣琮和殷万凯(2013)研究了基于二型直觉模糊信息的多属性决策方法。吕智颖和黄天民等(2013)提出了模糊多属性格序决策的冗余指标的消除策略。王中兴和罗雪鹏(2013)提出了基于决策者风险偏好的直觉模糊数排序方法。朱丽和朱传喜等(2014)建立了基于前景理论的犹豫模糊风险型多属性决策模型。付亚男和毛军军等(2014)提出了基于区间直觉梯形模糊数的改进 TOPSIS 多属性决策方法。

模糊多属性排序方法一直是多属性决策领域的研究热点。综合近年来的研究文献可以发现，部分学者已经越来越多地将经典排序方法与模糊集合理论、粗糙集理论等进行集成，提出了混合多属性排序方法和技术。

1.2 模糊偏好关系

在决策问题中，决策者经常使用某种偏好形式给出判断信息，模糊偏好关系就是其中一种很重要的形式。从已有文献来看，对模糊偏好关系的研究

主要集中在以下几个方面：

（1）模糊偏好关系的一致性问题。和媛媛等通过研究衡量判断矩阵一致性程度的指标，给出了满意一致性的判定方法，提出了构造完全一致性模糊判断矩阵的变换公式，最后给出了一致性调整算法。肖四汉等研究了模糊判断矩阵的满意一致性和完全一致性问题。徐改丽和林亮给出了一个衡量判断矩阵一致性程度的新指标，提出了一种改善模糊互补判断矩阵一致性的新方法。

Herrera-Viedma 等研究了模糊偏好关系的几种一致性的关系，以及加性一致性的相关性质，并将这些性质推广到乘性偏好关系上。Ma 等利用图论判断模糊偏好关系是否满足弱传递性，并提出了改进模糊偏好关系的不一致性、使之满足弱一致性的算法。

（2）残缺模糊偏好关系。由于决策者对某些方案的两两比较缺乏把握，或对某些敏感信息不愿发表自己的看法，决策者提供的模糊偏好关系的某些元素可能是缺失的，我们称其为残缺模糊偏好关系。基于残缺模糊偏好关系的决策方法主要有两种，一种是先计算出缺失元素，然后通过进一步运算得到方案的排序，另一种方法是直接从残缺模糊偏好关系中得到方案的排序信息。

胡宏宇等研究了得到可接受的确定性互补判断矩阵的方法，并分析了在允许偏差范围内对残缺元素的估计取值方法，提出了方案的排序方法。徐泽水定义了几种类型的残缺互补判断矩阵，研究了残缺互补判断矩阵的性质及排序方法，并对判断信息完全未知的情形进行了分析。许叶军和达庆利提出了残缺互补判断矩阵权的最小平方法和残缺互补判断矩阵排序的二次规划法，给出了残缺互补判断矩阵一致性检验的公式。

Herrera-Viedma 等提出了利用决策者个体一致性和群体共识性计算缺失元素的一种反馈式算法。Herrera-Viedma 等利用加性一致性提出了一个加性一致性诱导有序加权平均算子，并给出了基于加性一致性计算缺失元素的一个迭代算法。徐泽水在残缺模糊偏好关系的研究方面也做了大量的工作。

（3）模糊偏好关系的拓展形式。为了拓展模糊偏好关系的应用范围，许多文献将模糊偏好关系与其他形式的模糊信息相结合，提出了模糊偏好关系的拓展形式，如区间模糊偏好关系、三角模糊数偏好关系、语言模糊偏好关系及直觉模糊偏好关系等。

1.3 区间数集结算子

对于决策者提供的信息以区间数的形式给出的决策问题，在解决过程中，

需要对这些数据进行集结，有些方法是对区间数据进行直接集结，另外一些方法是先将区间数转换成精确数，然后再将这些精确数集结。基于有序加权平均(Ordered Weighted Averaging，OWA)算子，Yager 提出了连续有序加权平均(Continuous Ordered Weighted Averaging，C-OWA)算子，从而将区间数转换为精确数。在转换过程中，区间内的所有数据被认为具有同等的重要性，然后进一步提出了重要性权重连续有序加权平均(Importance Weighted Continuous Ordered Weighted Averaging，IW-COWA)算子，也是将区间数转换为精确数。在该算子中，区间数上定义了一个重要性权重函数用以表示区间数内不同数据的重要性。这两类算子本质上都属于算术平均算子，以算术平均的方式对数据进行集结。基于 C-OWA 算子，又有很多其他类型的算子被提出，如连续有序加权几何(Continuous Ordered Weighted Geometric，C-OWG)算子、连续有序加权调和(Continuous Ordered Weighted Harmonic，C-OWH)算子、连续广义有序加权平均(Continuous Generalized Ordered Weighted Averaging，C-GOWA)算子及连续拟有序加权平均(Continuous Quasi-ordered Weighted Averaging，C-QOWA)算子等。C-OWG 算子是从几何平均的角度将区间数转换为精确数；C-OWH 算子是从调和平均的角度集结数据；C-GOWA 算子通过将 C-OWA 算子与广义平均算子结合，在 C-OWA 算子中增加一个控制参数，从而把 C-OWA 算子进行推广，使之根据不同的参数取值得到多种不同类型的算子；C-QOWA 算子对 C-GOWA 算子进行了进一步推广，使 C-GOWA 算子作为其一个特例。

1.4 语言幂均算子

为了克服多数集结算子在集结数据时没有考虑数据之间的内在联系这一缺点，Yager 提出了可以体现被集结数据之间内在联系的幂均(Power Average，PA)算子。该算子在集结数据时，每个数据的权重由该数据与其他数据之间的距离决定，因而它是一个非线性算子。利用该算子集结数据，可以使偏大和偏小的数据具有较小的权重。基于 PA 算子，姚平等提出了幂调和平均算子、幂加权调和平均算子和幂有序加权调和平均算子，研究了它们的性质，并研究了幂调和平均算子在群决策中的应用。Wan 把幂均算子应用到梯形直觉模糊数环境下，提出了四种梯形直觉模糊数幂均算子，研究了这些算子在多属性群决策中的应用。Xu 和 Yager 提出了幂几何(Power Geometric，PG)算子、幂有序几何(Power Ordered Geometric，POG)算子和幂有序加权

几何(Power Ordered Weighted Geometric, POWG)算子，讨论了它们的性质，进一步将它们推广到不确定环境下用以集结区间数，最后基于乘性偏好关系研究了算子的应用。Xu 和 Cai 定义了不确定幂加权平均(Uncertain Power Weighted Average, UPWA)算子和不确定幂有序加权平均(Uncertain Power Ordered Weighted Average, UPOWA)算子，并将它们用于集结区间模糊偏好关系，提出了群决策方法。Zhang 研究了犹豫模糊集的集结问题，提出了几类犹豫模糊集幂均算子，讨论了算子的性质及相互关系，他在参考文献86 中将幂均算子推广到直觉模糊数环境下，提出了几类直觉模糊数幂均算子，讨论了算子的性质，提出了基于这些算子的多属性群决策方法。Zhou 等提出了广义幂均(Generalized Power Average, GPA)算子及其几种加权形式，将这些算子推广到不确定环境及直觉模糊数环境下用以集结区间数和直觉模糊数。

以上所述的幂均集结算子都用于集结精确数、区间数、直觉模糊数或者犹豫模糊集。鉴于语言术语在模糊环境下的广泛应用，幂均算子在语言环境下的推广具有重要的意义。Ruan 等提出了几类区间二元语义幂均算子，研究了它们的性质，并研究了它们在多属性群决策中的应用。Xu 等提出了几类语言幂均算子和不确定语言幂均算子，讨论了它们的性质及应用。Xu 和 Wang 研究了二元语义幂均算子及其应用，他们在参考文献[91]中提出了几类语言几何幂均算子，讨论了算子的性质及其在乘性语言偏好关系中的应用。Zhou 和 Chen 提出了几类广义幂均算子及语言广义幂均算子，并讨论了它们的应用。

以上语言幂均算子在运算过程中，都是利用语言术语的下标，而没有考虑语言术语的具体语义。Wang 和 Hao，以及 Dong 等指出了在等距语言术语集中，考虑语言术语的语义和直接对语言术语的下标进行运算的结果是一致的。但是对于非等距语言术语集，计算结果并不相同。因此，对于幂均算子在非等距语言术语集下的应用，是一个值得研究的问题。

1.5 犹豫模糊语言术语集

模糊集理论是处理模糊信息的一个重要工具。经典的模糊集理论中，每个元素属于模糊集的隶属度都是唯一确定的。在某些情况下，元素的隶属度可能有几个不同的取值，而决策者无法确定唯一的取值。为了处理此类带有犹豫信息的情形，Torra 提出了犹豫模糊集(Hesitant Fuzzy Set)以扩展模糊集

的应用范围。目前围绕犹豫模糊集的研究工作非常丰富，形成了一个十分活跃的研究热点。

Beg 和 Rashid 研究了决策者判断信息以犹豫模糊语言术语集的形式给出的情况下的多属性决策方法。Lee 和 Chen 研究了犹豫模糊语言术语集的比较关系及相似性测度，并讨论了其应用。Zhang 等提出了几类犹豫模糊语言信息集结算子，讨论了它们在多属性决策中的应用。Ma 等利用模糊集的方式定义了语言术语的确定性和一致性的概念，研究了将单个语言术语综合为复合语言术语的方法。Rodríguez 等提出了比较语言表达式(Comparative Linguistic Expression)和犹豫模糊语言术语集(Hesitant Fuzzy Linguistic Term Set, HFLTS)的概念、性质，以及在多属性决策中的应用，并进一步研究了比较语言表达式和犹豫模糊语言术语集在群决策中的应用。Tang 和 Zheng 研究了利用逻辑连接词构造语言表达式的方法。Zhang 和 Wu 提出了犹豫模糊语言集的概念及集结算子，并将犹豫模糊语言集推广到不确定语言环境下，提出了犹豫模糊不确定语言集及集结算子，最后讨论了算子在多属性群决策中的应用。Zhu 和 Xu 研究了犹豫语言模糊偏好关系的一致性问题，提出了几个一致性测度，给出了改进一致性的两个优化模型。

犹豫模糊语言术语集在决策分析中获得了广泛的应用，这是一个蓬勃发展的研究方向。进一步探索其应用范围，提出新的更好的模型，特别是将犹豫模糊集与语言术语相结合，研究犹豫模糊集在语言环境下的应用，具有十分重要的意义。

1.6 动态语言多属性决策

许多复杂的决策问题包含有时间因素，而经典的决策方法多在静态条件下考虑问题，因此不能适应动态条件下的决策需求，这就促使许多学者开始研究动态决策方法。Campanella 和 Ribeiro 提出了一种新的动态多属性决策模型，该模型考虑了不同时段的备选方案和属性可能发生变化的情形，并且上一时段的决策结果会对后续决策产生影响，这种影响作用是通过选择具有全面增强性质(Full Reinforcement)的集结算子集结某一时段的得分值和历史得分值来实现的。他们还给出了几个适用此模型的例子。Chen 和 Cheng 研究了动态群决策问题；在不同的决策阶段，决策者可以提供多个方案的偏序排序，他们提出了这种条件下找出决策者最大一致性排序和冲突排序的算法。Lin 等在正理想点法(Technique for Order Preference by Similarity to an Ideal Solu-

需要全本请访问 www.ertongbook.com